ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತ

ಡಿ. ರಂಗಯ್ಯ



ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಸಂಸ್ಥೆ
ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ





ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತ

ಡಿ. ರಂಗಯ್ಯ



ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಸಂಸ್ಥೆ
ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ
1972

SPATIKA VIJNANA MATTU SPATIKA GANITA (Crystallography and Mathematical Crystallography) by D. Rangiah; published by the Institute of Kannada Studies, University of Mysore, Manasa Gangotri, Mysore-6 First Edition: 1972. pp. x+216

All Rights Reserved

ಬೆಲೆ

ಸಾದಾ ಪ್ರತಿ : ರೂ. ೮-೦೦

ಉತ್ತಮ ಪ್ರತಿ : ರೂ. ೧೫-೦೦

ಮಾರಾಟಗಾರರು

ಡೈರೆಕ್ಟರ್

ಪ್ರಸಾರಾಂಗ, ಮಾನಸಗಂಗೋತ್ರಿ, ಮೈಸೂರು

ಮುದ್ರಣ

ಪರ್ಫೆಕ್ಟ್ ಇಂಡಸ್ಟ್ರೀಸ್, ವಾಣಿವಿಲಾಸಪುರಂ, ಮೈಸೂರು

ಮುನ್ನುಡಿ

ಕನ್ನಡ ಭಾಷೆ ಸಾಹಿತ್ಯಗಳ ಸರ್ವತೋಮುಖವಾದ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ಸಾಧಿಸುವ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ 1966ರ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಸಂಸ್ಥೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾಯಿತು. ಈಗ್ಗೆ ಹತ್ತು ಹನ್ನೆರಡು ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಹಿಂದೆ ರಾಷ್ಟ್ರಕವಿ ಕುವೆಂಪು ಅವರ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನದಲ್ಲಿ ರೂಪುಗೊಂಡಿದ್ದ ಯೋಜನೆಗಳೆಲ್ಲ ಡಾ. ಶ್ರೀಮಾಲಿಯವರ ನೇತೃತ್ವದಲ್ಲಿ ಸಾಕಾರಗೊಳ್ಳತೊಡಗಿದುದಕ್ಕೆ ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಸಂಸ್ಥೆ ಸಾಕ್ಷಿಯಾಗಿದೆ. ಈಗ ಪ್ರೊಫೆಸರ್ ಜವರೇಗೌಡರು ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಕುಲಪತಿಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಸಂಸ್ಥೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ತೀವ್ರತರವಾಗಿ ಬೆಳೆಯುವುದೆಂದು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಕನ್ನಡ, ಭಾಷಾ ವಿಜ್ಞಾನ ಹಾಗೂ ದಕ್ಷಿಣ ಭಾರತ ಅಧ್ಯಯನ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಂಶೋಧನ ವಿಭಾಗಗಳು, ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಭಾಷಾಂತರ ಡಿಪ್ಲೊಮಾ ಶಿಕ್ಷಣ, ಕನ್ನಡೇತರರಿಗಾಗಿ ಕನ್ನಡ ಸರ್ಟಿಫಿಕೇಟ್ ಮತ್ತು ಡಿಪ್ಲೊಮಾ ಶಿಕ್ಷಣ—ಇವುಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಇಂದು ಸಂಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಐದು ಪ್ರಮುಖ ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ: (1) ಸಂಪಾದನ ವಿಭಾಗ, (2) ಭಾಷಾಂತರ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ವಿಭಾಗ, (3) ಜಾನಪದ ವಿಭಾಗ, (4) ಕನ್ನಡ ವಿಶ್ವಕೋಶ ವಿಭಾಗ ಮತ್ತು (5) ಹರಿದಾಸ ಸಾಹಿತ್ಯ ಸಂಪಾದನ ಮತ್ತು ಸಂಶೋಧನ ವಿಭಾಗ. ಸಂಸ್ಥೆಯ ಬಹುಮುಖವಾದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಪ್ರತೀಕವಾಗಿವೆ.

ಎಲ್ಲ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಕನ್ನಡವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಣ ಮಾಧ್ಯಮವನ್ನಾಗಿ ಬಳಸಬೇಕೆಂಬ ನೀತಿಗನುಗುಣವಾಗಿ ಕೆಲವು ಸಂಸ್ಥೆಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ನಾತಕಪೂರ್ವ ಮತ್ತು ಸ್ನಾತಕ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮವನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ, ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಹಂತದ ವರೆಗೆ ಯಾವ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಬೇಕಾದರೂ ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿಯೇ ಉತ್ತರಿಸುವ ಸೌಲಭ್ಯವನ್ನೂ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ ಒದಗಿಸಿದೆ. ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಮಾನವಿಕಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ, ಆಕರಗ್ರಂಥ ಮತ್ತು ಸಂದರ್ಭಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಹೊರತರುವ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ 1967-68ರಲ್ಲಿಯೇ ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ ಭಾಷಾಂತರ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ವಿಭಾಗವನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸಿತು. ಇದಕ್ಕೂ ಮೊದಲು, ಸುಮಾರು ಒಂದು ದಶಕಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಕಾಲ 'ಪ್ರಸಾರಾಂಗ' ತನ್ನ ಇತರ ಕಾರ್ಯಗಳ ಜೊತೆಯಲ್ಲಿ ಈ ಕಾರ್ಯವನ್ನೂ ನಡೆಸಿಕೊಂಡು ಬಂದಿತ್ತು. 1969-70ರಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರ ಸರ್ಕಾರ ಪ್ರಾದೇಶಿಕ ಭಾಷೆಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಯೋಜನೆಯನ್ನು ಜಾರಿಗೆ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದರಿಂದ ಈ ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಚಾಲನೆ ದೊರೆಯಿತು. ಇದರಿಂದ ಮತ್ತಷ್ಟು ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ, ಸಮಗ್ರವಾಗಿ ಈ ಯೋಜನೆಯನ್ನು ಕಾರ್ಯರೂಪಕ್ಕೆ ತರಲು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು.

ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ವಿಭಾಗಗಳ ಮುಖ್ಯರು ಸಲಹೆ-ಸೂಚನೆ ಮತ್ತು ವಿಭಾಗ ಸಂಪಾದಕತ್ವದ ಮೂಲಕ ಬಹುಮೂಲ್ಯ ನೆರವು ನೀಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ

ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ ಕಾಲೇಜುಗಳ, ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ವಿಭಾಗಗಳ, ಮಾನ್ಯತೆ ಪಡೆದಿರುವ ಕಾಲೇಜುಗಳ ಅಧ್ಯಾಪಕರು, ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಲೇಖಕರು ಮತ್ತು ಭಾಷಾಂತರಕಾರರು ಉತ್ಸಾಹದಿಂದ ಯೋಜನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಸಾಕಷ್ಟು ಗ್ರಂಥಗಳು ಹೊರಬರುತ್ತಿವೆ. 'ವಿಜ್ಞಾನ ಲೇಖಕರ ಕಾರ್ಯಶಿಬಿರ'ದಂತಹ ತರಬೇತಿ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳು, 'ಬಹುಮಾನ ಯೋಜನೆ'ಯಂತಹ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹದಾಯಕ ಕ್ರಮಗಳು ಉತ್ತಮ ಫಲನೀಡುತ್ತವೆಂಬುದರಲ್ಲಿ ಅನುಮಾನವಿಲ್ಲ. ರಾಜ್ಯದ ಇತರ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯಗಳೂ ಈ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿರುವುದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳ ಅಭಾವದ ಪ್ರಶ್ನೆ ಏಳದಂತಾಗುತ್ತದೆಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಭೂವಿಜ್ಞಾನ ವಿಭಾಗ ಮುಖ್ಯರಾದ ಡಾ. ಎಂ. ಎಸ್. ವಿಶ್ವನಾಥಯ್ಯನವರ ನೇತೃತ್ವದಲ್ಲಿ ಹೊರಬರುತ್ತಿರುವ ಭೂವಿಜ್ಞಾನ ಗ್ರಂಥಗಳ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ 'ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತ' ಮೊದಲನೆಯ ಗ್ರಂಥ; ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಐವತ್ತೊಂಬತ್ತನೆಯ ಗ್ರಂಥ. ಯುವರಾಜ ಕಾಲೇಜಿನ ಭೂವಿಜ್ಞಾನ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ರೀಡರ್ ಮತ್ತು ವಿಭಾಗ ಮುಖ್ಯರಾಗಿರುವ ಶ್ರೀ ಡಿ. ರಂಗಯ್ಯನವರು ಈ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಅಪಾರ ಅನುಭವವುಳ್ಳ ಅಧ್ಯಾಪಕರು, ಉತ್ತಮ ಲೇಖಕರು. ಅವರ ಶ್ರದ್ಧೆ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಯನಿಷ್ಠೆ ಅನುಕರಣೀಯವಾಗಿರುವಂಥವು. ಭೂವಿಜ್ಞಾನದ ಬಗ್ಗೆ ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಸಮರ್ಥವಾಗಿ ಬರೆಯಬಲ್ಲ ಕೆಲವೇ ಲೇಖಕರಲ್ಲಿ ಅವರ ಹೆಸರು ಗಮನಾರ್ಹವಾಗಿದೆ. ಭೂವಿಜ್ಞಾನದ ಬಗ್ಗೆ ಸಂಸ್ಥೆಗಾಗಿ ಇನ್ನೂ ನಾಲ್ಕು ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಅವರು ಬರೆದುಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ಅವು ಪ್ರಕಟಣೆಯ ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿವೆ. ಅವರ ಈ ಗ್ರಂಥ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೂ ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗೂ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆಂದು ನಂಬಿದ್ದೇವೆ. ಅವರಿಗೂ, ಮುನ್ನುಡಿ ರೂಪದ ನಾಲ್ಕು ಮಾತುಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಟ್ಟಿರುವ ಡಾ. ವಿಶ್ವನಾಥಯ್ಯನವರಿಗೂ ನಮ್ಮ ವಂದನೆಗಳು.

ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಸಂಸ್ಥೆ
ಮಾನಸಗಂಗೋತ್ರಿ, ಮೈಸೂರು.

ಹಾ. ಮಾ. ನಾಯಕ
ಪ್ರಧಾನ ಸಂಪಾದಕ

ಸಂಪಾದಕರ ಮಾತು

ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಣ ಮಾಧ್ಯಮವನ್ನಾಗಿ ಕಾರ್ಯರೂಪಕ್ಕೆ ತರಲು ಸೂಕ್ತವಾದ ಗ್ರಂಥಗಳ ಕೊರತೆಯೇ ಮುಖ್ಯವಾದ ತೊಡಕು ಎಂಬುವಾಗಿ ಕೆಲವರ ಅಭಿಪ್ರಾಯ. ಆ ಕೊರತೆಯನ್ನು ನಿವಾರಿಸುವ ಸಮುದ್ದೇಶದಿಂದ ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಸಂಸ್ಥೆ ಈಗಾಗಲೇ ಅನೇಕ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ನುರಿತ ಪರಿಣತರಿಂದ ಬರೆಯಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಶೀಘ್ರವಾಗಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿ ಬಹು ಸ್ತುತ್ಯವಾದ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಿದೆ. ಅದರಲ್ಲೂ ಪ್ರಿಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ ಮತ್ತು ಡಿಗ್ರಿ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಸಂಗ ಮಾಡುತ್ತಿರುವ ವಿಜ್ಞಾನ ವಿಭಾಗದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನೆರವಾಗುವ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಈಗಾಗಲೇ ಸಿದ್ಧವಾಗಿವೆ, ಸಿದ್ಧವಾಗುತ್ತಿವೆ. ಭೂವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲೂ ಕೂಡ ವಿವಿಧ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಪುಸ್ತಕಗಳು ತಯಾರಾಗಬೇಕಾಗಿದೆ.

ನನ್ನ ಮಿತ್ರರಾದ ಡಿ. ರಂಗಯ್ಯನವರು ಅನುಭವಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರೇ ಅಲ್ಲದೇ ಉತ್ತಮ ಲೇಖಕರೂ ಹೌದು. ಅವರು ಶ್ರಮವಹಿಸಿ "ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತ" ಗ್ರಂಥವನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಅವರನ್ನು ಅಭಿನಂಧಿಸಲೇ ಬೇಕು. ಈ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಕಾಣಬರುವ ಕೆಲವು ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಗಳ ಭಾಷಾಂತರ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರಗಳ ಹಾಗೂ ವಿವರಣೆಯ ಸಂಯೋಜನೆ ಈ ಕಡೆ ವಿಶೇಷ ಗಮನಕೊಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ದ್ವಿತೀಯ ಮುದ್ರಣದಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಮಾರ್ಪಾಡು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಸ್ಫಟಿಕವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿಯಿರುವ ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗೆ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಗ್ರಂಥವು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುವುದೆಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತೇನೆ.

ಎಂ. ಎನ್. ವಿಶ್ವನಾಥಯ್ಯ
ವಿಭಾಗ ಸಂಪಾದಕ

ಲೇಖಕರ ಅರಿಕೆ

ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮವನ್ನು ಜಾರಿಗೆ ತಂದು, ಕನ್ನಡ ನುಡಿಗೆ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ಕೊಟ್ಟು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ಮಾಡುತ್ತಿದೆ. ನಾನು ನಿಷ್ಕ್ರಿಯನಾಗಿದ್ದಾಗ ಬೆನ್ನು ತಟ್ಟಿ, ಕ್ರಿಯಾಶೀಲನಾಗಲು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಿದ ನಮ್ಮ ಕುಲಪತಿಗಳಾದ ಶ್ರೀ ದೇ. ಜ. ಗೌ. ಅವರಿಗೆ ಕೃತಜ್ಞಾಪೂರ್ವಕವಾದ ವಂದನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಪಿಸುತ್ತೇನೆ. ಅವರ ಪ್ರೇರಣೆಯಿಂದ ಬರೆದ ಪುಸ್ತಕ ಸರಣಿಯಲ್ಲಿ ಇದು ಮೊದಲನೆಯದು. ನನ್ನ ಲೇಖನ ವ್ಯವಸಾಯದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹನೀಡುತ್ತಿರುವ ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಸಂಸ್ಥೆಯ ನಿರ್ದೇಶಕರೂ ಹಾಗೂ ಕನ್ನಡ ಮತ್ತು ಭಾಷಾ ವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರೂ ಆದ ಡಾ.ಹಾ.ಮಾ. ನಾಯಕ್‌ರವರಿಗೂ,ಶ್ರೀ ಪ್ರಧಾನ್ ಗುರುದತ್ ಮತ್ತಿತರ ಅಧಿಕಾರ ವರ್ಗದವರಿಗೂ ನನ್ನ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕವಾದ ವಂದನೆಗಳು. ಬಿ.ಎಸ್‌ಸಿ. ತರಗತಿಗಳ ಭೂವಿಜ್ಞಾನ ವಿಭಾಗದ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ನನಗೆ ಉತ್ತೇಜನವನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಿರುವ ಮಾನಸಗಂಗೋತ್ರಿಯ ಭೂವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕ ಡಾ. ಎಂ. ಎನ್. ವಿಶ್ವನಾಥಯ್ಯನವರಿಗೆ ನನ್ನ ವಂದನೆಗಳು. ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಸಹಕಾರ ಹಸ್ತ ನೀಡಿದ ಡಾ. ಬಿ. ವಿ. ಗೋವಿಂದರಾಜುಲು, ಶ್ರೀ ಎಲ್. ಎನ್. ಚಕ್ರವರ್ತಿ ಮತ್ತು ಜೆ. ಎ. ಕೆ. ತರೀನ್‌ರವರಿಗೆ ನನ್ನ ವಂದನೆಗಳು.

ಈ ಪುಸ್ತಕದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಸಕಾಲದಲ್ಲಿ ಅಂದವಾಗಿ ಬರೆದುಕೊಟ್ಟ ಶ್ರೀ ಸಿ. ವಿ. ಇಟಗಟ್ಟಿಯವರಿಗೆ ನನ್ನ ಅಭಿಮಾನಪೂರ್ವಕವಾದ ವಂದನೆಗಳು.

ಮೈಸೂರು
೧೧-೨-೧೯೬೨

ಡಿ. ರಂಗಯ್ಯ.

ಪರಿವಿಡಿ

ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನ

ಪ್ರವೇಶ

ಹರಳುಗಳು (Crystals) : ಯಾವುದಾದರೂ ಶಿಲೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದರೆ ಅದರಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಣ್ಣ, ಹೊಳಪು ಮುಂತಾದ ವಿವಿಧ ಲಕ್ಷಣಗಳಿರುವ ಕಣಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಾಣಬಹುದು. ಇವು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಖನಿಜಗಳು. ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಧಾತುಸಮೂಹ ಮತ್ತು ಭೌತಲಕ್ಷಣಗಳಿರುವ ವಸ್ತುಗಳೇ ಇವು. ಶಿಲೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಖನಿಜ ಕಣಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಯಾವ ಆಕಾರವೂ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಖನಿಜಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಆಕಾರವಿರುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಮುಖಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ಹರಳುಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ವಿವಿಧ ಖನಿಜಗಳ ಹರಳುಗಳಿಗೆ ವಿವಿಧ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಆಕಾರಗಳಿರುತ್ತದೆ. ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಬೆಳೆದ ಬೆಣಚಿನ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ 6 ಮುಖಗಳೂ ಮತ್ತು ಎರಡು ತುದಿಗಳಲ್ಲಿ ಗೋಪುರಾಕಾರವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮುಖಗಳೂ ಇರುವುವು.

ಪಾರದರ್ಶಕ ಬೆಣಚಿನ ಹರಳುಗಳನ್ನು (Rock crystals) ಗ್ರೀಕರು ಘನೀಕರಿಸಿದ ನೀರೆಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದರು ಅವುಗಳನ್ನು ಸ್ಫಟಿಕಗಳು (Krystallos) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಿದ್ದರು. ಕ್ರಮೇಣ ಅವುಗಳು ಒಂದು ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳೆಂದೂ, ಬೇರೆ ಖನಿಜಗಳು ಸಹ ಹರಳು ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುವುವೆಂದೂ ತಿಳಿದುಬಂದಿತು. ಹರಳುಗಳ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿಸುವ ವಿಜ್ಞಾನವೇ ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನ.

ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಣ (Crystallisation) : ವಸ್ತುಗಳು ಅನಿಲ ಅಥವಾ ದ್ರವರೂಪದಿಂದ ಘನರೂಪಕ್ಕೆ ಮಾರ್ಪಡುವಾಗ, ಅವುಗಳ ಪರಮಾಣುಗಳು (Atoms), ಒಂದುಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಣೆಯಾಗುತ್ತವೆ. ಜೋಡಣೆಯ ವಿಧಾನವು ಅವುಗಳ ಧಾತುಸಮೂಹವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಖನಿಜವೂ ತನ್ನದೇ ಆದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಣುಜೋಡಣಾಕ್ರಮವನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಅನುಕೂಲವಾದ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ಜೋಡಣೆಯು ಉತ್ತಮ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಆಗುತ್ತದೆ. ಜೋಡಣೆ ಒಂದು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗಿ, ಪೂರ್ಣಗೊಂಡಾಗ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಹೊರ ಆಕಾರವು ವ್ಯಕ್ತವಾಗುವುದು. ಪ್ರಾರಂಭದಿಂದ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಬೆಳೆಯುವ ಕಾರ್ಯಗತಿಗೆ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಣ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಹರಳುಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೂ ಜೀವಿಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿದೆ. ಹರಳುಗಳು ಖನಿಜಾಣುಗಳ ಶೇಖರಣೆಯಿಂದ ಬೆಳೆಯುತ್ತವೆ.

ಹರಳುಗಳೆಂದರೇನು : ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಣದ ಪರಿಶೀಲನೆಯಿಂದ ಹರಳಿನ ಪೂರ್ಣ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಕೊಡಬಹುದು. ಪ್ರಕೃತಿಯ ನಿರ್ಜೀವ ಕಾರ್ಯಗತಿಯಿಂದ ಬೆಳೆದು, ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಅಣುಜೋಡಣೆಯನ್ನೂ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಹೊರ ಆಕಾರವನ್ನೂ ಪಡೆದಿರುವ ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ಹರಳುಗಳೆಂದು ಹೆಸರು.

ಅಚೇತನ ವಸ್ತುಗಳ ಸ್ಥಿತಿಗಳು: ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಅಚೇತನ ವಸ್ತುಗಳು ಎರಡು ಸ್ಥಿತಿಗಳಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. ಒಂದು ಅಸ್ಫಟಿಕ ಸ್ಥಿತಿ (Amorphous state), ಇನ್ನೊಂದು ಸ್ಫಟಿಕ ಸ್ಥಿತಿ (Crystalline state). ಈ ಸ್ಥಿತಿಗಳಿಗೆ ಅವುಗಳ ಅಣು ಜೋಡಣೆಯೇ ಕಾರಣ. ಅಸ್ಫಟಿಕ ಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಣು ಜೋಡಣೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ; ಸ್ಫಟಿಕ ಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಣುಜೋಡಣೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ಹರಳಿನ ಘಟಕಾಂಶಗಳು (Crystal Elements)

ಮುಖಗಳು, ಏಣುಗಳು ಮತ್ತು ಘನಕೋನಗಳು—ಇವೇ ಸ್ಫಟಿಕದ ಪ್ರಮುಖ ಭಾಗಗಳು.

ಮುಖಗಳು (Faces): ಹರಳುಗಳ ರಮ್ಯವಾದ ಭಾಗವೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಹೊರ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ, ನಯವಾದ ಸಪಾಟಗಳು (Planes). ಇವೇ ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳು (Crystal faces) ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಲಕ್ಷಣಗಳುಳ್ಳ ಮುಖಗಳನ್ನು ಸದೃಶ ಮುಖಗಳು (Like faces) ಎಂದೂ, ಭಿನ್ನಲಕ್ಷಣಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಮುಖಗಳನ್ನು ಅಸದೃಶ ಮುಖಗಳು (Unlike faces) ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ರೂಪಗಳು (Forms): ಹರಳುಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆಗನುಸಾರವಾಗಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಹಂಚಿಕೆಯಾಗಿರುವ ಸದೃಶ ಮುಖಗಳ ಗುಂಪಿಗೆ ಸ್ಫಟಿಕ ರೂಪ (Crystal form) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಮೂಲ ಅಥವಾ ಮಾನರೂಪ (Fundamental or Unit form): ಎಲ್ಲ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನೂ ನಿಯತ ದೂರದಲ್ಲಿ (Finite distances) ಛೇದಿಸುವ ಸದೃಶ ಮುಖಗಳ ಗುಂಪಿಗೆ ಮಾನರೂಪ ಎಂದು ಹೆಸರು; ಉದಾ: ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಮಾನರೂಪವು ಛೇದಿಸುವ ದೂರಗಳನ್ನು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ಉದ್ದವನ್ನಾಗಿ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲಾಗುವುದು. (ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಮಾನರೂಪವು ಇತರ ರೂಪಗಳಿಗಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.)

ಸಾಮಾನ್ಯರೂಪ (General form): ಆಯಾಗಣದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸದೃಶ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಉದಾ: ಷಡಷ್ಟ ಮುಖಿ.

ಘನಾಕೃತಿ ಅಥವಾ ಸರಳರೂಪ ಮತ್ತು ತೆರೆದ ರೂಪ (Simple form or Closed form and Open form): ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಮುಖಗಳೆಲ್ಲಾ ಸದೃಶವಾಗಿದ್ದು; ಅವು ತಾವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸಿದಲ್ಲಿ, ರೂಪವನ್ನು ಘನಾಕೃತಿ

ಅಥವಾ ಸರಳ ರೂಪ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಸದೃಶ ಮುಖಗಳು ತಾವನ್ನು ಆವರಿಸಲಾಗದಿದ್ದರೆ, ಆ ಬಗೆಯ ರೂಪವನ್ನು ತೆರವಿನ ರೂಪವೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ರೂಪಕೂಟ (Combination form) ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ರೂಪಗಳ ಮುಖಗಳಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅವಕ್ಕೆ ರೂಪಕೂಟ ಎಂದು ಹೆಸರು.

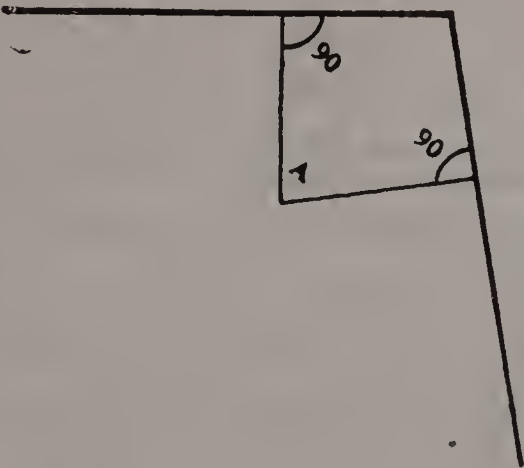
ಏಣುಗಳು (Edges): ಎರಡು ಮುಖಗಳು ಸೇರುವ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಏಣು ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಘನಕೋನ (Solid angle): ಮೂರು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಘನಕೋನ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವೇ ಹರಳಿನ ಭಾಗಗಳು.

ಹರಳಿನ ಈ ಘಟಕಾಂಶಗಳಿಗೆ ಪರಸ್ಪರ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಬಂಧವಿದೆ. ಅದನ್ನು ಈ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು. $F+A=E+2$ (Euler's theorem) ಇಲ್ಲಿ F=ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, A=ಘನಕೋನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, E=ಏಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕು. ಒಂದು ಹರಳಿನ ಮುಖಗಳು ಮತ್ತು ಘನಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ, ಅದರಲ್ಲಿರುವ ಏಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಎರಡು ಸೇರಿಸಿದಷ್ಟು. ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ರೂಪುಗೊಂಡಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹರಳೂ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಂತರಮುಖ ಕೋನ (Interfacial angle)

ಎರಡು ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಈ ಮುಖಗಳು ಲಂಬಗಳು ಸ್ಫಟಿಕ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಕೋನವೇ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನ. 180° ಯಲ್ಲಿ ಮುಖಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಕೋನವನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಬರುವ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕೆ ಇದು ಸಮನಾಗಿರುವುದು.



ಹರಳುಗಳ ಪರಿಶೀಲನೆಯಲ್ಲಿ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ. ಹರಳುಗಳು ಇಂತಹ ಖನಿಜದ್ದೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಇವು ಬಹು ಸಹಕಾರಿ. ಒಂದು ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮುಖಗಳ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನವು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುವುದೇ ಇವಕ್ಕೆ ಕಾರಣ. ಇದನ್ನು ಒಂದು ಸೂತ್ರವಾಗಿಯೂ ನಿರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಸೂತ್ರಕ್ಕೆ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳ ಸ್ಥಿರತಾಸೂತ್ರ (Constancy of Interfacial Angles) ಎಂದು ಹೆಸರು.

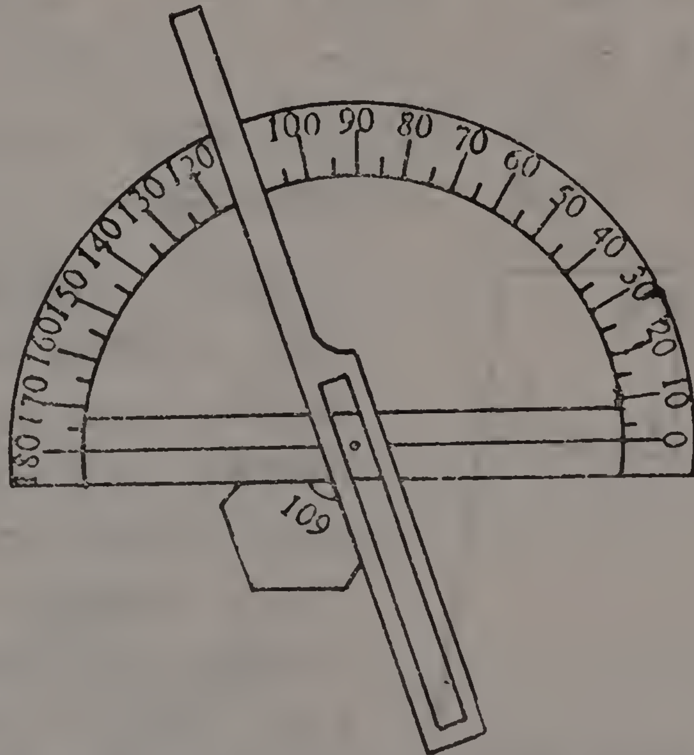
ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳ ಸ್ಥಿರತಾಸೂತ್ರ : ಈ ಸೂತ್ರಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಒಂದೇ ಧಾತು ಸಮೂಹವಿರುವ ಹರಳುಗಳ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟೇ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳಿದ್ದರೂ, ಅಥವಾ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಯಾವ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿದ್ದರೂ, ಅವುಗಳ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮುಖಗಳ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನವನ್ನು, ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಉಷ್ಣಾಂಶ ಮತ್ತು ಒತ್ತಡಗಳ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಅಳೆದಲ್ಲಿ ಕೋನಮೌಲ್ಯ ಸ್ಥಿರವಾಗುತ್ತದೆ.

ಕೋನಮಾಪಕ (Goniometer) : ಅಂತರಮುಖ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಉಪಕರಣಕ್ಕೆ ಕೋನಮಾಪಕ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಅದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಧಗಳು :

1. ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಕೋನಮಾಪಕ (Contact Goniometer)
2. ಪ್ರತಿಬಿಂಬ ಕೋನಮಾಪಕ (Reflection Goniometer)

ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಕೋನಮಾಪಕದಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಹರಳುಗಳ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಅಳೆಯಬಹುದು.

ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಕೋನಮಾಪಕ : ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕರಗಳಿದ್ದು ಅವೆರಡನ್ನೂ ತಿರುಪು ಮೊಳೆಯಿಂದ ಬಂಧಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಕರಕ್ಕೆ ಅರ್ಧ ವರ್ತುಲಾಕಾರದ 0° ಯಿಂದ 180° ಗಳ ಅಳತೆ ಗುರುತಿರುವ ಕಮಾನೊಂದನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಕರವು ಸುಲಭವಾಗಿ ಚಲಿಸಬಲ್ಲುದು. ಅದನ್ನು ಯಾವ ನಿಲುಗಡೆಗೆ ಬೇಕಾದರೂ ತರಬಹುದು. ಅದು ಅಳತೆ ಗುರುತಿರುವ ಕಮಾನಿನ ಮೇಲೆ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಕರದ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿಯೇ ಕೋನವನ್ನು ಓದಬೇಕು.



ಅಂತರಮುಖ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯುವುದು : ಒಂದು ಹರಳಿನ ಎರಡು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮುಖಗಳ ನಡುವಣ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯಲು, ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ನಯ

ವಾದ ಮುಖಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಆ ಮುಖಗಳನ್ನು ಕೋನಮಾಪಕದ ಎರಡು ಕರಗಳಿಗೆ ಜೋಡಿಸಬೇಕು. ಹರಳಿನ ಮುಖಗಳಿಗೂ, ಕೋನಮಾಪಕದ ಕರಗಳಿಗೂ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪವೂ ಸ್ಥಳ ಬಿಟ್ಟಿರಕೂಡದು. ಬೆಳಕಿನ ಕಿರಣಗಳು ಕೂಡ ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯಕೂಡದು. ಈ ನಿಲುಗಡೆಯಲ್ಲಿ ಕೋನಮಾಪಕದ ಚಲಿಸುವ ಕರವು, ಜೋಡಿಸಿರುವ ಮುಖಗಳ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಕೋನಮಾಪಕಕ್ಕೆ ಹರಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿರುವ ಕಡೆಯಿಂದ ಮತ್ತು ಚಲಿಸುವ ಕರದ ಅಂಚಿನಿಂದಲೇ ಕೋನವನ್ನು ಓದಬೇಕು. ಅದೇ ನಿರ್ಧರಿಸಬೇಕಾದ ಅಂತರ ಮುಖಕೋನ. ಒಂದುವೇಳೆ ಮತ್ತೊಂದು ಕಡೆಯಿಂದ ಓದಿದಲ್ಲಿ ಹಾಗೆ ಬರುವ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು 180°ಯಲ್ಲಿ ಕಳೆದರೆ ಉಳಿಯುವ ಮೌಲ್ಯವೇ ಅಂತರಮುಖಕೋನ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ (Symmetry)

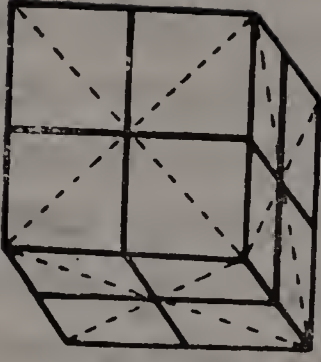
ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ವಿವಿಧ ಭಾಗಗಳು ಒಂದು ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಣೆಯಾಗಿದ್ದರೆ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಸೂತ್ರತೆ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಮನುಷ್ಯನ ದೇಹ ಮತ್ತು ಹಲವು ಕಟ್ಟಡಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ನಾವು ವಿವರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಹರಳುಗಳಲ್ಲೂ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಇದು ಹರಳಿನ ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಲಕ್ಷಣ.

ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿನ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಬಿಂದು, ಸಪಾಟ ಮತ್ತು ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಬಹುದು. ಹೀಗೆ ಮೂರು ವಿಧವಾದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಗಳಿವೆ. ಇವನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ :

1. ಸಮಸೂತ್ರ ಬಿಂದು (Point of Symmetry)
2. ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ (Plane of Symmetry)
3. ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷ (Axis of Symmetry) ಎನ್ನಲಾಗಿದೆ.

ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ (Centre of Symmetry :) ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಸುತ್ತಲೂ ಹರಳಿನ ಭಾಗಗಳು ಸಮಸೂತ್ರವಾಗಿ ಹಂಚಿದ್ದರೆ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಸೂತ್ರ ಬಿಂದು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಹರಳಿನ ಕೇಂದ್ರ ಮಾತ್ರ ಸಮಸೂತ್ರ ಬಿಂದುವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯ. ಆದುದರಿಂದ ಇದನ್ನು ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ, ಅದರಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖಕ್ಕೂ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಸದೃಶಮುಖವಿರುತ್ತದೆ.

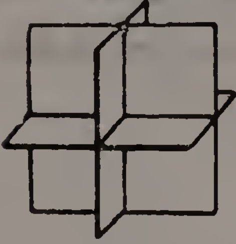
ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ : ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ಊಹಾ ಸಪಾಟದ ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಹರಳಿನ ಭಾಗಗಳು ಸಮಸೂತ್ರವಾಗಿಹರಡಿದ್ದರೆ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವೆಂದು ಹೆಸರು. ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ ಹರಳನ್ನು ಎರಡು ಸಮಭಾಗ



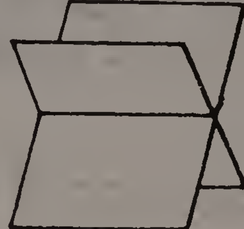
ಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದರ ಪ್ರತಿಬಿಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಧಗಳುಂಟು.

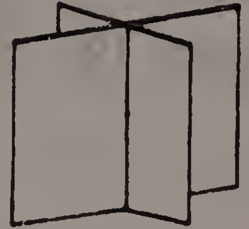
1. ದ್ವಿತೀಯಕ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ (Secondary Plane of Symmetry)

2. ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ (Principal Plane of Symmetry)









ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟದಲ್ಲಿ ಪರಿಮಾಣಗಳೆರಡೂ(Dimensions) ಸಮವಾಗಿದ್ದು ಪರಸ್ಪರ ವಿನಿಮಯವಾಗಬಲ್ಲವುಗಳಾದರೆ, ಅದನ್ನು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವೆಂದೂ ಹಾಗಿಲ್ಲವಾದಲ್ಲಿ ದ್ವಿತೀಯಕ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವೆಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಮೂರು ಪ್ರಧಾನ ಮತ್ತು ಆರು ದ್ವಿತೀಯಕ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳಿರುವುವು.

ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷ: ಹರಳಿನ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾಯ್ದುಹೋಗುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ರೇಖೆಗೂ ಅಕ್ಷವೆಂದು ಹೆಸರು. ಒಂದು ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಎಷ್ಟು ಅಕ್ಷಗಳನ್ನಾದರೂ ನಾವು ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಅಂತಹ ಅಕ್ಷವೊಂದರ ಸುತ್ತಲೂ ಹರಳಿನ ಭಾಗಗಳು ಸಮಸೂತ್ರವಾಗಿ ಜೋಡಣೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವೆಂದು ಹೆಸರು.

ಸಮಸೂತ್ರತೆಯಿರುವ ಒಂದು ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಹರಳನ್ನು 360° ಸುತ್ತಿಸಿದರೆ ಅದರ ಭಾಗಗಳು ಅನುರೂಪ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಕಾಣಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಘಟಕಗಳು ಎರಡು ಬಾರಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡರೆ, ಆ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷ (Digonal axis of symmetery) ಎಂದೂ, ಮೂರು ಬಾರಿಯಾದರೆ, ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷ (Trigonal axis of symmetry) ಎಂದೂ ; ನಾಲ್ಕುಬಾರಿಯಾದರೆ, ಅದಕ್ಕೆ ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷ (Tetragonal axis of symmetry) ಎಂದೂ ; ಆರು ಬಾರಿಯಾದರೆ ಆರ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷ (Hexagonal axis of symmetry) ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ⬭, Δ, □ ಮತ್ತು ⬡ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಗುರುತಿಸಲಾಗುವುದು.

ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಪ್ರಮುಖ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೆನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇವು ಆಯಾ ವರ್ಗದ ಅತ್ಯಂತ ಉತ್ತಮ ದರ್ಜೆಯ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಮತ್ತು ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳೂ, ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಆರ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವೂ ಪ್ರಮುಖ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು. ಈ ತೆರನಾದ ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳಿದ್ದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಗಳಾಗಿಯೂ ಆರಿಸಲಾಗುವುದು. ಒಂದೇ ಒಂದು ಅಕ್ಷವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅದು ಲಂಬಾಕ್ಷ ವಾಗುವುದು.

ದ್ವಿತೀಯಕ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳಿಗೆ ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಲಂಬ ವಾಗಿರುವುವು. ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಮತ್ತು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಾಗಿ ಆರಿಸಲಾಗುವುದು. ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಲಂಬಾಕ್ಷ ಮತ್ತು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಾಗಿ ಆರಿಸಲಾಗುವುದು. ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದೇ ಒಂದು ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಎಡ–ಬಲ (ಪಾರ್ಶ್ವ) ಅಕ್ಷವನ್ನಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.

ಮೇಲೆ ವರ್ಣಿಸಿದ ಸಮಸೂತ್ರ ಲಕ್ಷಣಗಳೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ಇರಬಹುದು ಅಥವಾ ಇಲ್ಲದಿರಬಹುದು. ಸಮಸೂತ್ರತೆಯೇ ಇಲ್ಲದ ಹರಳುಗಳು ಉಂಟು. ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಮಾತ್ರವಿರುವುದು. ಹೀಗೆಯೇ ಎಲ್ಲ ವಿಧದ ಸಮಸೂತ್ರಗಳಿರುವ ಹರಳುಗಳೂ ಉಂಟು. ಒಂದು ಹರಳಿನ ವಿವಿಧ ಸಮ ಸೂತ್ರ ಲಕ್ಷಣಗಳ ಮೊತ್ತವೇ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಂತಸ್ತು (Grade of symmetry).

ಸ್ಫಟಿಕ ರೂಪಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಸೂತ್ರತೆ : ಸ್ಫಟಿಕದ ಎಲ್ಲ ಮುಖಗಳಲ್ಲೂ ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಯಾವ ಸ್ಫಟಿಕದಲ್ಲೇ ಆಗಲಿ ಇವು ಸ್ಥಿರಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವುವು. ಇವು ಸ್ಫಟಿಕದ ಬಾಹ್ಯರೂಪ ಮತ್ತು ಭೌತ ಲಕ್ಷಣಗಳೆಲ್ಲವನ್ನೂ ನಿಯಮಕ್ಕೊಳಪಡಿಸುತ್ತವೆ.

ಸ್ಫಟಿಕ ರೂಪಗಳ ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಸ್ಫಟಿಕದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯ ಅಂತಸ್ತನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ. ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವೇ ಇಲ್ಲದ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮುಖವಿದ್ದರೆ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಸದೃಶ ಮುಖ ಮಾತ್ರ ಇರಲು ಸಾಧ್ಯ. ಇಂತಹ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ರೂಪವೂ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸದೃಶ ಮುಖಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿ ರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಒಂದೇ ಒಂದು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವಿದ್ದಪಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಎರಡು ಮುಖಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಮತ್ತೆರಡು ಸದೃಶ ಮುಖಗಳಿರಬೇಕಾಗುವುದು. ಹೀಗೆ ಸ್ಫಟಿಕ ರೂಪಗಳ ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಮಸೂತ್ರತೆಯ ಅಂತಸ್ತನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ.

ರೂಪಕೂಟ ಮತ್ತು ಸಮಸೂತ್ರತೆ : ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ತಾವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣ

ವಾಗಿ ಆವರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ. ಘನಾಕೃತಿಯ ರೂಪಗಳು ತಾವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸಿಕೊಂಡು ಸ್ವತಂತ್ರ ಅಸ್ತಿತ್ವ ಹೊಂದಿರಬಲ್ಲವು, ಆದರೆ ಇವು ಸಹ ಬೇರೆ ರೂಪಗಳ ಜೊತೆಯಲ್ಲಿರುವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ. ಹೀಗೆ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ರೂಪಗಳು ಜೊತೆಯಾಗಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ರೂಪಕೂಟವೆಂದು ಹೆಸರು. ರೂಪಕೂಟವು ಕೆಲವು ನಿಯಮಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ಏರ್ಪಡುವುದು.

1. ಸಮಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಂತಸ್ತಿನ ರೂಪಗಳು ಮಾತ್ರ ಕೂಟದಲ್ಲಿರಲು ಸಾಧ್ಯ. ಹರಳಿನಾದ್ಯಂತ ಏಕರೂಪದ ಅಣುಜೋಡಣೆಯಿರಲು ಇದು ಆವಶ್ಯಕ.

2. ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ರೂಪಗಳು ಮಿಲನಗೊಂಡಾಗ, ಅವುಗಳ ಅಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ಉದ್ದದಲ್ಲಿ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಸಮಾನತೆ ಇದ್ದು ಶುದ್ಧ ಸಮಾನತೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಸಮ ಉದ್ದದ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಿರುವ ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ಅಷ್ಟಮುಖಿಗಳು ಒಕ್ಕೂಟ (ರೂಪಕೂಟ)ವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಇಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ಷಣ್ಮುಖಿಯು ಅಷ್ಟಮುಖಿಯನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಅವೆರಡರ ಕೂಟವಾಗಲು ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಅಕ್ಷಗಳ ಉದ್ದವು ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಅಕ್ಷಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಕಡಿಮೆ ಇರಬೇಕು. ಇವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಬಹಳ ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ, ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಚಚ್ಚೌಕವಾದ ಆರು ಚಿಕ್ಕ (ಷಣ್ಮುಖಿ) ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಿಸುತ್ತವೆ ; ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಹೆಚ್ಚಿದರೆ, ಎರಡು ರೂಪಗಳೂ ಸಮಾನ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯತೆ ಪಡೆಯುತ್ತವೆ ಅಥವಾ ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಎಂಟು ಚಿಕ್ಕ ಮುಖಗಳು (ಅಷ್ಟಮುಖಿ) ಪಲ್ಲಟಿಸುತ್ತವೆ.

ಸ್ಫಟಿಕ ಸಮಸೂತ್ರತೆ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಸಮಸೂತ್ರತೆ : ಸ್ಫಟಿಕ ಸಮಸೂತ್ರ ಹರಳಿನ ಅಣುಜೋಡಣೆಯನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ. ಇದು ಸಮಾಂತರ ಸಪಾಟಗಳಲ್ಲಿ ಏಕರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳಿಂದ ಸ್ಫಟಿಕ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬೇಕು. ಸದೃಶ ಮುಖಗಳ ಗಾತ್ರ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಅಥವಾ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳಿಗೆ ಅವು ಇರುವ ದೂರಗಳಿಗೆ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯ ಇಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಮತ್ತು ವಿರೂಪಗೊಂಡಿರುವ ಅಷ್ಟಮುಖಿಗಳಿವೆ. ವಿರೂಪಗೊಂಡ ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳು ವಿರೂಪಗೊಂಡಿಲ್ಲದ ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳಷ್ಟೇ ಇರುವುದು. ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಕೊರೆತಗಳು ಸಹ, ಅವೆರಡು ಒಂದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

ಸ್ಫಟಿಕಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ : ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ 32 ವಿಧದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಗಳು ಮಾತ್ರ ಇರಲು ಸಾಧ್ಯವೆಂದು ಸಾಧಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಮಸೂತ್ರತೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಸ್ಫಟಿಕಗಳನ್ನು 32 ವರ್ಗಗಳಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದೆ. ಕೆಲವು ವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಖನಿಜಗಳು ಬಹಳ ವಿರಳ; ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಕೃತಕ ಲವಣಗಳು ಮಾತ್ರ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತವೆ. 32 ವರ್ಗಗಳನ್ನೂ, ಅವುಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆ ಮತ್ತು ಖನಿಜ ಮಾದರಿಗಳನ್ನೂ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸ. ಕೇಂದ್ರ	ಸಮಸೂತ್ರತೆಯ ಅಂತಸ್ತು ಸ. ಸಪಾಟಗಳು ಪ್ರ ಸ.	ದ್ವಿ.ಸ.	ಸ. ಅಕ್ಷಗಳು ii	iii	iv	vi		ವರ್ಗದ ಹೆಸರು	ಮಾದರಿ ಖನಿಜ
1	ಇದೆ	3	6	6	4	3	—	ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣ	ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಗೆಲಿನ ಮಾದರಿ
2	ಇದೆ	—	3	3	4	—	—		ಸಮಾನಾಂತರ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗ ಅಥವಾ ಪಂಚಭುಜೀಯ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಪಿರೈಟ್ ಮಾದರಿ
3	ಇಲ್ಲ	—	6	3	4	—	—		ಚತುರ್ಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಟೆಟ್ರಹೆಡ್ರೈಟ್
4	ಇಲ್ಲ	—	—	6	4	3	—		ಪ್ಲೇಜಿಯೊಹೆಡ್ರಲ್ ವರ್ಗ ಅಥವಾ ಗೈರಾಯ್ಡಲ್ ವರ್ಗ	ಕ್ಯುಪ್ರೈಟ್
5	ಇಲ್ಲ	—	—	3	4	—	—		ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿವರ್ಗ	ಉಲ್ಮನೈಟ್
6	ಇದೆ	1	4	4	—	1	—	ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣ	ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಜಿರ್ಕಾನ್
7	ಇಲ್ಲ	—	4	—	—	1	—		ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಅರೆರೂಪವರ್ಗ	ಅಯೊಡೊ ಸುಕ್ಸಿನಿಮೈಡ್
8	ಇದೆ	1	—	—	—	1	—		ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಷೀಲೈಟ್
9	ಇಲ್ಲ	—	—	—	—	1	—		ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿ ಅರೆರೂಪವರ್ಗ	ವುಲ್ಫೆನೈಟ್
10	ಇಲ್ಲ	—	2	3	—	—	—		ಸ್ಫೀನಾಯ್ಡಲ್ ವರ್ಗ	ಚಾಲ್ಕೊಪೈರೈಟ್
11	ಇಲ್ಲ	—	—	4	—	1	—		ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರಲ್ ವರ್ಗ	ನಿಕ್ಕಲ್ ಸಲ್ಫೇಟ್
12	ಇಲ್ಲ	—	—	1	—	—	—		ಸ್ಫೀನಾಯ್ಡಲ್ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ	$2CaOAl_2O_3 \cdot SiO_2$ (ಕೃತಕ ಲವಣ)

ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸ. ಕೇಂದ್ರ	ಸಮಸೂತ್ರತೆಯ ಅಂತಸ್ತು: ಸ. ಸಪಾಟಗಳು ಪ್ರ.ಸ.	ದ್ವಿ.ಸ.	ಸ. ಅಕ್ಷಗಳು ii	iii	iv	vi		ವರ್ಗದ ಹೆಸರು	ಮಾದರಿ ಖನಿಜ
13	ಇದೆ	1	6	6	—	—	1		ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಬೆರಿಲ್ ಮಾದರಿ
14	ಇಲ್ಲ	—	6	—	—	—	1		ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ	ಜಿಂಕೈಟ್
15	ಇದೆ	1	—	—	—	—	1		ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿವರ್ಗ ಅಥವಾ ತ್ರಿಗೋಪುರವರ್ಗ	ಅಪಟೈಟ್
16	ಇಲ್ಲ	—	—	—	—	—	1		ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ	ನೆಫೆಲೈಟ್
17	ಇಲ್ಲ	—	—	6	—	—	1		ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರಲ್ ವರ್ಗ	β ಬೆಣಚು
18	ಇದೆ	1	3	3	1	—	—	ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣ	ತ್ರಿಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಬೆನಿಟಾಯಟ್
19	ಇಲ್ಲ	1	—	—	1	—	—		ತ್ರಿಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಡೈಸಿಲ್ವರೊ ಆರ್ಥೊಫಾಸ್ಫೇಟ್
20	ಇದೆ	—	3	3	1	—	—		ವಜ್ರಮುಖಿವರ್ಗ	ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್
21	ಇಲ್ಲ	—	3	—	1	—	—		ವಜ್ರಮುಖೀಯ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ	ಟೂರ್ಮಲಿನ್
22	ಇದೆ	—	—	—	1	—	—		ತ್ರೈವಜ್ರಮುಖಿವರ್ಗ ಅಥವಾ ವಜ್ರಮುಖೀಯ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿವರ್ಗ	ಫೆನಾಸೈಟ್
23	ಇಲ್ಲ	—	—	3	1	—	—		ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರಲ್ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿವರ್ಗ	α ಬೆಣಚು

24	ಇಲ್ಲ	—	—	—	1	—	—		ತ್ರಿಮುಖ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖೀಯ ಅರೆರೂಪವರ್ಗ	ಸೋಡಿಯಂ ಪೆರಿಯಾಡೇಟ್
25	ಇದೆ	—	3	3	—	—	—	ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್	ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಬೆರೈಟ್ ಮಾದರಿ
26	ಇಲ್ಲ	—	2	1	—	—	—		ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್ ಅರೆರೂಪವರ್ಗ	ಕ್ಯಾಲಮೀನ್
27	ಇಲ್ಲ	—	—	3	—	—	—		ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್ ಸ್ಫೀನಾಯ್ಡ್ಲ್ ವರ್ಗ	ಎಪ್ಸೊನೈಟ್
28	ಇದೆ	—	1	1	—	—	—	ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್	ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಜಿಪ್ಸಂ ಮಾದರಿ
29	ಇಲ್ಲ	—	—	1	—	—	—		ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ	ಟಾರ್ಟಾರಿಕ್ ಆಮ್ಲ
30	ಇಲ್ಲ	—	1	—	—	—	—		ಕ್ಲೆನೊಹೆಡ್ರಲ್ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ	ಕ್ಲೈನೊಹೆಡ್ರೈಟ್
31	ಇದೆ	—	—	—	—	—	—	ಟ್ರೈಕ್ಲೈನಿಕ್	ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ	ಆಕ್ಸಿನೈಟ್ ಮಾದರಿ
32	ಇಲ್ಲ	—	—	—	—	—	—		ಸಮಸೂತ್ರರಹಿತ ವರ್ಗ	ಕ್ಯಾಲ್ಸಿಯಂ ಥಯೋಸಲ್ಫೇಟ್

ಸ. ಕೇಂದ್ರ = ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ; ಸ. ಸಪಾಟಗಳು = ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ; ಸ. ಅಕ್ಷಗಳು = ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ;
ಪ್ರ. ಸ. = ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ; ದ್ವಿ. ಸ. = ದ್ವಿತೀಯಕ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ; ii = ಇಮ್ಮಡಿ ;
iii = ಮುಮ್ಮಡಿ, iv = ನಾಲ್ಮಡಿ, vi = ಆರ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು.

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು (Crystallographic Axes)

ಹರಳುಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೂಪವನ್ನೂ, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವನ್ನೂ ವರ್ಣಿಸುವುದು ಅಗತ್ಯ. ಇವನ್ನು ಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ನಿಷ್ಕೃಷ್ಟವಾಗಿ ತಿಳಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು ಈ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕವಾಗುವೆ.

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳೆಂದರೇನು ?

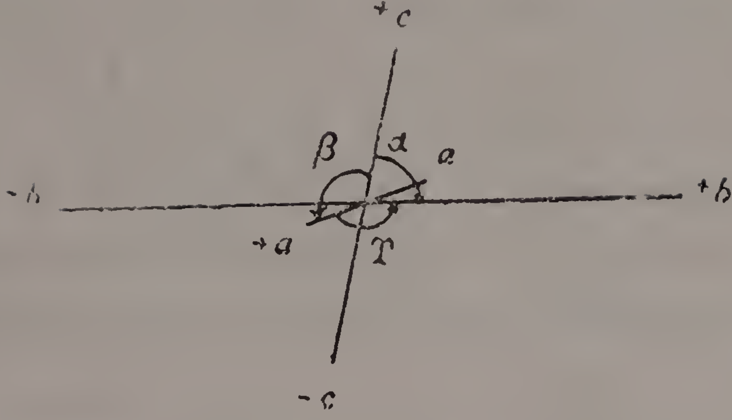
ಇವು ಹರಳಿನ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ಮೂರು ಅಥವಾ ನಾಲ್ಕು ಊಹಾ ರೇಖೆಗಳು. ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಎದುರುಬದುರಾಗಿರುವ ಸದೃಶ ಮುಖಗಳ, ಏಣುಗಳ ಅಥವಾ ಘನಕೋನಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುತ್ತವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಇವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ತಾಳೆ ಬೀಳುತ್ತವೆ.

ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ಉದ್ದ ಸಮವಾಗಿರಬಹುದು, ಅಥವಾ ಕೆಲವು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ಉದ್ದ ಅಸಮವಾಗಿರಬಹುದು, ಇಲ್ಲವೆ ಎಲ್ಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳೂ ಅಸಮವಾಗಿರಲೂಬಹುದು. ಇದೇ ರೀತಿ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳೆಲ್ಲ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಬಹುದು ; ಹಾಗೇ ಛೇದಿಸದೆ, ಕೆಲವು ಮಾತ್ರ ಓರೆಯಾಗಿರಬಹುದು ಇಲ್ಲವೆ ಎಲ್ಲ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಓರೆಯಾಗಿರಬಹುದು. ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಛೇದನ ಕೋನಗಳ ನಿರೂಪಣೆಯೇ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಲಕ್ಷಣಗಳು (Axial Characters) ಈ ಲಕ್ಷಣಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಸ್ಫಟಿಕಗಳನ್ನು 6 ಪ್ರಮುಖ ಗಣಗಳನ್ನಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಬಹುದು.

ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣುವ ವಿವಿಧ ರೂಪಗಳ ಮುಖಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲಿಸಲು ಅವುಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಘನಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಪ್ರಕಾರ ಮುಖಗಳು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳೊಡನೆ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಬಂಧ ಅವುಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತದೆ.

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಮುಖದ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಅದು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಸಂಬಂಧಕ ದೂರಗಳಿಂದ ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು ಉದ್ದದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರಬಹುದು ; ಇಲ್ಲವೇ ಅಸಮವಾಗಿರಲೂಬಹುದು. ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರಬಹುದು ಇಲ್ಲವೇ ಓರೆಯಾಗಿರಬಹುದು.

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು ಅಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಲಂಬಾಕ್ಷವನ್ನು 'c' ಎಂಬ ಸಂಕೇತದಿಂದಲೂ ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಹಾಯುವ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು 'b' ಸಂಕೇತದಿಂದಲೂ ಹಿಂದು ಮುಂದಕ್ಕೆ ಹಾಯುವ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು 'a' ಸಂಕೇತದಿಂದಲೂ ಗುರುತಿಸುವುದು ವಾಡಿಕೆ. ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ಒಂದು ತುದಿಯನ್ನು ಧನ (+) ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದಲೂ, ಮತ್ತೊಂದು ತುದಿಯನ್ನು ಋಣ (—) ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದಲೂ ಗುರುತಿಸಲಾಗುವುದು.



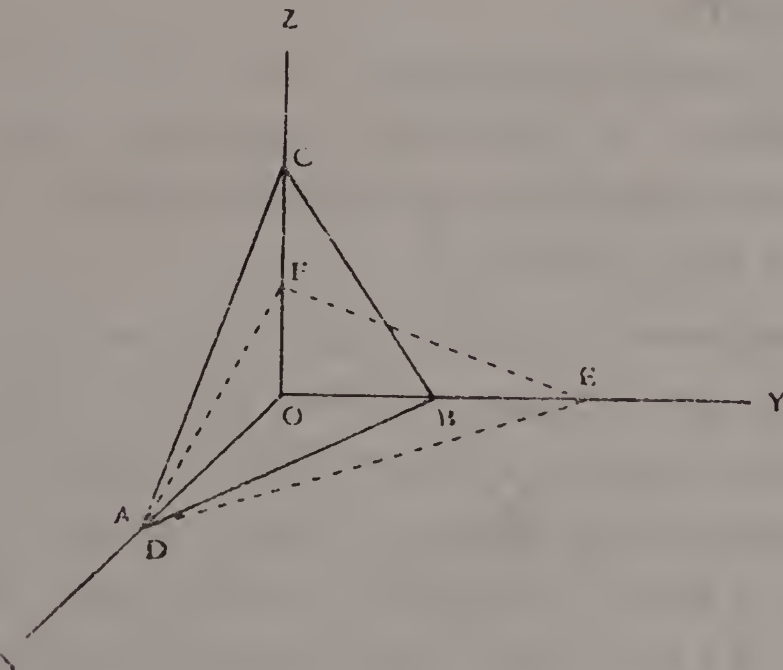
ಮೂರು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳೂ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ 'a' ಅಕ್ಷರವೇ ಗುರುತಿಸುತ್ತದೆ. ಎರಡು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದು, ಒಂದು ಅಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ; ಸಮ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು 'a' ಯಿಂದಲೂ, ಅಸಮ ಅಕ್ಷವನ್ನು 'c' ಯಿಂದಲೂ ಗುರುತಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅಕ್ಷಛೇದಗಳು ಆಯಾಕಾರವಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಗ್ರೀಕ್ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಗುರುತಿಸಲಾಗುವುದು.

$$+b \wedge +c = \alpha, \quad +a \wedge +c = \beta \text{ ಮತ್ತು } +a \wedge +b = \gamma$$

ಎರಡು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಸಮತಲಗಳಿಗೆ ವ್ಯಾಸಸಮತಲ(Diametral Planes) ಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವು ಸ್ಫಟಿಕವನ್ನು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ 12 ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿಯೂ (ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ), ಉಳಿದ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ 8 ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿಯೂ (ಅಷ್ಟಮಾಂಶ) ವಿಭಜಿಸುತ್ತವೆ.

ಪ್ರಸಕ್ತ ನಿಯತಾಂಕಗಳು (Parameters)

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ದೂರಗಳಿಗೆ ಪ್ರಸಕ್ತ ನಿಯತಾಂಕಗಳೆಂದು



ಹೆಸರು. ಅವುಗಳನ್ನು ಮಾನದಂಡದ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲಾಗುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ABC ಎಂಬ ಮುಖವು X, Y ಮತ್ತು Z ಎಂಬ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಮಾನಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವುದೆಂದು ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. DEF ಎಂಬ ಮತ್ತೊಂದು ಮುಖದ ಸ್ಥಾನವನ್ನು, OD, OE ಮತ್ತು OF ಗಳ ದೂರಗಳು ಗೊತ್ತಿದ್ದರೆ, OA, OB ಮತ್ತು OC ಗಳ ಪ್ರಮಾಣಗಳಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಹೋಲಿಸಿ ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ OD = OA, OE = 2 OB ಮತ್ತು OF = 1/2 OC. $\frac{OD}{OA} = 1; \frac{OE}{OB} = 2; \frac{OF}{OC} = 1/2$, ಈ ಭಾಗಲಬ್ಧಗಳೇ DEF ಮುಖದ ಪ್ರಸಕ್ತ ನಿಯತಾಂಕಗಳು.

X, Y ಮತ್ತು Z ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು a, b ಮತ್ತು c ಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, ಯಾವುದೇ ಮುಖದ ಚಿಹ್ನೆ na : pb : mc ಆಗುವುದು. ಇಲ್ಲಿ n, p ಮತ್ತು m ಗಳು ಆ ಮುಖದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಘಾತವುಳ್ಳ ನಿಯತಾಂಕಗಳು.

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಛೇದಗಳ ಗುಣ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿಲ್ಲದೆ ಮುಖಗಳು ಅತ್ತ ಅಥವಾ ಇತ್ತ ಸರಿಯಬಹುದು. ಆದುದರಿಂದ ಮೂರು ನಿಯತಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಮಾನವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, ಮುಖದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು na : b : mc ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು.

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಮಾನದೂರದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪವನ್ನು ಮಾನರೂಪ (Unit Form) ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುವುದು. ಅದೇ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಉಳಿದ ರೂಪಗಳ ಮುಖಗಳ ನಿಯತಾಂಕಗಳನ್ನು ಇವುಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಸಬಹುದು.

ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು

ಸ್ಫಟಿಕದ ಮುಖಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲಿಸಲು ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು. ಈ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವ ಪದ್ಧತಿಗಳು ಅನೇಕ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಯತಾಂಕಗಳು ಅಥವಾ ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಆಧಾರಗಳ ಮೇಲೆ ರೂಪಿತವಾದ ಪದ್ಧತಿಗಳು ಹೆಚ್ಚು ರೂಢಿಯಲ್ಲಿವೆ.

ವೈಸ್‌ರವರ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ : ಇದು ಬಹು ಹಿಂದೆಯೇ ರೂಪಿತವಾದ ಪದ್ಧತಿ. ಇದನ್ನು ಬಹು ಸುಲಭವಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಮೊದಲು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರೆಯಲಾಗುವುದು (ಹಿಂದು ಮುಂದಿನ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಅಕ್ಷರ ಮೊದಲು, ಅನಂತರ ಎಡಬಲದ, ಕೊನೆಯದಾಗಿ ಲಂಬಾಕ್ಷವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬೇಕು). ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳೆಲ್ಲ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ; a : a : a ಎಂದೂ, ಎರಡು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, a : a : c ಎಂದೂ,

ಮೂರೂ ಅಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ a : b : c ಎಂದೂ ನಿರೂಪಿಸಲಾಗುವುದು.

ಈ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಅವುಗಳ ನಿಯತಾಂಕ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು (ಅಂಕೆಗಳಲ್ಲಿ) ಲಗತ್ತಿಸ ಬೇಕು. ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯತಾಂಕ ನಿರೂಪಣೆಯಲ್ಲಿ 'c' ಅಕ್ಷದ ನಿಯತಾಂಕ ವನ್ನು m ಅಕ್ಷರದಿಂದಲೂ, ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆ ಮೌಲ್ಯವುಳ್ಳ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಮಾನವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, ಉಳಿದ ನಿಯತಾಂಕವನ್ನು n ಅಕ್ಷರದಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸಲಾ ಗುವುದು.

ಲಂಬಾಕ್ಷದ ನಿಯತಾಂಕ ಮೌಲ್ಯವು ಮಾನ ಅಕ್ಷದ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರ ಬಹುದು, ಆದರೆ ಅದೇ ಮಾನವಾಗಲಾರದು. ಆದುದರಿಂದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ na : b : mc ಅಥವಾ a : nb : mc ಆಗಬಲ್ಲುದೇ ಹೊರತು, na : mb : c ಆಗಲಾರದು. ಆದುದರಿಂದ n ನಿಯತಾಂಕ ಮೌಲ್ಯ ಒಂದರಿಂದ ಅನಂತದವರೆಗೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಹೊಂದುವುದು ; m ನಿಯತಾಂಕದ ಮೌಲ್ಯ, ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಅನಂತದ ವರೆಗೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಹೊಂದುವುದು. ನಿಯತಾಂಕ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಅಂಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯು ವಾಗ, ಅವನ್ನು ಏಕಮಾನ ನಿಯತಾಂಕದ ಪ್ರಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಒಂದು ಮುಖ 'a' ಅಕ್ಷವನ್ನು 1/2″, 'b' ಅಕ್ಷವನ್ನು 1/3″ ಮತ್ತು 'c' ಅಕ್ಷವನ್ನು 1″ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ, ಅದರ ಸಂಕೇತವನ್ನು $\frac{1}{2}$ a: $\frac{1}{3}$b : c ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗುವುದು.

ಮುಖವು ಒಂದು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವು ಗಳ ನಿಯತಾಂಕಗಳನ್ನು ಅನಂತತೆಯ ಚಿಹ್ನೆ (∞) ಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಉದಾಹರಣೆ, ಒಂದು ಮುಖವು 'a' ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, b ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಏಕಮಾನ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ, ಆ ಮುಖದ ಸಂಕೇತ ∞ a: b : c ಆಗುವುದು. ಅದು ಲಂಬಾಕ್ಷ ಮತ್ತು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರ ವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಸಂಕೇತ ∞ a : b : ∞ c ಆಗುತ್ತದೆ. ಒಂದುವೇಳೆ ಅದು ಸಮ ತಲ ಅಕ್ಷಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಲಂಬಾಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದರೆ, ಅದರ ಸಂಕೇತವು ∞ a: ∞ b : c ಆಗುವುದು. ಆದರೆ ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದ ರೊಂದನ್ನು ಮಾನವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲೇಬೇಕಾದುದರಿಂದ, ಎಲ್ಲ ಅಕ್ಷಗಳ ನಿಯತಾಂಕ ಗಳನ್ನು ಅನಂತತೆ (∞) ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲಾಗುವುದು. ಹೀಗಾಗಿ ಆ ಮುಖದ ಸಂಕೇತ a : b : oc ಆಗುವುದು.

ಮುಖಗಳು ಎಲ್ಲ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಏಕಮಾನದೂರಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಸಂಧಿಸಿದರೆ, ಆಗ ಆಗ ನಿಯತಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಪ್ರಮೇಯವೇ ಇಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಐಸೊ ಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳು ಅಕ್ಷಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಮಾನದೂರಗಳಲ್ಲಿ

ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಸಂಕೇತ a : a : a ಆಗುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ ಇತರ ಗಣಗಳ ಕೆಲವು ಗೋಪುರಗಳು ಅಕ್ಷಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಏಕಮಾನ ದೂರಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಸಂಕೇತ a : a : c ಅಥವಾ a : b : c ಆಗುವುದು.

ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ (Naumann) :

ಇದು ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿಯ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತರೂಪ. ಇದರಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಿಡಲಾಗುವುದು. ನಿಯತಾಂಕ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಒಂದು ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗುವುದು. ನಿಯತಾಂಕ ಮಾನಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ 'O' ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದಲೂ, ಉಳಿದ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ 'P' ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು.

ಮೊದಲು ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನೂ, ಅನಂತರ ಏಕಮಾನ ನಿಯತಾಂಕ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು, ಕೊನೆಯದಾಗಿ ಉಳಿದ ಸಮತಲ ಅಕ್ಷದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನೂ ಬರೆಯಲಾಗುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ na : a : ma ಎಂಬ ಸಂಕೇತವನ್ನು mOn ಎಂದೂ na : a : mc ಎಂಬ ಸಂಕೇತವನ್ನು mPn ಎಂದೂ, na : b mc ಯನ್ನು mPn ಎಂದೂ ಬರೆಯಲಾಗುವುದು.

ಎರಡು ಅಕ್ಷಗಳ ನಿಯತಾಂಕ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಏಕಮಾನ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ನಿಯತಾಂಕ ಮೌಲ್ಯದಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ a : a : ma ಎಂಬ ಸಂಕೇತವನ್ನು mO ಎಂದೂ, ∞ a : a : a ಯನ್ನು O ∞ ಎಂದೂ, na : b : c ಯನ್ನು Pn ಎಂದೂ, a : b : mc ಯನ್ನು mp ಎಂದೂ ಬರೆಯಲಾಗುವುದು.

ಎಲ್ಲ ಅಕ್ಷಗಳ ನಿಯತಾಂಕ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಮುಖದ ಸಂಕೇತವು ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ 'O' ಎಂಬ ಒಂದೇ ಅಕ್ಷರದಿಂದಲೂ, ಉಳಿದ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ 'P' ಎಂಬ ಒಂದೇ ಅಕ್ಷರದಿಂದಲೂ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಡುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ a : a : a ಎಂಬುದು 'O' ಆಗುವುದು. a : a : c ಮತ್ತು a : b : c ಗಳು 'p' ಆಗುತ್ತವೆ.

ಮುಖವು ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಯಾ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅನಂತತೆಯ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ∞ a : a : ∞ a ಸಂಕೇತವು ∞ O ∞ ಆಗುವುದು; ∞ a : b : ∞ c ಯು ∞ P ∞ ಆಗುವುದು ; ∞ a : b : c ಯು P ∞ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಒಂದುವೇಳೆ ಮುಖವು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆಲ್ಲ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು,

ಲಂಬಾಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದರೆ ವೈಸ್ ಪದ್ಧತಿಯಂತೆ ಅದರ ಸಂಕೇತ a : b : oc ಆಗುವುದು. ನೌಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಅದು op ಆಗುವುದು.

ಡಾನಾ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ : ಜೆ. ಡಿ. ಡಾನಾ ಅವರು ನೌಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತಗೊಳಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಏಕಮಾನ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕೂಡುಗೆರೆ (Hyphen) (-) ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದಲೂ [ನೌಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯ 'O' ಮತ್ತು 'P' ಅಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಬದಲು (–) ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ]. ∞ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು i ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಲಂಬಾಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಅನಂತತೆ ಇದ್ದರೆ ಅದನ್ನು I ಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು.

∞ o ∞	i – i
∞ o	I

ಎಲ್ಲ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಏಕಮಾನದೂರದಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದರೆ ಅದನ್ನು 1ರಿಂದಲೂ ಲಂಬಾಕ್ಷ ಮತ್ತು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಮಾತ್ರ ಮಾನದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ, ಅದನ್ನು 1– ಇಂದಲೂ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದು.

ವೈಸ್	ನೌಮನ್	ಡಾನ
a : a : a	O	1
a : a : c	P	1
a : b : c	P	1
∞ a : b · c	P∞	1-i
3a : b : c	P3	1-3
a : b : 3c	3P	3
a : b : mc	mp	m

ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗಿವೆ.

∞ a : ∞ b : c	OP	O
∞ a : ∞ a : c	OP	O

ಘಾತಸೂಚಿಗಳು (Indices)

ನಿಯತಾಂಕಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಘಾತಸೂಚಿಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಮುಖಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಇವುಗಳಿಂದಲೂ ಉತ್ತಮ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು. ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಇವು ನಿಯತಾಂಕಗಳಿಗಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಅನುಕೂಲಕರವಾದುದರಿಂದ, ಹೆಚ್ಚು ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿವೆ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಿಡಲಾಗುವುದು. ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ಕ್ರಮಾನುಸಾರವಾಗಿ ಬರೆಯಲಾಗುವುದು. ಮಾನಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಅಂಕೆ (1) ರಿಂದಲೂ ಅನಂತತೆಯನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದಲೂ (0) ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ

a : a : a ಎಂಬಸಂಕೇತವು 111 ಆಗುವುದು. ಇವನ್ನು 'ಒಂದು ಒಂದು ಒಂದು' ಎಂದು ಓದಬೇಕು. a : a : ∞ a ಸಂಕೇತ 110 ಮತ್ತು a : ∞ a : ∞ aಯು 100 ಆಗುವುದು. ಇವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಒಂದು ಒಂದು ಸೊನ್ನೆ ಎಂದು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸೊನ್ನೆ ಸೊನ್ನೆ ಎಂದು ಓದಬೇಕು. ಭಿನ್ನಾಂಕಗಳಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ಬರೆಯಲಾಗುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ a : 2b : ∞ c ಎಂಬ ಸಂಕೇತವ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಸಂಖ್ಯೆ 1, $\frac{1}{2}$, 0 ಆಗುವುದು. ಇವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದರೆ 210 ಆಗುವುದು. ಘಾತಸೂಚಿಯ ಅಂಕೆ ಹೆಚ್ಚಿದಷ್ಟೂ ಅದು ಮಾನಮೌಲ್ಯಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರವಿರುವುದು ; ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದಷ್ಟೂ ಅನಂತತೆಗೆ ಸಮೀಪವಿರುವುದು. a ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯತಾಂಕಗಳಾದ n ಮತ್ತು m ಗಳನ್ನು h ಮತ್ತು l ಘಾತಸೂಚಿಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. k ಯು 'b' ಅಕ್ಷದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಘಾತಸೂಚಿ. ಆದುದರಿಂದ na : a : ma, na : a : mc ಮತ್ತು na : b : mc ಗಳನ್ನು h k lಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್‌ಗಣದ ಮೂರನೆಯ ಸಮತಲ ಅಕ್ಷದ ನಿಯತಾಂಕಗಳನ್ನು $\bar{i}$ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ na : a : ra : mc ಸಂಕೇತ $hk\bar{i}l$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಮತ್ತು ಎರಡನೆ ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಮೊತ್ತ ಮೂರನೆಯ ಸಮತಲ ಅಕ್ಷದ ಘಾತಸೂಚಿಗೆ ಸಮವಾಗಿರುವಂತೆ ಸರಿಹೊಂದಿಸಲಾಗುವುದು.

ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಯುಕ್ತಿಪ್ರಮಾಣ ನಿಯಮ

(Law of Rational Indices)

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು, ನಿಯತಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಗಣಿತದ ಸರಳ ಪ್ರಮಾಣದ ನಿಯಮವನ್ನು (Law of Simple Mathematical ratio) ನಿರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಯುಕ್ತಿಪ್ರಮಾಣ ನಿಯಮ ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಛೇದಗಳ ಮಾನದ ಅನಂತ, ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮ ಅಪವರ್ತ್ಯವುಳ್ಳ ಮುಖಗಳು ಮಾತ್ರ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

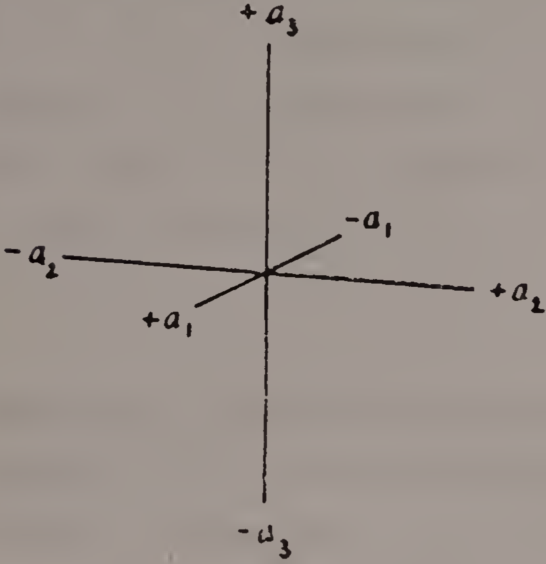
ಒಂದೇ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಮುಖಗಳ ಪ್ರಮಾಣ ಯುಕ್ತಿಪೂರ್ವಕವಾಗಿರುವುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು, ಸರಳ ಭಿನ್ನಾಂಕಗಳು ಅಥವಾ ಅನಂತತೆಯ ಚಿಹ್ನೆ (0) ಗಳಿಂದ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಗಳು (Crystal Systems)

32 ವಿಧದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದ ಹರಳುಗಳನ್ನೆಲ್ಲ 6 ತಂಡಗಳ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಬಹುದು. ಒಂದು ತಂಡಕ್ಕೆ ನಿರ್ದೇಶಿತವಾದ ಹರಳುಗಳೆಲ್ಲ

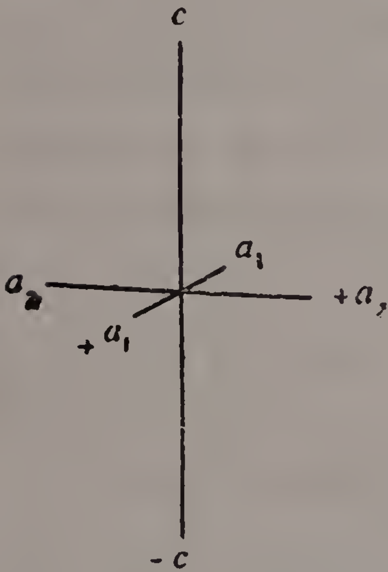
ಅವುಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆ ಭಿನ್ನವಾಗಿದ್ದರೂ ಒಂದೇಗಣಕ್ಕೆ ಸೇರಿವವು. ಹೀಗೆ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಲಕ್ಷಣಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಹರಳುಗಳನ್ನೆಲ್ಲ 6 ಗಣಗಳಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಬಹುದು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗಣವೂ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವರ್ಗಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡಿದೆ.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ (ಸಮಪ್ರಮಾಣ ಅಕ್ಷಗಳ ಗಣ)



ಈ ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಮೂರು ಸಮ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ಅಕ್ಷಗಳು a : a : a ಎಂದು ಅಂಕಿತವಾಗಿವೆ. ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳೂ ಸಮಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಕೋನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು $a \wedge a \wedge a = 90°$ ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲಾಗುವುದು.

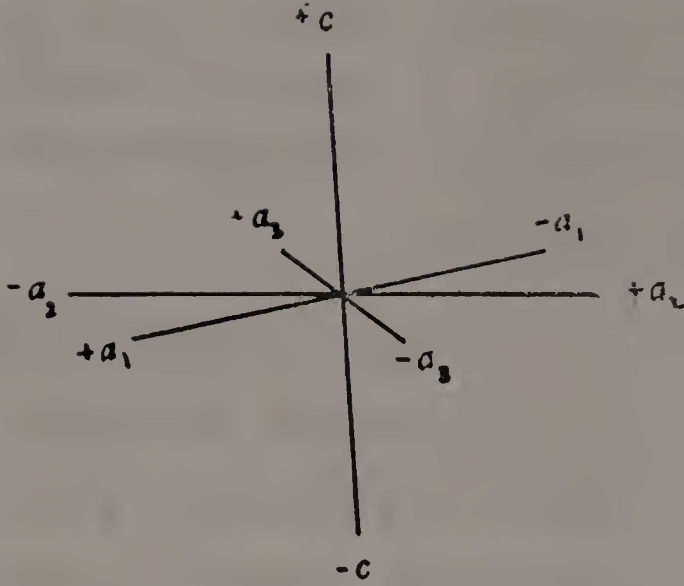
ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್



ಈ ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನೂ ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಅಕ್ಷಗಳು. ಇನ್ನೊಂದು ಅಸಮ ಅಕ್ಷ. ಇವು a : a : c ಎಂಬ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಅಂಕಿತವಾಗಿ ಅಸಮ ಅಕ್ಷವು (c ಅಕ್ಷ) ಸಮಅಕ್ಷಗಳಿಗಿಂತ ಉದ್ದವಾಗಿ, ಅಥವಾ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರಬಹುದು. ಇದು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಸಮ ಅಕ್ಷಗಳು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಕೋನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು $a \wedge a \wedge c = 90°$ ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲಾಗುವುದು.

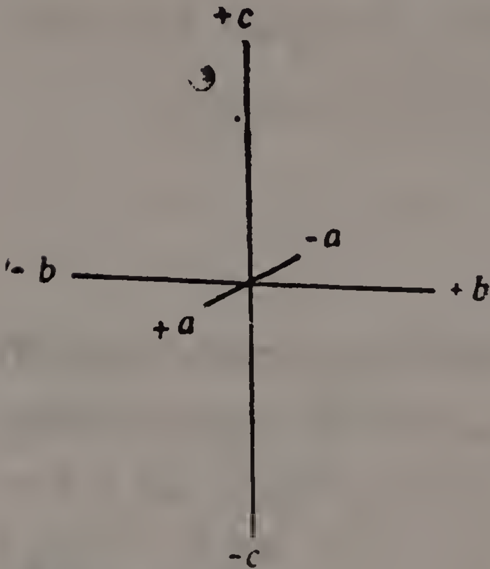
ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್

ಈ ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಮ ಅಕ್ಷಗಳು, ಇನ್ನೊಂದು ಅಸಮ ಅಕ್ಷ. ಇವು a : a : a : c ಎಂಬ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಅಂಕಿತವಾಗಿವೆ. ಅಸಮ ಅಕ್ಷವು (c ಅಕ್ಷ) ಸಮಅಕ್ಷಗಳಿಗಿಂತಲೂ ಉದ್ದವಾಗಿ ಇಲ್ಲವೇ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರಬಹುದು. ಇದು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು.



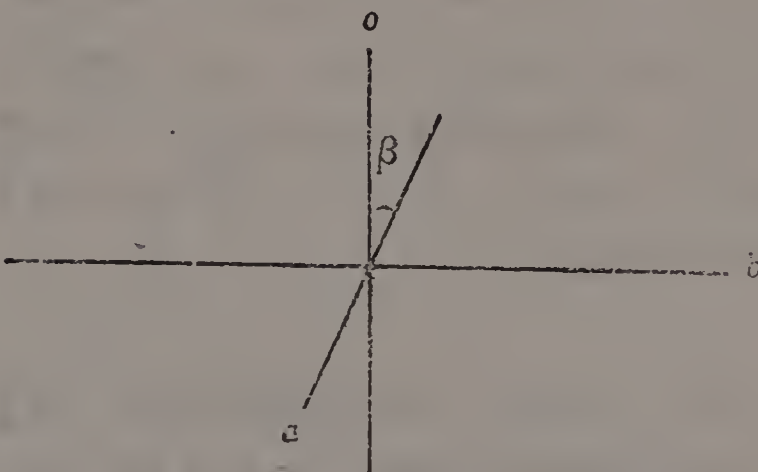
ಸಮ ಅಕ್ಷಗಳು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ 60° ಅಥವಾ 120° ಯಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. c ಅಕ್ಷ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಕ್ಷವನ್ನೂ 90° ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳ ಕೋನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು $a \wedge a \wedge a = 60°$ ಅಥವಾ 120°; $a \wedge c = 90°$ ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲಾಗುವುದು.

ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್



ಈ ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಮೂರು ಅಸಮ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಇವುಗಳು $\breve{a} : \bar{b} : c$ ಎಂಬ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಅಂಕಿತವಾಗಿವೆ. ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಅಕ್ಷ ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು, ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದು 'a' ಅಕ್ಷವೂ ಉಳಿದುದು 'b' ಅಕ್ಷವೂ ಆಗುವುವು. ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಕೋನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು $a \wedge b \wedge c = 90°$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು.

ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್

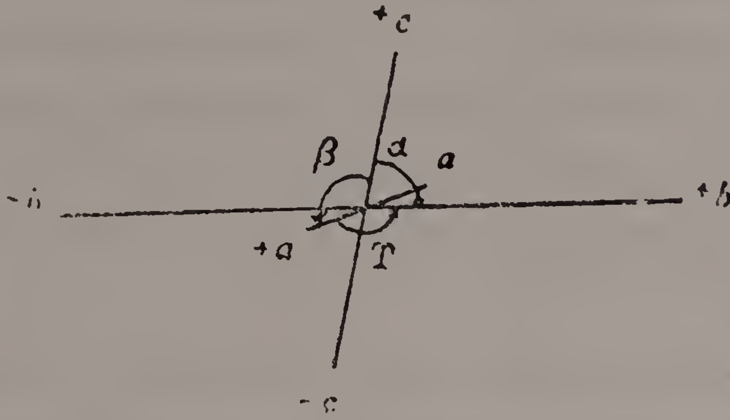


ಈ ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಮೂರು ಅಸಮ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಇವುಗಳು $\acute{a} : \bar{b} : c$ ಎಂಬ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಅಂಕಿತವಾಗಿವೆ. 'a' ಅಕ್ಷವು ಓರೆಯಾಗಿದೆ; 'a' ಮತ್ತು 'c' ಅಕ್ಷಗಳು ಅಸಮಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಇವೆರಡೂ 'b' ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಮಕೋನದಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಕೋನಸಂಬಂಧವನ್ನು $a \wedge c \neq 90°$; $a \wedge b = 90°$ ಮತ್ತು $b \wedge c = 90°$

ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ಗಣದ ಒಂದೇ ಒಂದು(ದ್ವಿತೀಯಕ)ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ 'a' ಮತ್ತು 'c' ಅಕ್ಷಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವುದು. ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷ 'b' ಅಕ್ಷವಾಗುವುದು.

ಟ್ರೈಕ್ಲೈನಿಕ್

ಈ ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಮೂರು ಅಸಮ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಇವುಗಳು $\acute{a} : \grave{b} : c$ ಎಂಬ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಅಂಕಿತವಾಗಿವೆ. ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳೂ ಪರಸ್ಪರ ಅಸಮ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಕೋನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು $a \wedge b \wedge c \neq 90^\circ$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು.



ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಮತ್ತು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರಸಪಾಟವೂ, ಅದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವೂ ಇವೆ. ಇದು ಅಸಮ ಅಕ್ಷ ; ಇದೇ ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಉಳಿದವು ಸಮ ಅಕ್ಷಗಳು. ಆದುದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಸಮ ದ್ವಿಪ್ರಮಾಣ ಅಕ್ಷಗಳ ಗಣಗಳು (Isodimetric systems) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್, ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಮತ್ತು ಟ್ರೈಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣಗಳನ್ನು ಅಸಮ ಪ್ರಮಾಣ ಅಕ್ಷಗಳ ಗಣಗಳು (Anisometric systems) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗಣದಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ವರ್ಗದ ಹರಳುಗಳು ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೂಪವೂ ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸದೃಶ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿರುತ್ತದೆ. ಕೊನೆಯದಾಗಿ ಇವು ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ರೂಪುಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗಗಳು (Holohedral classes) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಉಳಿದ ವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಹರಳುಗಳ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ಕಡಿಮೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸದೃಶ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿರುವುವು. ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ರೂಪಗಳ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ ತೋರುವ, ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಅರ್ಧಸಂಖ್ಯೆಯ ಸದೃಶ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ

ಗಳಿಗೆ ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪಗಳು (Hemihedral forms) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಈ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗಗಳು ಎನ್ನಬಹುದು.

ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ವರ್ಗಗಳ ಹರಳುಗಳ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ರೂಪಗಳ ಮುಖಸಂಖ್ಯೆಯ ಕಾಲುಭಾಗದಷ್ಟು ಸದೃಶ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿರುವುವು. ಈ ಮುಖಗಳು ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪಗಳ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ ತೋರುವುವು. ಇವುಗಳನ್ನು ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ರೂಪ (Tetartohedral forms)ಗಳು ಎಂದೂ, ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ರೂಪವೊಂದರ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧದಷ್ಟನ್ನು ದಮನ ಮಾಡಿ, ಉಳಿದರ್ಧದಷ್ಟನ್ನು ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಧಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೆ, ಅದು ಅರೆಮುಖಿಯಾಗಿ ಮಾರ್ಪಡುವುದು. ಆದರೆ ಪೂರ್ಣಮುಖಿರೂಪದ ಯಾವುದಾದರೂ ಅರ್ಧಭಾಗದಷ್ಟು ಮುಖಗಳನ್ನು ದಮನಿಸಿ, ಉಳಿದವುಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೆ ಅರೆಮುಖಿಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಅವು ಸಮಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆ, ಕೋನ ಮತ್ತು ದೂರ (ಕೇಂದ್ರದಿಂದ) ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ ಮಾತ್ರ ಅರೆಮುಖಿಯಾಗಿ ಮಾರ್ಪಡಬಲ್ಲದು.

ನಾವು ದಮನಿಸಲು ಅರ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮುಖಗಳನ್ನು ನಾನಾ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಆರಿಸಬಹುದು. ಅವುಗಳಪೈಕಿ ಪರ್ಯಾಯ ಮುಖ ದಮನ, ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿ ಮುಖ ದಮನ ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ಅಷ್ಟಮಾಂಶ (ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಪರ್ಯಾಯ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ) ದಮನಗಳಿಂದ ಮಾತ್ರ ಅರೆಮುಖಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪವನ್ನು ಪರ್ಯಾಯ ಮುಖ ದಮನಕ್ಕೊಳಪಡಿಸಿದಾಗ, ಆ ರೂಪದ ಅರ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸದೃಶಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ಎರಡು ರೂಪಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪದ ಸಂಕೇತವನ್ನು ತೋರುವುದು. ಈ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವಾಗಲಿ ಮತ್ತು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳಾಗಲಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಪ್ರತಿಬಿಂಬ ರೂಪಗಳು ; ಒಂದನ್ನು ಎಷ್ಟು ತಿರುಗಿಸಿದರೂ ಮತ್ತೊಂದರ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ತರಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ಇವು ಅಸಮಂಜಸ (Enantiomorphous forms) ರೂಪಗಳು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಎಡರೂಪವೆಂದೂ, ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಬಲರೂಪವೆಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುವುದು. ಈ ಬಗೆಯ ದಮನವನ್ನು γ ಎಂಬ ಗ್ರೀಕ್ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪವನ್ನು ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿಮುಖ ದಮನ ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ಅಷ್ಟಮಾಂಶ ಅಥವಾ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ ದಮನಗಳಿಗೊಳಪಡಿಸಿದರೆ, ಆ

ರೂಪದ ಅರ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸದೃಶ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ, ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ಎರಡು ಸಮಂಜಸ ರೂಪಗಳು (Congruent forms) ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ ತೋರುವುದು. ಈ ರೂಪಗಳು ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಪರಸ್ಪರ ಭಿನ್ನವಾಗಿರುವುವು. ಒಂದನ್ನು 90° ಯಷ್ಟು ತಿರುಗಿಸಿದರೆ ಮತ್ತೊಂದರ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಧನ ರೂಪವೆಂದೂ, ಮತ್ತೊಂದನ್ನು ಋಣರೂಪವೆಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿಮುಖ ದಮನವನ್ನು π ಎಂಬ ಗ್ರೀಕ್ ಅಕ್ಷರದಿಂದಲೂ, ಪರ್ಯಾಯ ಅಷ್ಟಮಾಂಶ ಅಥವಾ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ ದಮನವನ್ನು k ಎಂಬ ಗ್ರೀಕ್ ಅಕ್ಷರದಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ದಮನಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಗೋಪುರದ 24 ಮುಖಗಳನ್ನು ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 12 ಮತ್ತು ಕೆಳಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 12 ಬರೆಯಿರಿ. ಅನಂತರ ಪರ್ಯಾಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೊಡೆಯಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ಸಾಲು	~~1~~	2	~~3~~	4	~~5~~	6	~~7~~	8	~~9~~	10	~~11~~	12
ಕೆಳಸಾಲು	1	~~2~~	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~	11	~~12~~

ಉಳಿಯುವ ಮುಖಗಳು							
	ಮೇಲೆ	2	4	6	8	10	12
	ಕೆಳಗೆ	1	3	5	7	9	11

ಎರಡನೆಯ ಬಗೆಯ ದಮನ : ಇದೇ ರೀತಿ ಪುನಃ ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಡೆಯಿಸಿ.

ಮೇಲಿನ ಸಾಲು	~~1~~	2	~~3~~	4	~~5~~	6	~~7~~	8	~~9~~	10	~~11~~	12
ಕೆಳಸಾಲು	~~1~~	2	~~3~~	4	~~5~~	6	~~7~~	8	~~9~~	10	~~11~~	12

ಉಳಿಯುವ ಮುಖಗಳು							
	ಮೇಲೆ	2	4	6	8	10	12
	ಕೆಳಗೆ	2	4	6	8	10	12

ಮೂರನೆಯ ಬಗೆಯ ದಮನ : ಇದೇ ರೀತಿ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಪರ್ಯಾಯ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಡೆಯಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ಸಾಲು	1	2	~~3~~	~~4~~	5	6	~~7~~	~~8~~	9	10	~~11~~	~~12~~
ಕೆಳಸಾಲು	~~1~~	~~2~~	3	4	~~5~~	~~6~~	7	8	~~9~~	~~10~~	11	12

ಉಳಿಯುವ ಮುಖಗಳು													
	ಮೇಲೆ	1	2			5	6			9	10		
	ಕೆಳಗೆ			3	4			7	8			11	12

ಹೀಗೆ ಮೂರು ಬಗೆಯ ದಮನಗಳಿಂದ ಮೂರು ಬಗೆಯ ಅರೆರೂಪಿಗಳುಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

ಎರಡು ಬಗೆಯ ದಮನಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ನಡೆದರೆ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪದ ಕಾಲು ಭಾಗದಷ್ಟು ಮುಖಗಳು ಮಾತ್ರ ಉಳಿದು ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು

ವಿವರಿಸಲು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಗೋಪುರದ 24 ಮುಖಗಳನ್ನು ಮೊದಲಿನ ಹಾಗೆ ಬರೆದು, ಮೊದಲು ಪರ್ಯಾಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ, ಅನಂತರ ಪರ್ಯಾಯ ದ್ವಾದಶ ಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಹೊಡೆಯಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ಸಾಲು	~~1~~	2	~~3~~	~~4~~	~~5~~	6	~~7~~	~~8~~	~~9~~	10	~~11~~	~~12~~
ಕೆಳಸಾಲು	~~1~~	~~2~~	3	~~4~~	~~5~~	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~	11	~~12~~

ಉಳಿಯುವ ಮುಖಗಳು	ಮೇಲೆ	2		6		10	
	ಕೆಳಗೆ		3		7		11

ಪುನಃ ಈ ಮುಖಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಅನಂತರ ಪರ್ಯಾಯ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಹೊಡೆಯಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ಸಾಲು	~~1~~	2	~~3~~	~~4~~	~~5~~	6	~~7~~	~~8~~	~~9~~	10	~~11~~	~~12~~
ಕೆಳಸಾಲು	~~1~~	~~2~~	~~3~~	4	~~5~~	~~6~~	~~7~~	8	~~9~~	~~10~~	~~11~~	12

ಉಳಿಯುವ ಮುಖಗಳು	ಮೇಲೆ	2		6		10	
	ಕೆಳಗೆ		4		8		12

ಪುನಃ ಈ ಮುಖಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಪರ್ಯಾಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಅನಂತರ ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಹೊಡೆಯಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ಸಾಲು	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~9~~	~~10~~	~~11~~	~~12~~
ಕೆಳಸಾಲು	~~1~~	2	~~3~~	4	~~5~~	6	~~7~~	8	~~9~~	10	~~11~~	12

ಉಳಿಯುವ ಮುಖಗಳು	ಮೇಲೆ						
	ಕೆಳಗೆ	2	4	6	8	10	12

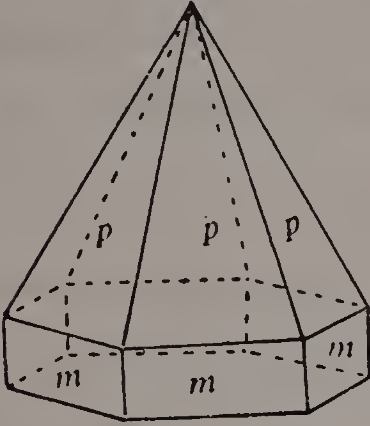
ಪರ್ಯಾಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಡೆದಾಗ ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಮುಖಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೊಡೆದಾಗಲೂ ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಮುಖಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಪರ್ಯಾಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಡೆದಾಗ, ಉಳಿದ ಆರುಮುಖಗಳೆಲ್ಲ ಒಂದೇ ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಉಳಿದು ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಎಲ್ಲ ಮುಖಗಳು ದಮನವಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ಬಗೆಯ ರೂಪಗಳಿಗೆ ಅರೆ ರೂಪಿಗಳು (Hemimorphs) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಅರೆರೂಪಿಗಳು

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್, ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್, ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್ ಮತ್ತು ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ, ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪಗಳ ಮುಖಗಳು ಲಂಬಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷದ ಒಂದು ತುದಿ ಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಹೀಗೆ ಈ ರೂಪಗಳ ಅರ್ಧಸಂಖ್ಯೆ ಮುಖಗಳು

ಮಾತ್ರ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುದಲ್ಲದೆ, ಇಡೀ ಹರಳಿನ ಅರ್ಧಭಾಗ ಮಾತ್ರ ರೂಪುಗೊಂಡಂತಾಗುವುದು. ಈ ಮಾದರಿ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಅರೆರೂಪಗಳೆಂದೂ, ಇವುಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ಅರೆರೂಪತೆ (Hemimorphism) ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಯಾವ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಮುಖಗಳು ನಿರ್ದೇಶಿತವಾಗಿ ರೂಪುಗೊಂಡಿವೆಯೋ, ಅದಕ್ಕೆ ಅರೆರೂಪ ಅಕ್ಷ ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಅರೆರೂಪಿಗಳು ತೆರವು ರೂಪಗಳಾದುದರಿಂದ ಒಂದೇ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ನಿರ್ದೇಶಿತವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಎರಡು ವಿವಿಧ ಅರೆರೂಪಿ ಹರಳುಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.



ಅರೆರೂಪಿ ಸ್ಫಟಿಕಗಳನ್ನು ಕಾಯಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಧನ ವಿದ್ಯುತ್ ಪ್ರವಾಹವೂ, ಮತ್ತೊಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಋಣ ವಿದ್ಯುತ್ ಪ್ರವಾಹವೂ ಉತ್ಪತ್ತಿಯಾಗುತ್ತದೆ. ಆರುವಾಗ ಇದು ವ್ಯತಿರಿಕ್ತವಾಗುವುದು.

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಮತ್ತು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣಗಳ ಅರೆಮುಖಿಗಳು ಹಾಗೂ ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಮುಖಗಳು ಮಾತ್ರ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುದುಂಟು. ಇವೂ ಅರೆಮುಖಿಗಳೇ. ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಪರ್ಯಾಯ ಮುಖದಮನ ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ ದಮನಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ನಡೆದರೂ ಅರೆರೂಪತೆಯುಂಟಾಗುವುದು.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್‌ಗಣ (Isometric System)

ಈ ಗಣದ ಎಲ್ಲ ರೂಪಗಳನ್ನೂ ಮೂರು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಇವು ಮೂರು ಸಮ ಹಾಗೂ ಪರಸ್ಪರ ಸ್ಥಾನಾಂತರಿಸಬಲ್ಲ ಅಕ್ಷಗಳು. ಆದುದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು a, a ಮತ್ತು a ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಮೂರು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ, ($a \wedge a = 90°$). ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು ; ಉಳಿದೆರಡು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು.

ಈ ಗಣಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳನ್ನು ಐದು ವರ್ಗಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ

(Isometric holohedral, Ditessaral central class)
ಗೆಲಿನ ಮಾದರಿ (Galena type)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ : $4/m\,\bar{3}\;\;2/m$

ಇದರಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಮೂರು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು

ಮತ್ತು ಆರು ದ್ವಿತೀಯಕ (ಸಾಮಾನ್ಯ) ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳೂ, ಆರು ಇಮ್ಮಡಿ, ನಾಲ್ಕು ಮುಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಮೂರು ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಇವೆ. ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು.

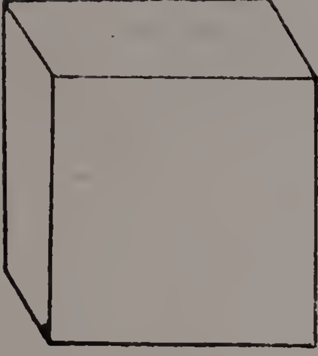
ಮೂರು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವುವು. ಇವುಗಳ ನಡುವಣ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳನ್ನು ಷಣ್ಮುಖಿ ಅಕ್ಷಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಮತ್ತು ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಅಕ್ಷಗಳೆಂದು ಹೆಸರು.

ಈ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳು :

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು: ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತಸೂಚಿ
1 ಷಣ್ಮುಖಿ Hexahedron	6	∞ a:a: ∞a	{ ∞ O ∞ }	100
2 ಅಷ್ಟಮುಖಿ Octahedron	8	a : a : a	{ O }	111
3 ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ Rhombic dodecahedron	12	a : a : ∞ a	{ ∞ O }	110
4 ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿ Tetrahexahedron	24	na : a ∞ a	{ ∞ On }	(hko)(210)
5 ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ Trisoctahedron	24	a : a . ma	{ mO }	(hhl) (221)
6 ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ ಮುಖಿ Trapezohedron	24	ma : a : ma	{ mOm }	(hll) (211)
7 ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿ Hexoctahedron	48	na : a : ma	{ mOn }	(hkl) (321)

ಷಣ್ಮುಖಿ

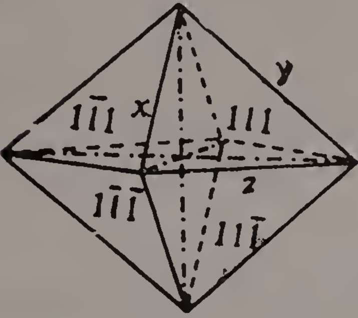
ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಇದರ ಪ್ರತಿ



ಮುಖವೂ ಒಂದು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿ ಉಳಿದೆರಡಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗುವುದು. ಈ ಮುಖಗಳು ಚಚ್ಚೌಕ ವಾಗಿದ್ದು, ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳಿಂದ ಕೂಡಿವೆ. ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (100). ಆದಾಗ್ಯೂ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ತನ್ನದೇ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದು. ಈ ರೂಪದ ಮುಖಗಳ ಸಂಕೇತ ಹೀಗಿದೆ: 100, 010, 001, $\bar{1}00$, $0\bar{1}0$ ಮತ್ತು $00\bar{1}$.

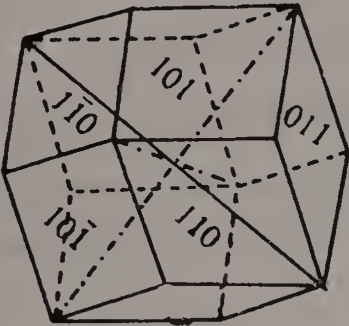
ಅಷ್ಟಮುಖಿ

ಇದು ಈ ವರ್ಗದ ಮೂಲರೂಪ. ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎಂಟು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಮೂರು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಮದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರ. ಇವುಗಳ ಅಂತರ ಮುಖ ಕೋನ ($111 \wedge 1\bar{1}1$) 70° 31′ 44″ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ರೂಪದ ಮುಖಗಳ ಸಂಕೇತ ಹೀಗಿದೆ.



111	$\bar{1}11$	$\bar{1}\bar{1}1$	$1\bar{1}1$
$11\bar{1}$	$\bar{1}1\bar{1}$	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$	$1\bar{1}\bar{1}$

ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ



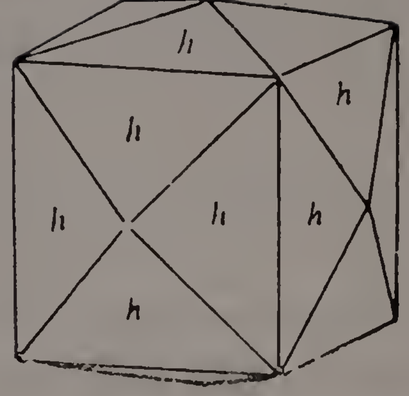
ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಹನ್ನೆರಡು ಮುಖಗಳ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಎರಡು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಮದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿ, ಮೂರನೆಯದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದು. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಅವುಗಳ ಅಂತರ ಮುಖ ಕೋನ 60° ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ರೂಪದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (110). ವಿವಿಧ ಮುಖಗಳ ಸಂಕೇತ ಹೀಗಿದೆ.

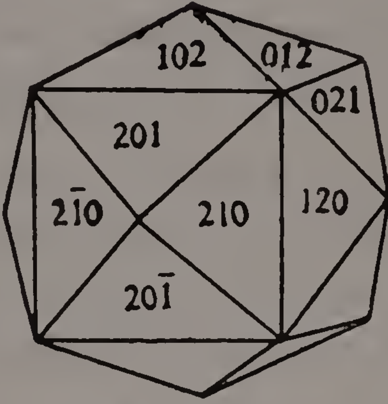
110	$\bar{1}10$	$\bar{1}\bar{1}0$	$1\bar{1}0$
101	$\bar{1}01$	$\bar{1}0\bar{1}$	101
011	$0\bar{1}1$	$0\bar{1}\bar{1}$	$01\bar{1}$

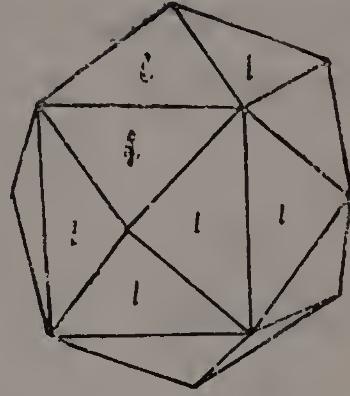
ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿ

ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 24 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರವಾಗಿದ್ದು, ಎರಡು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಚೇರೆ

ಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಆದರೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿ, ಮೂರನೆಯದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಷಣ್ಮುಖಿ ಮುಖದ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇದರ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಿಗಳಿರುವುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಗೆಯ ಏಣುಗಳಿವೆ. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ



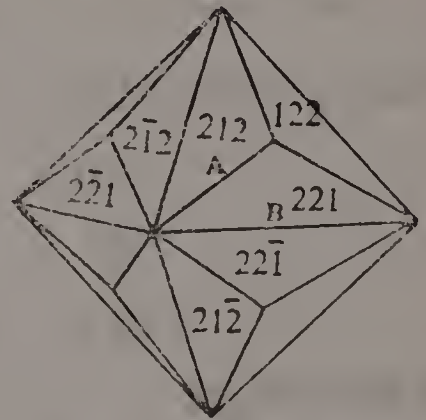




ಸಂಕೇತ (hko) ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೂಪಗಳಿದ್ದರೆ h ಮತ್ತು k ಗಳ ಪ್ರಮಾಣ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುತ್ತದೆ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ (410), (310), (210), (320) ಇತ್ಯಾದಿ.

ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ

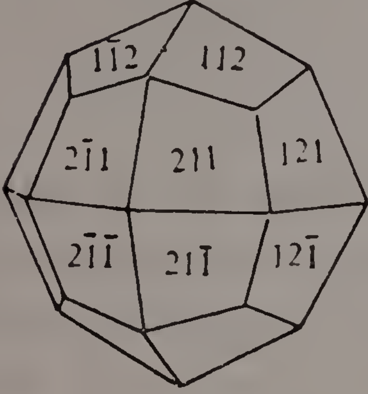
ಇದೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 24 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರವಾಗಿದ್ದು, ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ, ಒಂದನ್ನು ಏಕಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿ, ಉಳಿದೆರಡು ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಮದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಆದರೆ ಏಕಮಾನಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (hhl). ವಿವಿಧ ಮುಖಗಳ ಸಂಕೇತ (221), (331) ಇತ್ಯಾದಿ ಇರುವುದು. ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಒಂದು ಮುಖದ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಮುಖಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ ಮುಖಿ ಅಥವಾ ಚತುರ್ಭುಜೀಯ ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿಯಿಂದ ಗುರುತಿಸಲು ಇದನ್ನು ತ್ರಿಭುಜೀಯ ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ



ಎಂದೂ ಕರೆಯುವುದುಂಟು. ಇದರಲ್ಲಿಯೂ ಎರಡು ಬಗೆಯ ಏಣುಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ A ಮತ್ತು B ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ.

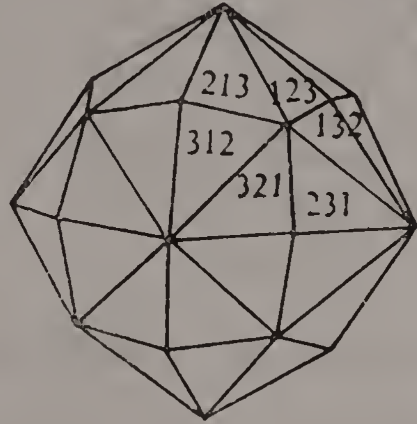
ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ ಮುಖಿ

ಇದು ಅಷ್ಟಮುಖಿಗೆ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದರಿಂದ ಇದನ್ನು ಚತುರ್ಭುಜೀಯ ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ ಎಂದೂ ಕರೆಯುವರು. ಇದು ಸಹ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 24 ಮುಖಗಳ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಚತುರ್ಭುಜ ಅಥವಾ ಟ್ರಪೀಸಿಯಂ ಆಗಿದ್ದು, ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಏಕಮಾನಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿ ಉಳಿದೆರಡನ್ನು ಏಕಮಾನ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ; ಇಲ್ಲವೇ ಒಂದನ್ನು ಏಕಮಾನದೂರದಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿ, ಉಳಿದೆರಡನ್ನು ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ದೂರದಲ್ಲಿ ಆದರೆ ಸಮದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (hll) ಮತ್ತು ಮುಖಗಳ ಸಂಕೇತ (311), (322), (211)ಇತ್ಯಾದಿ ಇರುವುವು. ಈ ರೂಪದಲ್ಲೂ ಎರಡು ಬಗೆಯ ಏಣುಗಳಿವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ B ಮತ್ತು C ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ.



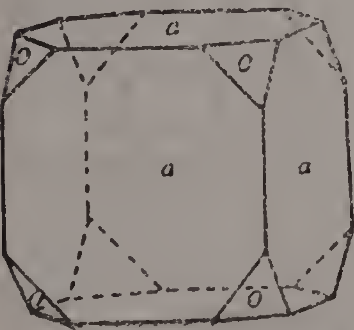
ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿ

ಇದು ಈ ವರ್ಗದ ಸಾಮಾನ್ಯರೂಪ ; ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 48 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಅಸಮ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಮೂರು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಬೇರೆಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (hkl) ಅಥವಾ (321) ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬಗೆಯ ಏಣುಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ A, B ಮತ್ತು C ಎಂದು ಕಾಣಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸಂಕೇತ ರೂಪಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ.



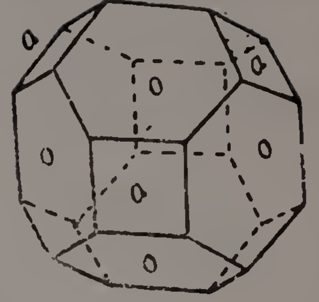
ರೂಪಗಳ ಕೂಟ : ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ಅಷ್ಟಮುಖಿಗಳ ಕೂಟ

ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಅದರ ಮೂರು ಮುಖಗಳ ಕಡೆಗೆ ಸಮಓರೆಯಾಗಿರುವ ಸಮಬಾಹುತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸಿದರೆ, ಈ ಎರಡು ರೂಪಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಷಣ್ಮುಖಿಯು ಪ್ರಧಾನವಾಗಿರುವುದು.

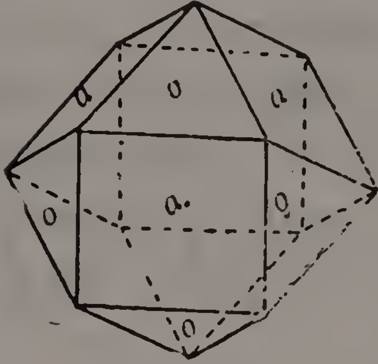


a = ಷಣ್ಮುಖಿ ; o = ಅಷ್ಟಮುಖಿ.

ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಆರು ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಕಡೆಗೆ ಸಮಓರೆಯಾಗಿರುವ ಚಚ್ಚೌಕವಾಗಿ ಮುಖಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದಾಗಲೂ ಈ ಎರಡು ರೂಪಗಳ ಕೂಟವೇರ್ಪಡುವುದು. ಆದರೆ ಇದರಲ್ಲಿ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿರುವುದು.



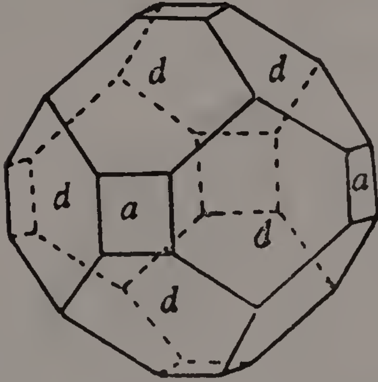
a = ಷಣ್ಮುಖಿ o = ಅಷ್ಟಮುಖಿ



ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವನ್ನು ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳೂ, ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವನ್ನು ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಸುತ್ತುವರಿದಾಗ, ಎರಡು ರೂಪಗಳೂ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

a = ಷಣ್ಮುಖಿ o = ಅಷ್ಟಮುಖಿ

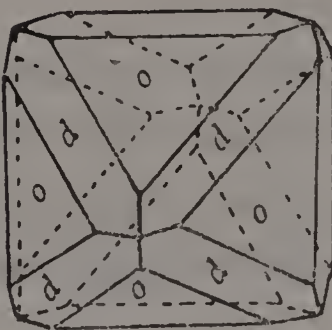
ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಗಳ ಕೂಟ

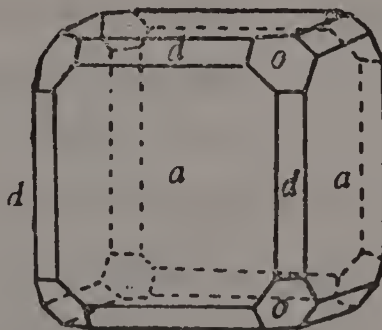


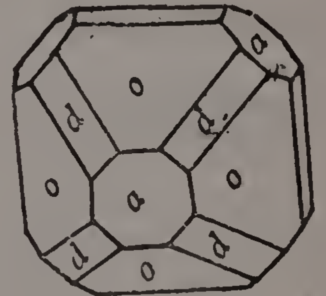
ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಹನ್ನೆರಡು ಏಣುಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕದ ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳೆರಡರ ಕಡೆಗೆ ಸಮಓರೆಯಾಗಿರುವ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸಿದರೆ ಈ ಎರಡು ರೂಪಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು. ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯ ಚತುರ್ಮೂಲೆ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಸಮಓರೆಮುಖಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದಾಗಲೂ ಈ ಕೂಟವೇರ್ಪಡುವುದು.

a = ಷಣ್ಮುಖಿ d = ವ. ದ್ವಾದಶಮುಖಿ

ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಮತ್ತು ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಗಳ ಕೂಟ







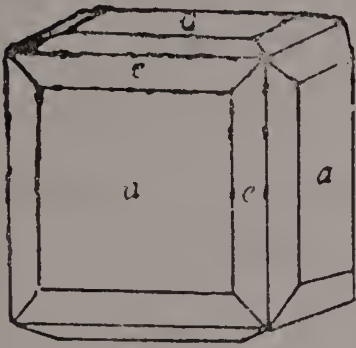
a = ಷಣ್ಮುಖಿ ; o = ಅಷ್ಟಮುಖಿ ; d = ದ್ವಾದಶಮುಖಿ

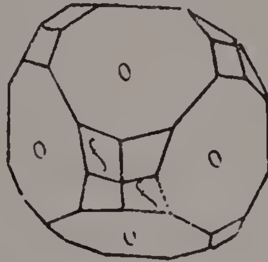
ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಹನ್ನೆರಡು ಏಣುಗಳನ್ನು ಇಕ್ಕೆಡೆಗೆ ಸಮ ಓರೆಯಾಗಿರುವ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸಿದರೆ ಈ ಎರಡು ರೂಪಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು. ದ್ವಾದಶ ಮುಖಿಯ ತ್ರಿಮೂಲೆ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಮೂರುಕಡೆಗೂ ಸಮಓರೆಯಾಗಿರುವ ಸಮ ಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಮುಖಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದಾಗಲೂ ಈ ಕೂಟವೇರ್ಪಡುವುದು.

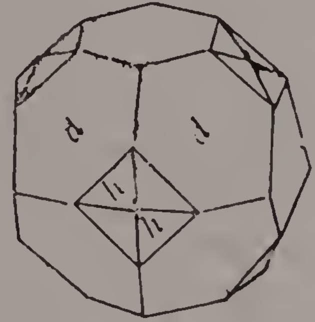
ಷಣ್ಮುಖಿ, ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಮತ್ತು ದ್ವಾದಶಮುಖಿ – ಈ ಮೂರು ರೂಪಗಳ ಕೂಟ ವಿರುವ ಸ್ಫಟಿಕಗಳೂ ಉಂಟು.

ಇತರ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಕೂಟ

ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಹನ್ನೆರಡು ಏಣುಗಳಿಂದ ಇಕ್ಕೆಲಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಓಟವಿರುವ ಎರಡು ಮುಖಗಳಾಗುವುದರಿಂದ (12 × 2), ಈ ಎರಡು ರೂಪಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.



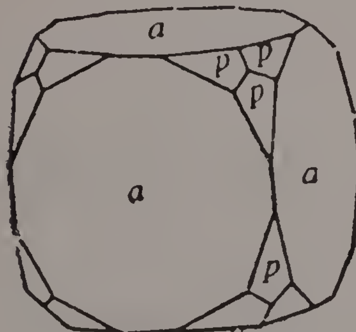




a = ಷಣ್ಮುಖಿ ; c = ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿ ; o = ಅಷ್ಟಮುಖಿ ; d = ವ. ದ್ವಾದಶಮುಖಿ.

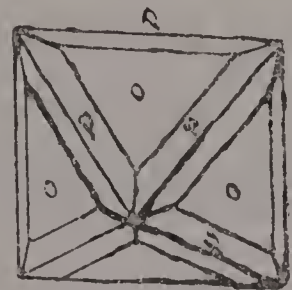
ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಚತುರ್ಮೂಲೆಯ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಸಮಓಟವುಳ್ಳ ಮುಖ ಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುವುದರಿಂದ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿಗಳ ಕೂಟ ವೇರ್ಪಡುವುದು. ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯ ಚತುರ್ಮೂಲೆಯ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಸಮಓಟವಿರುವ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸಿ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.

ಇತರ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿಯ ಕೂಟ



ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಮೂರು ಏಣು ಗಳ ಮೇಲೆ ಸಮಓಟದ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸು ವುದರ ಮೂಲಕ ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ ಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.

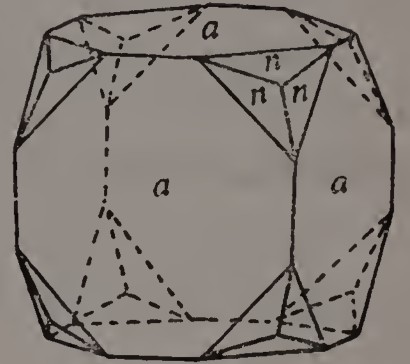
ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಹನ್ನೆರಡು ಏಣುಗಳ ಇಕ್ಕೆಲಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಓಟವಿರುವ ಮುಖಗಳು ಕೆತ್ತಲ್ಪಡುವುದರಿಂದ ಅಷ್ಟ ಮುಖಿ ಮತ್ತು ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವೇರ್ಪಡು ವುದು.



a = ಷಣ್ಮುಖಿ ; o = ಅಷ್ಟಮುಖಿ. p = ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ.

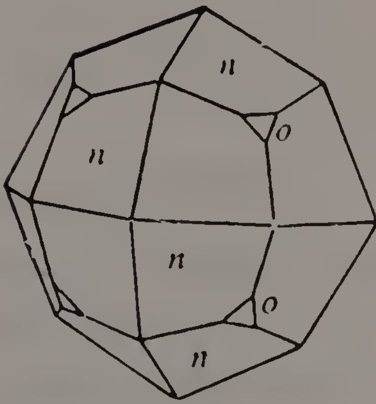
ಇತರ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಮುಖಿಯ ಕೂಟ

ಅನಾಲ್‌ಸೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಮೂರು ಮೂಲೆ ಘನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಮೂರು ಸಮತ್ರಿಭುಜಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ಮುಖಗಳು ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳಿಗೆ ಸಮಓರೆಯಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಹೀಗೆ ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಮುಖಿಗಳ ಕೂಟ ವೇರ್ಪಡುವುದು. ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಯ ಮೂರುಮೂಲೆಯ ಎಂಟು ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಎಂಟು ಸಮಬಾಹುತ್ರಿಭುಜಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.



a = ಷಣ್ಮುಖಿ
n = ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ

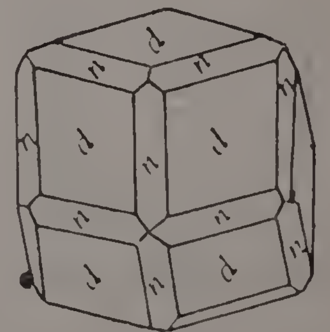
ಸ್ಪಿನೆಲ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಮೂಲೆಯ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಕಡೆ ಪರಸ್ಪರ ಓಟವಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಸಮಮುಖಗಳು ಕೆತ್ತಲ್ಪಡುವುದರಿಂದ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.



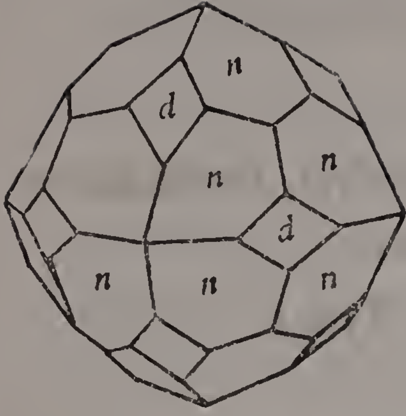
o = ಅಷ್ಟಮುಖಿ
n = ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ

ಮ್ಯಾಗ್ನಟೈಟ್ ಖನಿಜಗಳಲ್ಲಿ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿರುವುದು. ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು ಹಾಯ್ದು ಹೋಗುವ ಚತುರ್ಮೂಲೆಯ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಏಣುಗಳ ಮೇಲೆ ಇಕ್ಕೆಲಗಳಿಗೆ ಸಮಓರೆಯಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುವುದರಿಂದ, ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಗಳ ಕೂಟ ಉಂಟಾಗುವುದು.

ಕೆಲವು ಗಾರ್ನೆಟ್ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ವಜ್ರೀಯದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿರುವುದು. ಅವುಗಳ ಏಣುಗಳನ್ನು ಎರಡು ಕಡೆಗಳಿಗೂ ಸಮಓಟವಿರುವ 24 ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ. ಹೀಗೆ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.



d = ವ. ದ್ವಾದಶಮುಖಿ
n = ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ

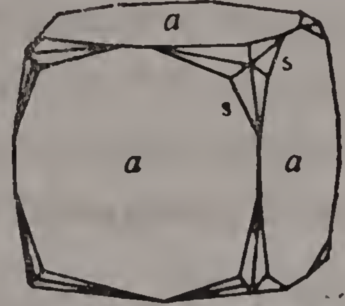


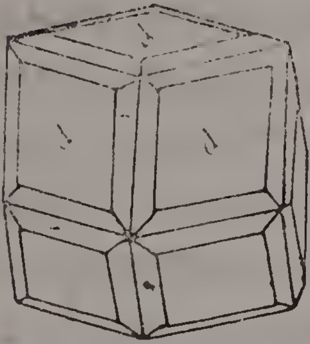
d = ದ್ವಾದಶಮುಖಿ
n — ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ

ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ಗಾರ್ನೆಟ್ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಮುಖಿ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿರುವುದು. ಇದರ ಚತುರ್ಮೂಲೆ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು (ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು ಹಾಯ್ದು ಹೋಗುವ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ) ಒಂದೊಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಮುಖ ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ ಮತ್ತು ದ್ವಾದಶಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ಇತರ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಯ ಕೂಟ

ಫ್ಲೂರೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಷಣ್ಮುಖಿ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅದರ ಘನಕೋನಗಳು ಎಂಟು. ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ಆರು ಅಸಮ ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.





ಕೆಲವು ಗಾರ್ನೆಟ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿರುವುದು. ಅದರ 24 ಏಣುಗಳ ಇಕ್ಕೆಲಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಓಟವಿರುವ ಎರಡೆರಡು ಮುಖಗಳನ್ನು ಕೆತ್ತಿದರೆ (24 × 2) ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಯು ಆಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಮತ್ತು ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವೇರ್ಪಡುವುದು.

ಈ ವರ್ಗದ ಮಿಥ್ಯಾ ರೂಪಗಳು (Pseudo-symmetry)

ಈ ವರ್ಗದ ಹರಳುಗಳು ಒಂದು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷದುದ್ದಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಬೆಳೆದಲ್ಲಿ ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್‌ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಹೋಲುತ್ತವೆ. ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷದ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಪ್ಪಟೆಯಾದರೆ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಬೆಳೆದರೆ ವಜ್ರಮುಖಿ (Rhombohedron) ರೂಪವನ್ನು ಹೋಲುತ್ತವೆ.

ಸಮಾನಾಂತರ ಅರೆಮುಖಿವರ್ಗ / ಪಂಚಭುಜೀಯ ಅರೆಮುಖಿವರ್ಗ

Dyakisdodecahedral, Pentagonal hemihedral, Diploidal or Tessaral Central Class

ಪಿರೈಟ್ ಮಾದರಿ (Pyrite Type)

ಒಂದಾದಮೇಲೊಂದರಂತೆ ವರಸೆಯಾಗಿ ಬರುವ ಜೋಡಿ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಮತ್ತೊಂದು ಜೋಡಿ ಮುಖಗಳನ್ನು ದಮನಮಾಡಿದಾಗ ಈ ಮಾದರಿ ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪವುಂಟಾಗುವುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮುಖಗಳ ಸಮಾನಾಂತರ ಜೋಡಣೆ ಇರುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಸಮಾನಾಂತರ ಅರೆರೂಪತೆ (Parallel hemihedrism) ಎನ್ನುವರು. ಪಿರೈಟ್ ಖನಿಜಗಳಲ್ಲಿ ಈ ರೂಪಗಳು ಅತ್ಯತ್ತಮವಾಗಿ ಕಾಣುವುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ಪೈರಿಟೋಹೀಡ್ರಲ್ ವರ್ಗ ಎಂದೂ ; ಈ ಮುಖಗಳು ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಯವುಗಳಾದುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ಪಂಚಭುಜೀಯ ಅರೆ ರೂಪತೆ (Pentagonal hemihedrism) ಎಂದೂ ಕರೆಯುವರು.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ : $\frac{2}{m}\bar{3}$

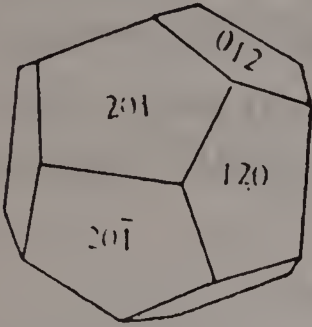
ಈ ವರ್ಗದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಮೂರು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳೂ, ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಇವೆ. ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಆರು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಅಳಿದುಹೋಗಿ, ಮೂರು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿವೆ. ಆರು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಅಳಿದುಹೋಗಿ, ಮೂರು ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದೆ. ಈ ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು.

ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಯು ಈ ರೀತಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಎರಡು ಸಮಂಜಸ (Congruent) ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘನಾಕೃತಿಯು 24 ಚತುರ್ಭುಜ ಅಥವಾ ಟ್ರಪೀಸಿಯಂ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿ, ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಬೇರೆಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ದ್ವಿದ್ವಾದಶಮುಖಿ (Didodecahedron) ಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮುಖಗಳು ಜೊತೆಜೊತೆಯಾಗಿ ಜೋಡಣೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ರೂಪವನ್ನು ಜೋಡಿ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ (Diploids) ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು

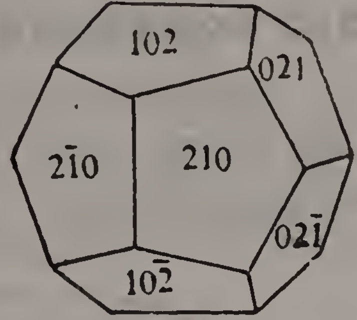
ಧನ ಮತ್ತೊಂದು ಋಣ ಸ್ವಭಾವದವುಗಳಾಗಿದ್ದು, ಪರಸ್ಪರಪೂರಕಗಳಾಗಿವೆ.

ಈ ರೂಪದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm \left\{ \frac{mOn}{2} \right\} \pi$

ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿಯು ಈ ರೀತಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗಲೂ ಎರಡು ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿ ಘನಾಕೃತಿಯೂ 12 ಪಂಚಭುಜೀಯ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಸಂಕೇತವನ್ನು ತೋರುವುದು. ಈ ಘನಾಕೃತಿಗಳನನ್ನು ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ (Pentagonal dodecheadron) ಅಥವಾ ಪೈರಿಟೊಹೀಡ್ರನ್ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಧನ ಮತೊಂದು ಋಣ ಸ್ವಭಾವದವುಗಳಾಗಿದ್ದು, ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕಗಳಾಗಿವೆ. ಈ ರೂಪದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm \left\{ \frac{\infty On}{2} \right\} \pi$

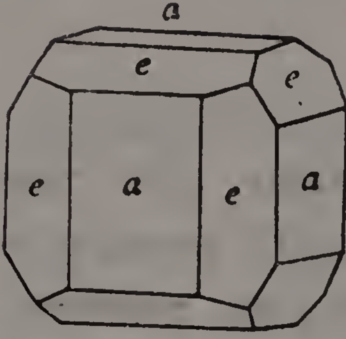


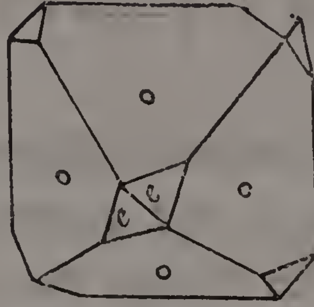
ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಉಳಿದ ರೂಪಗಳು ಈ ಮಾದರಿ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಅರೆ ರೂಪ ಹೊಂದದೆ ಇವುಗಳ ಜೊತೆಯಲ್ಲಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಮುಖ ತೋರಿಕೆಯಅರೆಮುಖಿ ರೂಪಗಳು (Apparently holohedral hemihedral forms) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

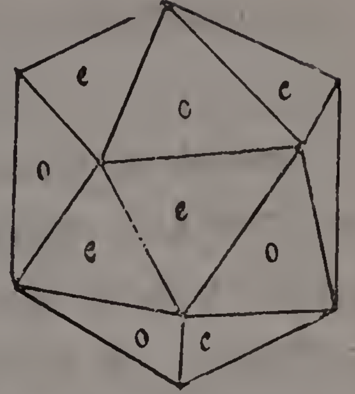


ಪೂರ್ಣಮುಖ ತೋರಿಕೆಯ ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪಗಳು	ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ನೌಮನ್ ಸಂಕೇತ
1 ಷಣ್ಮುಖಿ	6	$\{\infty O \infty\}$
2 ಅಷ್ಟಮುಖಿ	8	$\{O\}$
3 ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ	12	$\{\infty O\}$
4 ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ	24	$\{mO\}$
5 ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ ಮುಖಿ	24	$\{mOm\}$

ಇತರ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯ ಕೂಟ :







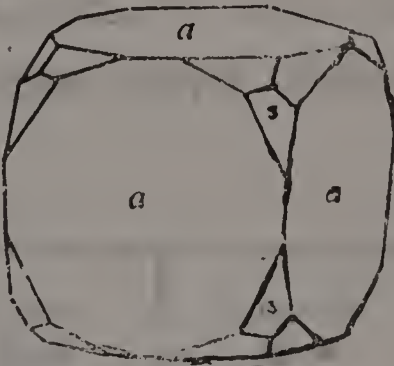
a = ಷಣ್ಮುಖಿ ; c = ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿ ; o = ಅಷ್ಟಮುಖಿ ;
d = ವ. ದ್ವಾದಶಮುಖಿ.

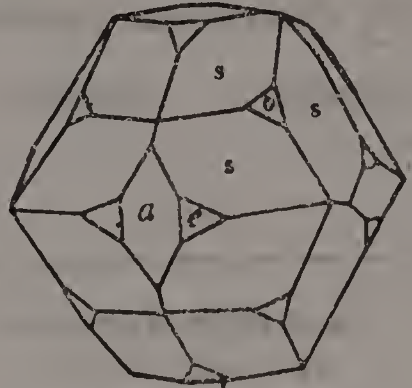
ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಹನ್ನೆರಡು ಏಣುಗಳನ್ನು ಇಕ್ಕೆಲವಲ್ಲಿ ಅಸಮ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಿಸುವುದರಿಂದ ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶ ಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.

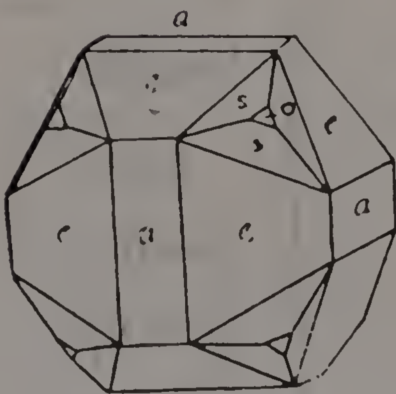
ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಆರು ಘನಕೋಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದನ್ನೂ, ಪರಸ್ಪರ ವಿಮುಖ ಓಟವಿರುವ ಎರಡು ಮುಖಗಳು ಆಕ್ರಮಿಸುವುದರಿಂದ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಮತ್ತು ಪಂಚ ಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವೇರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಇತರ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ದ್ವಿದ್ವಾದಶಮುಖಿಯ ಕೂಟ :

ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಎಂಟು ಘನಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ಪರಸ್ಪರ ವಿಮುಖ ಓಟದ ಮೂರು ಮುಖಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದರಿಂದ ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ದ್ವಿದ್ವಾದಶಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು. ಇದು ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವನ್ನು







ಹೋಲುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಇಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಮುಖಗಳು ನೆರೆಯ ಷಣ್ಮುಖಿಗಳ ಮೇಲೆ ಅಸಮವಾಗಿ ಓರೆಯಾಗಿವೆ. ಹೀಗೆ ಷಣ್ಮುಖಿ, ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಮತ್ತು ದ್ವಿದ್ವಾದಶಮುಖಿಗಳ ಕೂಟ ; ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಗಳ ಕೂಟಗಳೂ ಇರುವದುಂಟು.

a = ಷಣ್ಮುಖಿ   o = ಅಷ್ಟಮುಖಿ   e = ಪ. ದ್ವಾದಶಮುಖಿ   s = ದ್ವಿದ್ವಾದಶಮುಖಿ.

ಚತುರ್ಮುಖಿ ವರ್ಗ (Tetrahedral Class)

ಟೆಟ್ರಹೀಡ್ರೈಟ್ ಮಾದರಿ (Tetrahedrite Type)

(Hextetrahedral, Tetrahedral Hemihedral, or Ditesseral Polar Class)

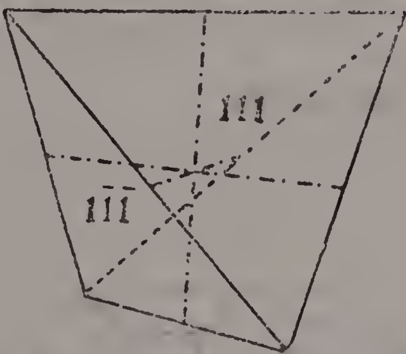
ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಅಷ್ಟಮಾಂಶ (Octants) ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಈ ಮಾದರಿಯ ಅರೆಮುಖಿಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

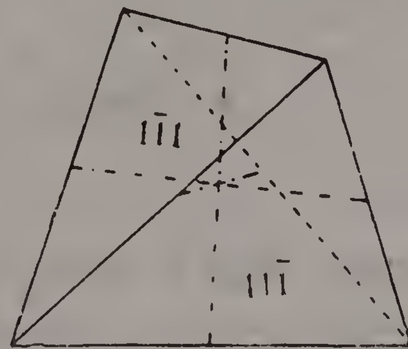
ಸಮಸೂತ್ರತೆ : $\bar{4}3m$

ಇವರಲ್ಲಿ ಆರು ದ್ವಿತೀಯಕ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳೂ, ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಇವೆ. ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ, ಮೂರು ಪ್ರಧಾನ ಮತ್ತು ಮೂರು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು, ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಮೂರು ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಅಳಿಸಿ ಹೋಗಿವೆ. ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು. ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಸಹ ಸ್ಫಟಿಕಾಕಕ್ಷಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯ್ದು ಹೋಗುತ್ತವೆ.

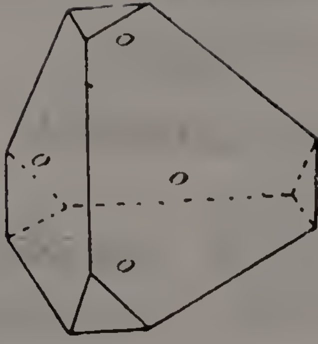
ಚತುರ್ಮುಖಿ (Tetrahedron), ತ್ರಿಭುಜೀಯತ್ರೈಚತುರ್ಮುಖಿ (Trigonal Tristetrahedron), ಚತುರ್ಭುಜೀಯ ತ್ರೈಚತುರ್ಮುಖಿ (Tetragonal Tristetrahedron) ಮತ್ತು ಷಡ್ಚತುರ್ಮುಖಿ (Hextetrahedron) ಗಳು ಈ ವರ್ಗದ ವಿಶಿಷ್ಟ ರೂಪಗಳು.

ಅಷ್ಟಮುಖಿಯು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ, ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ, ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ



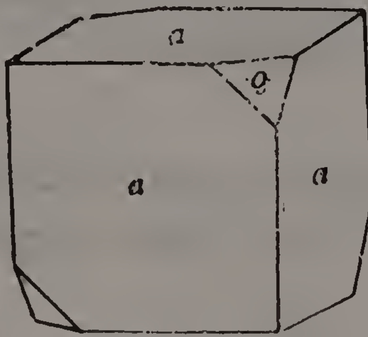


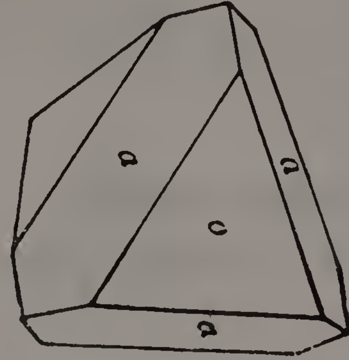
ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಸಂಕೇತವನ್ನು (111) ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳನ್ನುಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm\left\{\frac{O}{2}\right\}k$.



ಎರಡು ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳ ಕೂಟದಲ್ಲಿ ಈ ಎರಡು ರೂಪಗಳ ಮುಖಗಳು ಸಮವಾಗಿ ಬೆಳೆದರೆ, ಘನಾಕೃತಿಯು ಅಷ್ಟಮುಖಿಯನ್ನು ಹೋಲುತ್ತದೆ. ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಕೊರೆತಗಳು ಅವು ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳೆಂಬುದನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

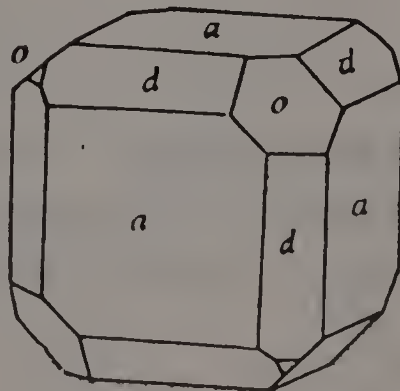
ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಪರ್ಯಾಯ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಪಲ್ಲಟಿಸಿ ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು. ಚತುರ್ಮುಖಿಯ ಏಣುಗಳನ್ನು ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಿಸಿದಾಗಲೂ ಈ ಕೂಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಚತುರ್ಮುಖಿಯ ಒಂದು ಘನಕೋನದ ಮೂರು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಕೆತ್ತಿದರೆ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳ ಕೂಟ ಏರ್ಪಡುವುದು. ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಏಣುಗಳನ್ನು ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯೂ ಪರ್ಯಾಯ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಧದ



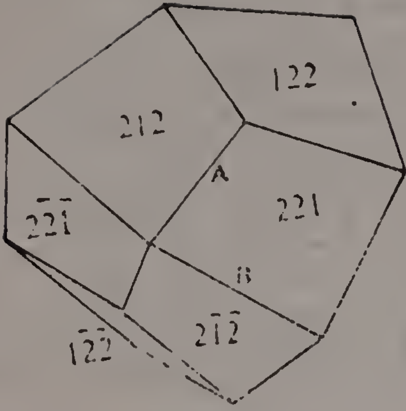


a = ಷಣ್ಮುಖಿ o = ಚತುರ್ಮುಖಿ

ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳೂ ಪಲ್ಲಟಿಸಿ ಷಣ್ಮುಖಿ–ದ್ವಾದಶಮುಖಿ, ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.

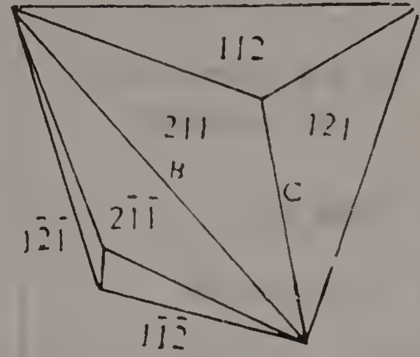


a = ಅಷ್ಟಮುಖಿ o = ಚತುರ್ಮುಖಿ
a ವ. ದ್ವಾದಶಮುಖಿ

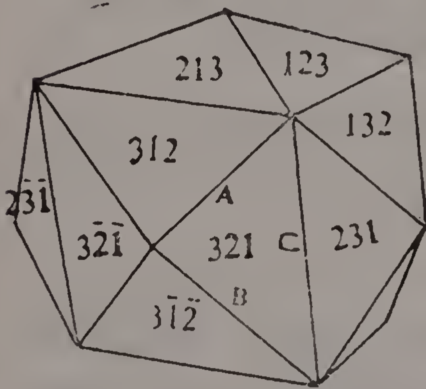


ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿಯು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜಾಕಾರದ 12 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುವುವು. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿಯ ಸಂಕೇತವನ್ನು (hhl) ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳನ್ನು ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ಚತುರ್ಭುಜೀಯ ತ್ರೈಚತುರ್ಮುಖಿಗಳೆನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇವುಗಳ ಸಂಕೇತ $\pm\left\{\frac{mO}{2}\right\}k$.

ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಮುಖಿಯು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ 12 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಚತುರ್ವಿಶಂತಿಯ ಸಂಕೇತವನ್ನು (hll) ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳಿಗೆ ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ತ್ರಿಭುಜೀಯ ತ್ರೈಚತುರ್ಮುಖಿಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm\left\{\frac{mOm}{2}\right\}k$.



ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಯು ಈ ಮಾದರಿ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ 24 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಯ ಸಂಕೇತವನ್ನು (hkl) ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳಿಗೆ ಧನ ಅಥವಾ ಋಣ ಷಡ್ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm\left\{\frac{mOn}{2}\right\}k$.



ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಷಣ್ಮುಖಿ, ವಜ್ರೀಯದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುಷ್ಷಣ್ಮುಖಿಗಳು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಅರೆಮುಖಿಗಳಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the Form	ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತಸೂಚಿ
1 ಚತುರ್ಮುಖಿ	4	a : a : a	$\pm\left\{\frac{O}{2}\right\}k$	(111)
2 ಚತುರ್ಭುಜೀಯ ತ್ರೈಚತುರ್ಮುಖಿ	12	a : a: ma	$\pm\left\{\frac{mO}{2}\right\}k$	(hhl) 221)
3 ತ್ರಿಭುಜೀಯ ತ್ರೈಚತುರ್ಮುಖಿ	12	ma : a : ma	$\pm\left\{\frac{mOm}{2}\right\}k$	(hll) (211)
4 ಷಡ್ಚತುರ್ಮುಖಿ	24	na : a : ma	$\pm\left\{\frac{mOn}{2}\right\}k$	(hkl) (321)
ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಅರೆಮುಖಿಗಳು				
5 ಷಣ್ಮುಖಿ	6	∞ a :a: ∞ a	$\{\infty O \infty\}$	(100)
6 ದ್ವಾದಶಮುಖಿ	12	a : a : ∞ a	$\{\infty O\}$	(110)
7 ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿ	24	na : a:∞ a	$\{\infty On\}$	(hko) (210)

ಪ್ಲೇಜಿಯೋಹೆಡ್ರಲ್ ವರ್ಗ (Plagiohedral Class)

ಕ್ಯುಪ್ರೈಟ್ ಮಾದರಿ (Cuprite Type)

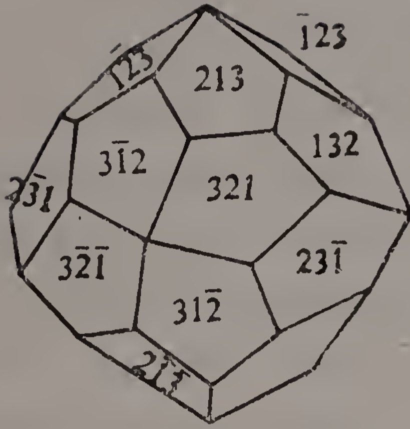
(Pentagonal Icositetrahedral, Plagiohedral Hemihedral, Gyroidal or Tesseral Holoaxial Class)

ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ಪರ್ಯಾಯಮುಖ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಈ ಮಾದರಿಯ ಅರೆಮುಖಿಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ : 4 3 2

ಇದರಲ್ಲಿ ಆರು ಇಮ್ಮಡಿ, ನಾಲ್ಕು ಮುಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಮೂರು ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಇವೆ. ನಾಲ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೆಲ್ಲವೂ ಉಳಿದಿವೆ ; ಆದರೆ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳೆಲ್ಲವೂ ಅಳಿಸಿಹೋಗಿವೆ.

ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಯು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ, ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಪಂಚಭುಜಾಕಾರದ 24 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ಆದರೆ





ಅಸಮಂಜಸವಾದ ಆಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಯ ಸಂಕೇತವನ್ನು (hkl) ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳಿಗೆ ಎಡ ಅಥವಾ ಬಲ ಪಂಚಭುಜೀಯ ಐಕಾಸಿ ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳೆಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ r or l $\left\{\frac{mOn}{2}\right\}\gamma$

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಉಳಿದ ರೂಪಗಳೆಲ್ಲ ಕೃತಕ ಅರೆಮುಖಿಗಳಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.

ಕ್ಯುಪ್ರೈಟ್ ಮತ್ತು ಸಾಲ್ ಅಮೋನಿಯಾಕ್‌ಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಖನಿಜಗಳು ಅತಿ ವಿರಳವೆಂದೇ ಹೇಳಬೇಕು.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ
(Isometric Tetartohedral Class)
ಉಲ್ಮನ್ನೈಟ್ ಮಾದರಿ (Ullmannite Type)
(Tetrahedral Pentagonal Dodecahedral or Tesseral Polar class)

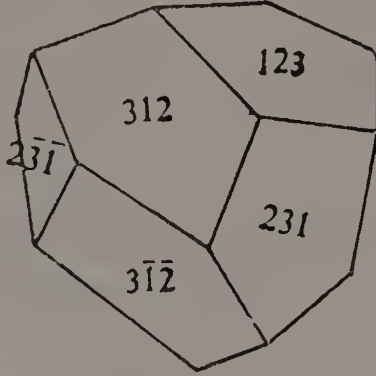
ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ಪರ್ಯಾಯಮುಖ ದಮನ ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ಅಷ್ಟಮಾಂಶ ದಮನಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಒಳಗಾದಾಗ ಈ ಮಾದರಿಯ ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಮುಖಿಗಳು (Tetartohedrons)ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

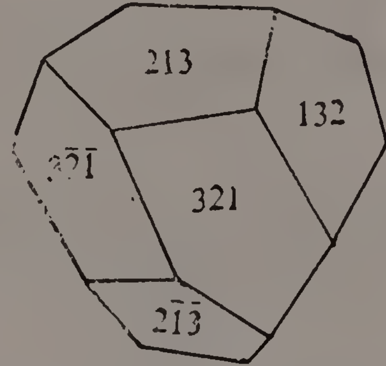
ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಮಾತ್ರ ಉಳಿದಿವೆ. ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು. ಇವು ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ, ಎಲ್ಲ

ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಮತ್ತು ಆರು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಅಳಿಸಿಹೋಗಿವೆ. ನಾಲ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿವೆ.

ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಯು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಗಳಿಗೆ ಒಳಪಟ್ಟಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಪಂಚಭುಜಾಕಾರದ 12 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ನಾಲ್ಕು ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸವಾದವು ; ಮತ್ತೆರಡೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸವಾದವುಗಳೇ. ಮೊದಲನೆಯವು ಧನರೂಪಗಳು, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಎಡ, ಮತ್ತೊಂಧು ಬಲ. ಎರಡನೆಯವು ಋಣರೂಪಗಳು ಇವುಗಳೂ ಒಂದು ಎಡ, ಮತ್ತೊಂದು ಬಲ ರೂಪವಾಗಿರುವುವು. ನಾಲ್ಕು ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಯ ಸಂಕೇತವನ್ನು (hkl) ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳಿಗೆ ಚತುರ್ಮುಖೀಯ ಪಂಚಭುಜ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಗಳು (Tetrahedral Pentagonal Dodecahedrons) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ r o r l $\left\{\frac{mOn}{4}\right\} \pm$





ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಗಳು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳಾಗಿಯೂ, ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ, ಚತುರ್ಮುಖಿ ಚತುರ್ಭುಜೀಯ ತ್ರೈಚತುರ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜೀಯ ತ್ರೈಚತುರ್ಮುಖಿಗಳು ಕೃತಕ ಅರೆಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತಸೂಚಿ
1 ಚತುರ್ಮುಖೀಯ ಪಂಚಭುಜ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ	12	na : a : ma	ror l $\left\{\frac{mOn}{4}\right\} \pm$	(hkl) (321)
ಕೃತಕ ಅರೆಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳು				
2 ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ	12	na : a : ∞ a	$\pm\left\{\frac{\infty On}{2}\right\}$	(hko)(210)

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತದ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತಸೂಚಿ
3 ಚತುರ್ಮುಖಿ	4	a : a : a	$\pm\left\{\frac{O}{2}\right\}$	(111)
4 ಚತುರ್ಭುಜೀಯ ತ್ರ್ಯಚತುರ್ಮುಖಿ	12	a : a : ma	$\pm\left\{\frac{mO}{2}\right\}$	(hhl)(221)
5 ತ್ರಿಭುಜೀಯ ತ್ರ್ಯಚತುರ್ಮುಖಿ	12	ma : a : ma	$\pm\left\{\frac{mOm}{2}\right\}$	(hll) (211)
ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳು				
6 ಷಣ್ಮುಖಿ	6	∞ a:a: ∞a	{∞ O ∞}	(100)
7 ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ	12	a : a : ∞ a	{∞ O}	(110)

ಉಲ್ಮನ್ನೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳು, ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶ ಮುಖಿ (ಪೈರಿಟೊಹೆಡ್ರಲ್) ವರ್ಗದ ರೂಪಗಳನ್ನೂ ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಚತುರ್ಮುಖಿ ವರ್ಗದ ರೂಪಗಳನ್ನೂ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬೇರಿಯಂ ಸಲ್ಫೇಟ್, ಸ್ಟ್ರಾನ್ಷಿಯಂ ಸಲ್ಫೇಟ್, ಸೋಡಿಯಂ ಕ್ಲೋರೇಟ್ ಇತ್ಯಾದಿ ಕೆಲವು ಕೃತಕ ಲವಣಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತವೆ.

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣ (Tetragonal System)

ಈ ಗಣದ ಎಲ್ಲ ರೂಪಗಳನ್ನು ಮೂರು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಉದ್ದದಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿವೆ. ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಸ್ಥಾನಾಂತರಿಸಬಲ್ಲ ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು. ಮೂರನೆಯ ಅಸಮ ಅಕ್ಷ ಲಂಬ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಇದು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಿಗಿಂತ ಉದ್ದವಾಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರಬಹುದು. ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು a , a ಮತ್ತು c ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಮೂರು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $(a \wedge a \wedge c = 90°)$

ಈ ಗಣಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳನ್ನು 7 ವರ್ಗಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ

(Tetragonal holohedral, Ditetragonal Dipyramidal class)

ಜಿರ್ಕಾನ್ ಮಾದರಿ (Zircon Type)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ : 4/m 2/m/2m

ಇದರಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ದ್ವಿತೀಯಕ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳೂ, ನಾಲ್ಕು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಇವೆ. ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ನಾಲ್ಕು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು ; ಉಳಿದೆರಡು ಅವುಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸಮವಾಗಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ಈ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳು :

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the Form	ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತಸೂಚಿ
1 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ Basal pinacoid	2	∞ a : ∞ a : c	op	001
2 ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ Prism of I order	4	a : a : ∞ c	∞ p	110
3 ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ Prism of II order	4	∞ a : a : ∞ c	∞ p ∞	010
4 ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ Ditetragonal prism	8	na : a : ∞ c	∞ pn	hko(210)
5 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ Pyramid of I order	8	a :a: c or mc	P or m p	hhl (111)
6 ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ Pyramid of II order	8	∞a:a:cormc	P∞ or mp ∞	hol (!01)
7 ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಗೋಪುರ Ditetragonal pyramid	16	na : a : mc	mpn	hkl (212)

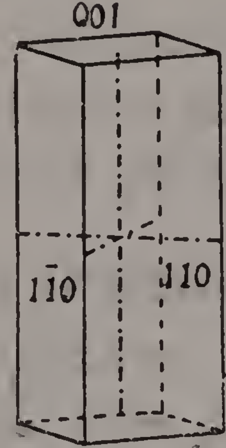
ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್

ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ. ಈ ಮುಖಗಳು ಲಂಬ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುವು. ಇವುಗಳ ಸಂಕೇತ(001), (00$\bar{1}$). ಇದು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುವುದಿಲ್ಲವಾದುದರಿಂದ, ಇದು ತೆರವು ರೂಪ (Open form).

ಪಟ್ಟಕಗಳು

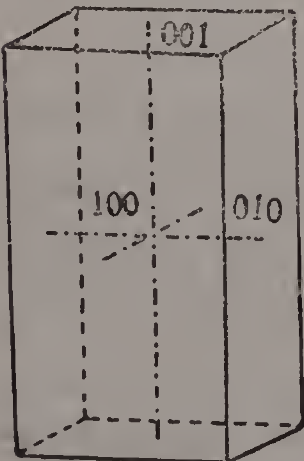
ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣವನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಮುಖಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ರೂಪಗಳಿಗೆ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣವಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಪಟ್ಟಕಗಳು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಮ ದೂರದಲ್ಲಿಯೂ, ಕೆಲವು ಅಸಮ ದೂರದಲ್ಲಿಯೂ, ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ಒಂದನ್ನು ಸಂಧಿಸಿ ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಯೂ ಇರುವುವು. ಹೀಗೆ ಮೂರು ಬಗೆಯ ಪಟ್ಟಕಗಳಿರುವುವು.

ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ



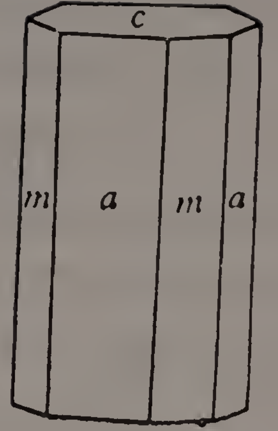
ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆಕಾರದ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಲಂಬಾಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವುದು. ಈ ಮುಖಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (110). ಪಟ್ಟಕ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ತೆರವಿನ ರೂಪ. ಇದು ಬೇಸಲ್‌ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ನೊಂದಿಗಿರುವುದು.

ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ

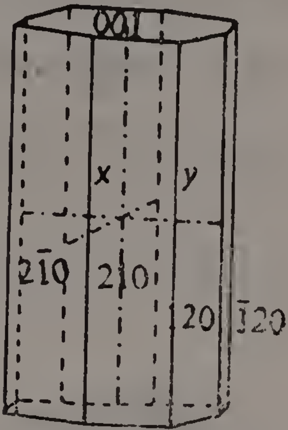


ಇದೂ ಸಹ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ. ಪ್ರತಿ ಮುಖವು ಲಂಬಾಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದಲ್ಲದೆ, ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (100). ಇದೂ ತೆರವಿನ ರೂಪವಾದುದರಿಂದ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಜೊತೆಯಲ್ಲಿರುವುದು.

ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ಮುಖಗಳು ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕದ ಏಣುಗಳನ್ನೂ ಅಥವಾ ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕದ ಮುಖಗಳು ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ಏಣುಗಳನ್ನೂ ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುವುದ ರಿಂದ ಈ ಎರಡು ಪಟ್ಟಕಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು. ಎರಡು ಪಟ್ಟಕಗಳ ಮುಖಗಳು ಸಮವಾಗಿ ಬೆಳೆದರೆ ಎಂಟು ಸಮ ಮುಖಗಳ ಪಟ್ಟಕವಾಗುವುದು. ಆದರೆ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿ ರುವ ಗೀರುಗಳ ವಿನ್ಯಾಸದಿಂದ (Etching) ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ಪಟ್ಟಕದ ಮುಖಗಳಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಹುದು.



ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ



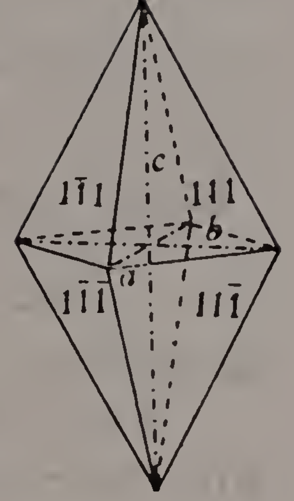
ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎಂಟು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಲಂಬಾಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವುದು. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (hko) ಅಥವಾ (210). ಒಂದನೆಯ ಪಟ್ಟ ಕದ ಪ್ರತಿ ಏಣಿನ ಇಕ್ಕೆಲಗಳಲ್ಲೂ ಸಮಓಟವಿರುವ ಎರಡು ಮುಖಗಳನ್ನು ಕೆತ್ತಿದರೆ, ಒಂದನೆಯ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ದ್ವಿಪಟ್ಟಕಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು. ಎರಡನೆಯ ಪಟ್ಟಕದೊಡನೆಯೂ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಕೂಟವನ್ನು ಹೊಂದಬಹುದು.

ಗೋಪುರಗಳು (Bipyramids or Dipyramids)

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣವನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಎಲ್ಲ ಅಥವಾ ಕೆಲವು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ಮುಖಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ರೂಪಗಳಿಗೆ ಗೋಪುರಗಳೆಂದು ಹೆಸರು. ಪಟ್ಟಕಗಳ ಹಾಗೆ ಗೋಪುರ ಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಮೂರು ವಿಧಗಳುಂಟು.

ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ

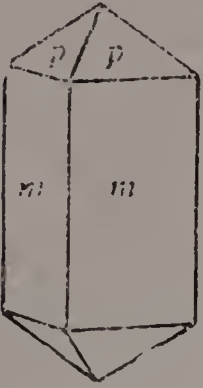
ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎಂಟು ಸಮದ್ವಿಬಾಹುತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿಯ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಲಂಬಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ, ಇಲ್ಲವೇ ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಉಳಿದ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನೂ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ ಇಲ್ಲವೇ ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (hhl) ಅಥವಾ (111). ತುದಿಯ ಏಣುಗಳ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುವು. ಗೋಪುರದ ಆಕಾರವು ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಉದ್ದವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ. ಆಕ್ಟಹೀಡ್ರೈಟ್

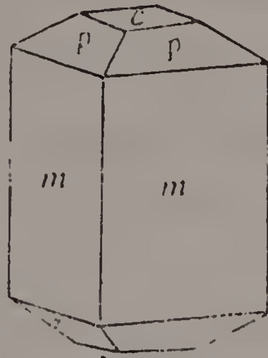


ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬಾಕ್ಷವು ಉದ್ದವಾಗಿರುವುದ ರಿಂದ ಗೋಪುರವೂ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ. ವೆಸೂವಿಯನೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬಾಕ್ಷವು ಮೋಟಾಗಿರುವುದ ರಿಂದ, ಗೋಪುರವೂ ಮೋಟಾಗಿದೆ. ಈ ಗೋಪುರದ ರೂಪಗಳು ಒಂದೇ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರ ಬಹುದು.

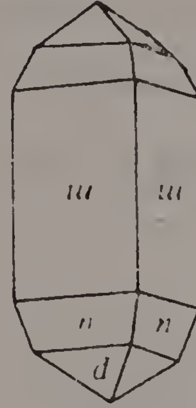
ಇತರ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ ಕೂಟ

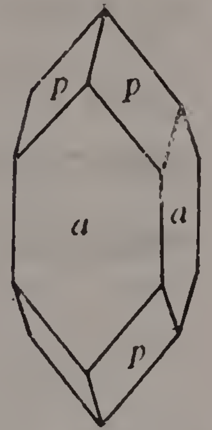
ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ಅಡ್ಡ ಏಣುಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕದ ಘನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಕಡೆಗೆ ಸಮ ಓಟವಿರುವ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸಿದರೆ





m = ಪ್ರ. ಪಟ್ಟಕ
p = ಪ್ರ. ಗೋಪುರ



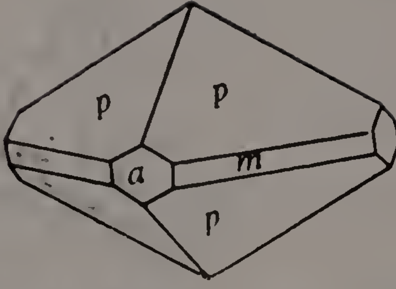


a = ದ್ವಿ. ಪಟ್ಟಕ
c = ಬೇಸಲ್ ಪಿನ್‌ಕಾಯಿಡ್

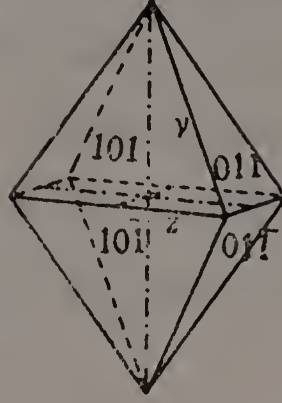
ಕ್ರಮವಾಗಿ ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ–ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರಗಳ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ–ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟಗಳಾಗುವುವು. ಮೊದಲನೆಯ ಕೂಟವನ್ನು ಜಿರ್ಕಾನ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿಯೂ, ಎರಡನೆಯ ಕೂಟವನ್ನು ಅಪೊಫಿಲ್ಲೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳ ಲ್ಲಿಯೂ ಕಾಣಬಹುದು. ವೆಸೂವಿಯನೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ, ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ ಮತ್ತು ಬೇಸಲ್‌ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳ ಕೂಟ ಅಥವಾ ಪ್ರಥಮ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳೊಡನೆ ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರವಿರುವ ಕೂಟವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ

ಇದೂ ಒಂದು ರೀತಿಯ ಎಂಟು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ದ್ವಿಭುಜದ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಲಂಬಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸು



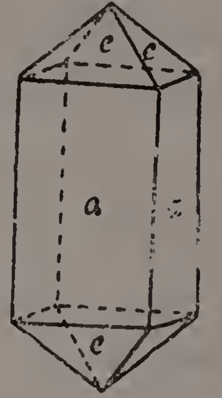
m = ಪ್ರ ಪಟ್ಟಕ, a = ದ್ವಿ. ಪಟ್ಟಕ
p = ಪ್ರ. ಗೋಪುರ



ತ್ತದೆ, ಇಲ್ಲವೇ ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಉಳಿದ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದು. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (hol) ಅಥವಾ (101). ತುದಿಯ ಏಣುಗಳ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುವು.

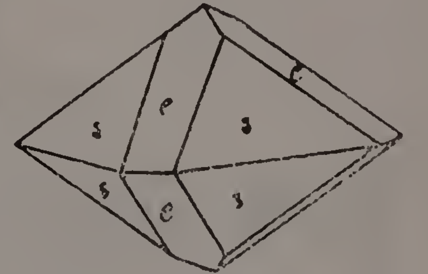
ಇತರ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರದ ಕೂಟ

ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕದ ಅಡ್ಡ ಏಣುಗಳನ್ನು ಲಂಬಾಕ್ಷದಕಡೆ ಸಮಓಟವಿರುವ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸಿದಾಗ ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು. ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ಕೋಣಗಗಳನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿ ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುವುದರಿಂದ ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.



a = ದ್ವಿ. ಪಟ್ಟಕ
c = ದ್ವಿ. ಗೋಪುರ

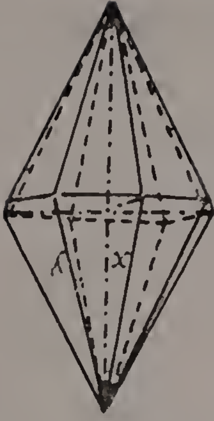
ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ ತುದಿ ಏಣುಗಳನ್ನು ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರದ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಪ್ರಥಮ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟ ಉಂಟಾಗುವುದು. ಉದಾ. : ಕ್ಯಾಸಿಟರೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳು. ರೂಟೈಲ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಥಮ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

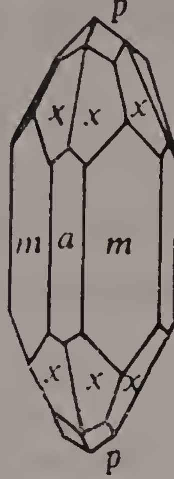


ಪ್ರ. ಮತ್ತು ದ್ವಿ. ಗೋಪುರಗಳು

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಗೋಪುರ

ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 16 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಮೂರು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಬೇರೆಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (hkl) ಅಥವಾ (212). ಇದು ಒಂದನೆಯ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಗೋಪುರಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವುದರಿಂದ, ಇವೆರಡರ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ (111+101=212) ಇದರ ಸಂಕೇತವಾಗುವುದು. ದ್ವಿಗೋಪುರವು ಜಿರ್ಕಾನ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ಜಿರ್ಕನಾಯಿಡ್ ಎಂದೂ





m = ಪ್ರ. ಪಟ್ಟಕ ; a = ದ್ವಿ. ಪಟ್ಟಕ,
p = ಪ್ರ. ಗೋಪುರ ; x = ದ್ವಿಗೋಪುರ

ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಈ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಪ್ರಥಮ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳು, ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ ಮತ್ತು ದ್ವಿಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟವಿರುವುದು.

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿಗಳ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ
(Holohedral hemimorphic or Ditetragonal polar class)
ಅಯಡೊಸಕ್ಸಿನಿಮೈಡ್ ಮಾದರಿ (Iodosuccinimide type)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವು ಇವೆ. ಇದು ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗವಾದುದರಿಂದ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಅಳಿದುಹೋಗಿವೆ. ಯಾವ ಖನಿಜವೂ ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವುದಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ಅಯಡೊಸಕ್ಸಿನಿಮೈಡ್ ಹರಳುಗಳು ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಒಂದೇ ಮುಖದ ಎರಡು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು ಈ ವರ್ಗದ ವಿಶಿಷ್ಟ ರೂಪಗಳು. ಪ್ರಥಮ, ದ್ವಿತೀಯ ಮತ್ತು ದ್ವಿಗೋಪುರಗಳ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಡೆಯ ಮುಖಗಳು (ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ) ಮಾತ್ರ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುವು. ಆದುದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಅರ್ಧದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಗೋಪುರಗಳು ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಅರ್ಧದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಗೋಪುರಗಳು ಇದ್ದ ಹಾಗಾಯಿತು. ಪಟ್ಟಕಗಳು ಅರೆರೂಪ ಹೊಂದುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಅರೆರೂಪತೆಯು ವ್ಯಕ್ತವಾಗುವುದು.

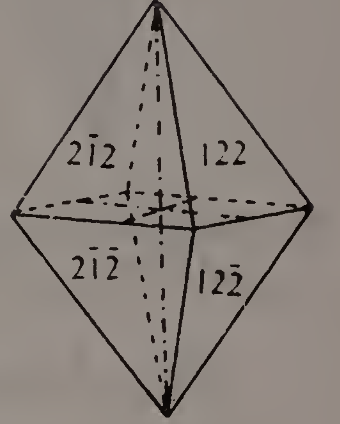
ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿವರ್ಗ, ತ್ರಿಗೋಪುರವರ್ಗ
(Tetragonal Pyramidal hemihedral, Tripyramidal class)
ಷೀಲೈಟ್ ಮಾದರಿ (Scheelite type)

ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿ ಮುಖ

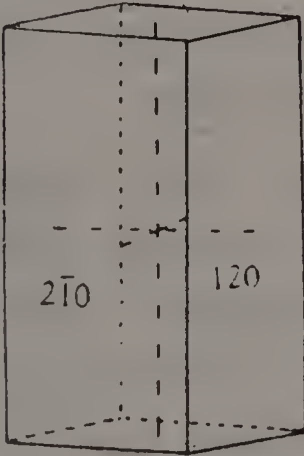
ಗಳನ್ನು ದಮನಮಾಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಈ ಮಾದರಿಯ ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ 4/m

ಈ ವರ್ಗದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವೂ, ಒಂದು ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವೂ ಇವೆ. ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವು ಇದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದು, ಎರಡು ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯ್ದು ಹೋಗುವುದು.



ದ್ವಿಗೋಪುರವು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದರೆ 2 ಏಕರೀತಿಯ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುವುವು. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ದ್ವಿಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ ತೋರುವುದು. ಈ ರೂಪಗಳನ್ನು ಧನ ಅಥವಾ ಋಣ ತೃತೀಯ ಗೋಪುರಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. $\pm\left\{\frac{mpn}{2}\right\}\pi$



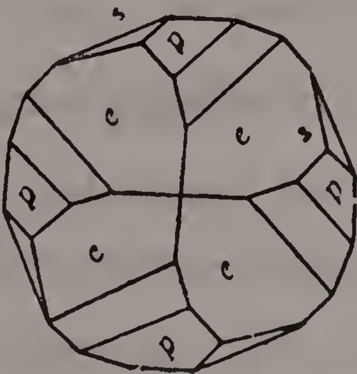
ದ್ವಿಪಟ್ಟಕವು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದರೆ ನಾಲ್ಕು ಏಕರೂಪದ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ತೆರವಿನ ರೂಪಗಳು ಉಂಟಾಗುವುವು. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ದ್ವಿಪಟ್ಟಕದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ ತೋರುವುದು. ಈ ರೂಪಗಳನ್ನು ಧನ ಅಥವಾ ಋಣ ತೃತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. $\pm\left\{\frac{\infty pn}{2}\right\}\pi$

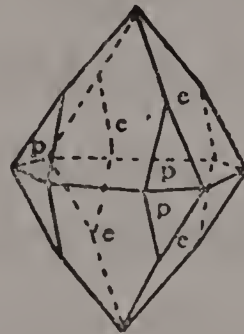
ತೃತೀಯ ಗೋಪುರ ಪ್ರಥಮ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳ ನಡುವಣ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಆಕ್ರಮಿಸುವುದು. ಅದೇ ರೀತಿ ತೃತೀಯ ಪಟ್ಟಕವು ಪ್ರಥಮ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳ ನಡುವಣ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಆಕ್ರಮಿಸುವುದು.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಉಳಿದ ರೂಪಗಳು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೆ ಒಳಪಟ್ಟಾಗ ಅರೆಮುಖಿಗಳಾಗದೆ ಹಾಗೆಯೇ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುವು. ಇವುಗಳನ್ನು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿರೂಪದ ಅರೆಮುಖಿಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the Form	ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತಸೂಚಿ
1 ತೃತೀಯ ಪಟ್ಟಕ Prism of III order	4	na : a: ∞c	$\pm\left\{\frac{\infty pn}{2}\right\}\pi$	(hko) (210)
2 ತೃತೀಯ ಗೋಪುರ Pyramid of III order	8	na : a : mc	$\pm\left\{\frac{mpn}{2}\right\}\pi$	(hkl) (212)
3 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ Basal Pinacoid	2	∞ a : ∞a: c	{op}	001
4 ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ Prism of I order	4	a : a : ∞ c	{ ∞ p }	110
5 ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ Prism of II order	4	∞ a:a: ∞c	{ ∞ p ∞ }	100
6 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ Pyramid of I order	8	a :a: cormc	{p or mp}	(hhl) (111)
7 ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ Pyramid of II order	8	∞ a:a:cormc	{p ∞ormp ∞}	(hol) (101)

ಷೀಲೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಥಮ, ದ್ವಿತೀಯ ಮತ್ತು ತೃತೀಯ ಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

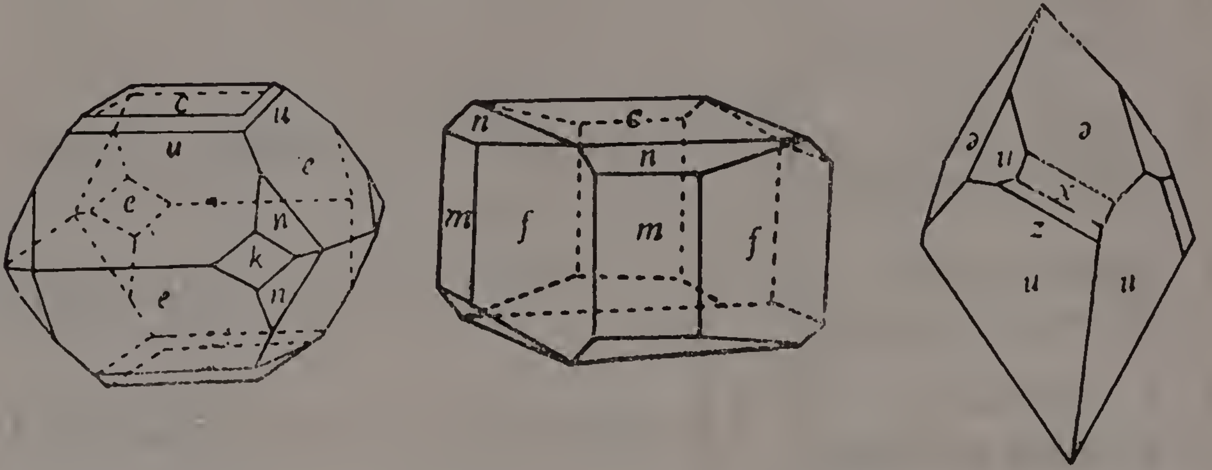




ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ
(Tetragonal Pyramidal Hemimorphic class)
ವುಲ್ಫನೈಟ್ ಮಾದರಿ (Wulfenite type)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ $\bar{4}$

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವು ಮಾತ್ರ ಇದೆ. ಇದೇ ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಇದು ಅರೆರೂಪವಾದುದರಿಂದ ತ್ರಿಗೋಪುರವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಅಳಿಸಿಹೋಗಿವೆ. ಷೀಲೈಟ್ ಖನಿಜ ಗುಂಪಿಗೆ ಸೇರಿದ ವುಲ್ಫನೈಟ್ ಖನಿಜದಲ್ಲಿ ಗೋಪುರ ರೂಪಗಳ ಮೇಲುತುದಿ



ಯಲ್ಲಿರುವ ಮುಖಗಳಿಗೂ ಕೆಳತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಮುಖಗಳಿಗೂ ಯಾವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೂ ಇಲ್ಲವಾದಾಗ್ಯೂ, ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವಿಲ್ಲವಾದುದರಿಂದ, ವುಲ್ಫನೈಟನ್ನು ಈ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಸ್ಫಿನಾಯ್ಡಲ್ ವರ್ಗ (Sphenoidal class)
ಚಾಲ್ಕೊಪೈರೈಟ್ ಮಾದರಿ (Chalcopyrite type)
(Tetragonal Sphenoidal, Sphenoidal Hemihedral, Didigonal Scalenohedral or Ditetragonal Alternating class)

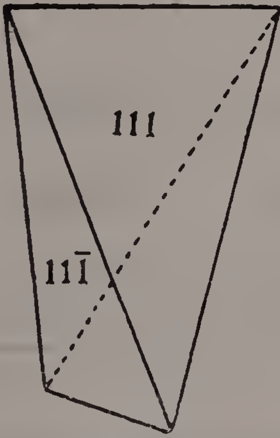
ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಅಷ್ಟಮಾಂಶ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಈ ಮಾದರಿಯ ಅರೆಮುಖಿಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ $\bar{4}2m$

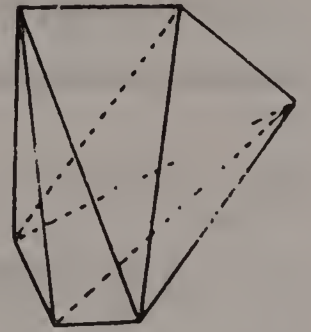
ಇದರಲ್ಲಿ ಎಸಡು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳೂ, ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ

ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಇವೆ. ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ, ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಮತ್ತು ಎರಡು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಮತ್ತು ಎರಡು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಅಳಿಸಿಹೋಗಿವೆ. ನಾಲ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವು ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿವೆ. ಇದು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಉಳಿದೆರಡು ಅಕ್ಷಗಳು ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು.

ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರವು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ, ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ, ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನು (111) ತೋರುವುದು. ಈ ರೂಪಗಳನ್ನು ಧನ ಅಥವಾ ಋಣ ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಸ್ಫಿನಾಯಿಡ್‌ಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm \left\{ \frac{\text{P ಅಥವಾ mp}}{2} \right\} k.$



ದ್ವಿಗೋಪುರವು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ 8 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ದ್ವಿಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನು (hkl) ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳಿಗೆ ಧನ ಅಥವಾ ಋಣ ಅಸಮಬಾಹು ಮುಖಿಗಳು (Tetragonal Scalenohedrons) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm \left\{ \frac{\text{mpn}}{2} \right\} k.$



ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಇತರ ರೂಪಗಳು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಆರೆಮುಖಿಗಳಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.

ಸ್ಫಿನಾಯಿಡ್ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳನ್ನು ಹೋಲುತ್ತವೆ, ಆದರೆ ಅವುಗಳಹಾಗೆ, ಸ್ಫಿನಾಯಿಡ್ ಮುಖಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲ ; ಇವು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು.

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the Form	ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತಸೂಚಿ
1 ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಸ್ಫೀನಾಯಿಡ್	4	a : a : c	$\pm\left\{\frac{p \text{ or } mp}{2}\right\}$ k	(111)
2 ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಅಸಮಬಾಹುಮುಖಿ	8	na : a : mc	$\pm\left\{\frac{mpn}{2}\right\}$ k	(hkl)
ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಅರೆಮುಖಿಗಳು				
3 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್	2	∞ a:∞ a:c	{ op }	(001)
4 ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ	4	a : a : ∞ c	{ ∞ p }	(110)
5 ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ	4	∞a: a : ∞c	{ ∞ p ∞ }	(100)
6 ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ	8	na : a : ∞ c	{ ∞pn }	(hko)
7 ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ	8	∞a : a : c	{p∞ ormp ∞}	(101)

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರಲ್ ವರ್ಗ (Trapezohedral class)

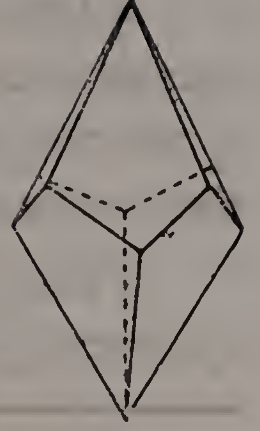
ನಿಕ್ಕಲ್‌ಸಲ್ಫೇಟ್ ಮಾದರಿ (Nickel Sulphate type)

(Tetragonal Trapezohedral, Trapezohedral Hemihedral or Tetragonal Holoaxial class)

ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ಪರ್ಯಾಯಮುಖ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಈ ಮಾದರಿಯ ಅರೆಮುಖಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ನಾಲ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಮಾತ್ರ ಇವೆ. ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಅಳಿಸಿಹೋಗಿವೆ ; ಆದರೆ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೆಲ್ಲ ಉಳಿದಿವೆ. ನಾಲ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು.



ದ್ವಿಗೋಪುರವು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ, ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಟ್ರಪೀಜಿಯಂ ಆಕಾರದ ಎಂಟು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ, ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ಆದರೆ ಅಸಮಂಜಸವಾದ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ದ್ವಿಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನು (hkl) ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳನ್ನು ಎಡ ಅಥವಾ ಬಲ ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಟ್ರಪಿಜೊಹೀಡ್ರನ್ (Tetragonal Trapezohedrons) ಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಉಳಿದ ರೂಪಗಳು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿಗಳಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.

ಸ್ಫೀನಾಯ್ಡಲ್ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ

Sphenoidal Tetartohedral Class

(Tetragonal Disphenoidal, Sphenoidal Tetartohedral or Tetragonal Alternating class)

ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ಪರ್ಯಾಯಮುಖ ದಮನ ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ಅಷ್ಟಮಾಂಶ ದಮನಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಒಳಗಾದಾಗ ಈ ಮಾದರಿಯ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವು ಮಾತ್ರ ಇದೆ. ಇದು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು.

ದ್ವಿಗೋಪುರವು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ, ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ನಾಲ್ಕು ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗುವುವು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಎಡ ರೂಪಗಳು, ಮತ್ತೆರಡು ಬಲರೂಪಗಳು. ಎಡರೂಪಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ರೂಪಗಳು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಧನ ಮತ್ತೊಂದು ಋಣ ರೂಪಗಳು. ಇದೇ ರೀತಿ ಬಲರೂಪಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ಧನ ಮತ್ತೊಂದು ಋಣರೂಪಗಳಿರುವುವು. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ದ್ವಿಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನು (hkl) ತೋರುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ತೃತೀಯ ಸ್ಫೀನಾಯಿಡ್‌ಗಳು (Sphenoids of the III order) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $r \text{ or } l \left\{ \frac{mpn}{4} \right\} \pm$

ತೃತೀಯ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಸ್ಫೀನಾಯಿಡ್‌ಗಳು ಕೃತಕ ಅರೆಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಮುಖಿಗಳಾಗಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ದ್ವಿತೀಯಗೋಪುರ, ಪ್ರಥಮ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.

2 CaO, Al_2O_3, SiO_2 ಸಂಯೋಜನೆಯುಳ್ಳ ಲವಣಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತವೆ.

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತದ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತಸೂಚಿ
1 ತೃತೀಯ ಸ್ಫೀನಾಯಿಡ್	4	na : a : mc	r or l $\left\{\frac{mpn}{4}\right\} \pm$	(hkl)
ಕೃತಕ ಅರೆಮುಖಿ ಚತ್ರುರ್ಥಾಂಶ ಮುಖಿಗಳು				
2 ತೃತೀಯ ಪಟ್ಟಕ	4	na : a : ∞ c	$\pm\left\{\frac{\infty pn}{2}\right\}$	(hko)
3 ಸ್ಫೀನಾಯಿಡ್	4	a : a : c	$\pm\left\{\frac{p \text{ or } mp}{2}\right\}$	(111)
ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳು				
4 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್	2	∞ a: ∞ a :c	{ op }	(001)
5 ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ	4	a : a : ∞c	{ ∞ p }	(110)
6 ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ	4	∞ a :a· ∞c	{ ∞ p ∞ }	(100)
7 ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ	8	∞a : a : c	{p∞ or mp ∞}	(101)

ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣ (Hexagonal System)

ಈ ಗಣದ ಎಲ್ಲರೂಪಗಳನ್ನು ನಾಲ್ಕು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಉದ್ದದಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿವೆ. ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಸ್ಥಾನಾಂತರಿಸಬಲ್ಲ ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು. ನಾಲ್ಕನೆಯ ಅಸಮ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬ

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಇದು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಿಗಿಂತ ಉದ್ದವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಮೋಟಾಗಿರುವುದೂ ಉಂಟು. ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು a, a, a ಮತ್ತು c ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಮೂರು ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ 60° ಅಥವಾ 120° ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ($a \wedge a = 60°$ ಅಥವಾ 120°). ಲಂಬಾಕ್ಷವು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷವನ್ನು 90° ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ($a \wedge c = 90°$) ಈ ಗಣಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳನ್ನು 12 ವರ್ಗಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ

(Hexagonal holohedral, Dihexagonal Dipyramidal class)

ಬೆರಿಲ್ ಮಾದರಿ (Beryl Type)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ 6/m 2/m 2/m

ಇದರಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ ಮತ್ತು ಆರು ದ್ವಿತೀಯಕ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಪಾಟಗಳೂ, ಆರು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಆರ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಇವೆ. ಆರ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಆರು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು ; ಉಳಿದ ಮೂರು ಅವು ಸಂಧಿಸುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸಮವಾಗಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.
ಈ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳು :

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು: ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
1 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ Basal Pinacoid	2	∞ a : ∞ a : ∞ a : c	{ op }	0001
2 ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ Prism of I order	6	a : a : ∞ a : c	{ ∞ p }	$10\bar{1}0$
3 ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ Prism of II order	6	2a : a : 2a : ∞ c	{ ∞ p2 }	$11\bar{2}0$
4 ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ Dihexagonal prism	12	na : a : ra : ∞ c	{ ∞ pn }	$hk\bar{i}o$ $(21\bar{3}0)$
5 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ Pyramid of I order	12	a : a : ∞a : c or mc	{p or mp}	$(hoh\bar{l})$ $(10\bar{1}1)$

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್‌ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯಂತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
6 ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ Pyramid of II order	12	2a : a : 2a : c or mc	{ p2 or mp2}	(hh2$\bar{h}$l) (11$\bar{2}$2)
7 ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಗೋಪುರ Dihexagonal pyramid	24	na : a : ra : mc	{ mpn }	h k $\bar{i}$ l (21$\bar{3}$1)

ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್

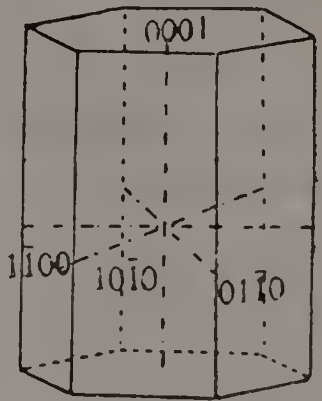
ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ. ಈ ಮುಖಗಳು ಲಂಬ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ ; ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆಲ್ಲ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುವು. ಇದರ ಸಂಕೇತ (0001) ಮತ್ತು (000$\bar{1}$). ಇದು ತೆರವಿನ ರೂಪವಾದುದರಿಂದ ಬೇರೆ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ಜೊತೆಗೂಡಿಯೇ ಇರುವುದು.

ಪಟ್ಟಕಗಳು

ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿಯೂ ಮೂರು ಬಗೆಯ ಪಟ್ಟಕಗಳಿವೆ.

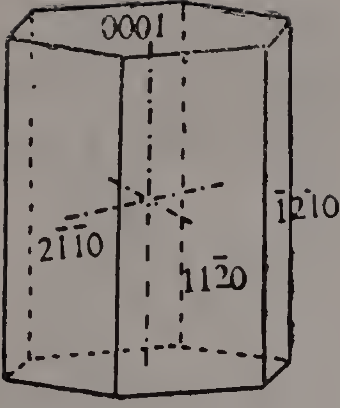
ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ

ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆಯಾಕಾರದ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಲಂಬಾಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಯೂ, ಮೂರು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳ ಪೈಕಿ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಯೂ ಇರುವುವು ಮತ್ತು ಎರಡನ್ನು ಸಮದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ಮುಖಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (10$\bar{1}$0). ಪಟ್ಟಕಗಳು ತೆರವಿನ ರೂಪಗಳಾದುದರಿಂದ, ಈ ಪಟ್ಟಕವು ಗೋಪುರಗಳು ಅಥವಾ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳ ಜೊತೆಯಲ್ಲಿರುವುದು.



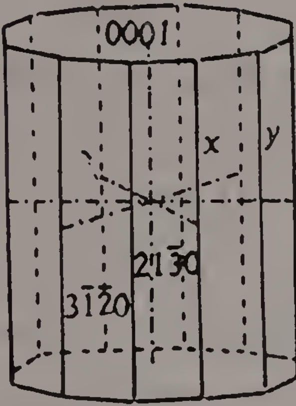
ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ

ಇದು ಸಹ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಲಂಬಾಕ್ಷಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಮೂರು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳ ಪೈಕಿ, ಎರಡನ್ನು ಸಮದೂರಗಳಲ್ಲಿಯೂ, ಮೂರನೆಯದನ್ನು ಅವುಗಳ ಎರಡರಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿಯೂ ಸಂಧಿಸುವುದು. ಮೊದಲ ಎರಡು ಅಕ್ಷಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ದೂರ



ಅಥವಾ ಮೂರನೆಯ ಅಕ್ಷವು ಸಂಧಿಸುವ ದೂರವು ಏಕ ಮಾನವಾಗಬಹುದು. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $(11\bar{2}0)$. ಒಂದು ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಪಟ್ಟಕಗಳ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅಡ್ಡಕತ್ತರಿಸಿದ ಚಿತ್ರ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು ಸಹ ತೆರವಿನ ರೂಪ.

ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ



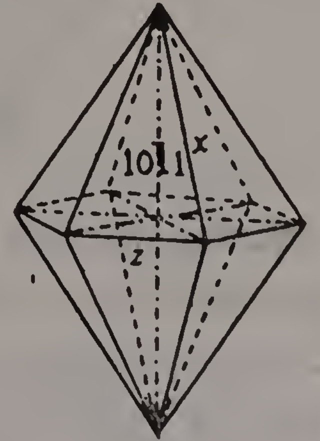
ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 12 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಲಂಬಾಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $(h\,k\,\bar{i}\,o)$ $(21\bar{3}0)$. ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಪಟ್ಟಕದ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಗೆಯ ಏಣುಗಳಿರುವುವು.

ಗೋಪುರಗಳು (Bipyramids or Dipyramids)

ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿಯೂ ಮೂರು ಬಗೆಯ ಗೋಪುರಗಳಿವೆ.

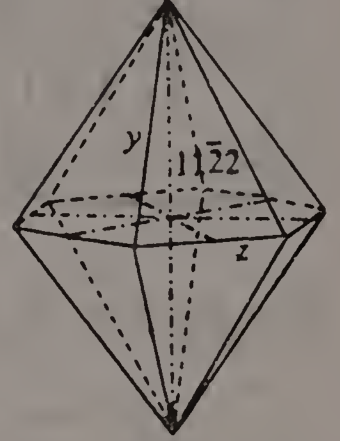
ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ

ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 12 ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿಯ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಲಂಬಾಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲವೇ ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ ; ಮೂರು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳ ಪೈಕಿ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಯೂ, ಉಳಿದೆರಡನ್ನು ಸಮದೂರಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $(h\,o\,\bar{h}\,l)$ ಅಥವಾ $(10\bar{1}1)$. ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ಅಡ್ಡ ಏಣುಗಳನ್ನಾಗಲಿ ಅಥವಾ ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕದ ಘನ ಕೋನಗಳನ್ನಾಗಲಿ ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರಗಳು ಉಂಟಾಗುವುವು. ಈ ಗೋಪುರದ ರೂಪಗಳು ಒಂದೇ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇರಬಹುದು. ಇವೆಲ್ಲಾ ಬೇಸಲ್‌ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ನಡುವೆ ಅಡಕವಾಗಿರುವುವು. ಇವುಗಳು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ದೂರಗಳ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿರುವುದು.



ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ

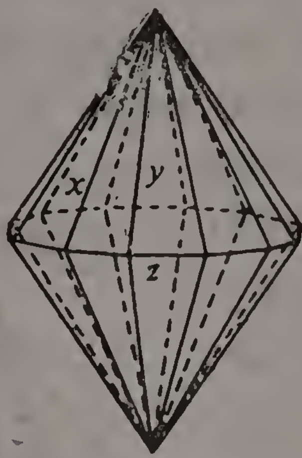
ಇದೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 12 ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿಯ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಲಂಬಾಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ ಇಲ್ಲವೇ ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಮೂರು ಸಮತಲ ಅಕ್ಷಗಳ ಪೈಕಿ ಎರಡನ್ನು ಸಮದೂರಗಳಲ್ಲಿಯೂ, ಮೂರನೆಯದನ್ನು ಅವುಗಳ ಎರಡರಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿಯೂ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಮೊದಲ ಎರಡು ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ದೂರ ಅಥವಾ ಮೂರನೆ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ದೂರ ಏಕಮಾನವಾಗಬಹುದು. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $(hh\bar{2h}l)$ ಅಥವಾ $(11\bar{2}2)$. ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್

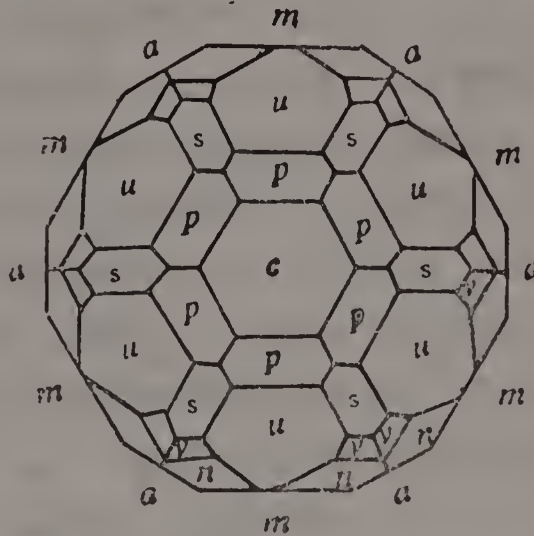


ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವ ಏಣುಗಳನ್ನು (ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕದ ಅಡ್ಡ ಏಣುಗಳನ್ನು) ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಕಡೆಗೆ ಸಮಓರೆಯಾಗಿರುವ ಮುಖಗಳು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುವುದರಿಂದ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರವು ಉಂಟಾಗುವುದು. ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ಘನಕೋನಗಳನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸುವುದರ ಮೂಲಕವೂ ಉಂಟಾಗುವುದು. ಒಂದೇ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳಿರಬಹುದು. ಇವೆಲ್ಲಾ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳ ನಡುವೆ ಅಡಕವಾಗಿರುವುವು.

ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಗೋಪುರ

ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 24 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ನಾಲ್ಕು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ





ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $(h\,k\,\bar{i}\,l)$ ಅಥವಾ $(21\bar{3}1)$. ದ್ವಿಗೋಪುರವು ಬೆರಿಲ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ಬೆರಿಲಾಯಿಡ್ ಎಂದೂ ಕರೆಯುವರು. ಬೆರಿಲ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬಗೆಯ ಗೋಪುರಗಳು, ಪಟ್ಟಕಗಳು ಮತ್ತು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳ ಕೂಟವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿಗಳ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ

(Hexagonal holohedral hemimorphic or Dihexagonal polar class)

ಜಿಂಕೈಟ್ ಮಾದರಿ (Zincite type)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ಆರು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಆರ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವು ಇವೆ. ಇದು ಅರೆರೂಪವರ್ಗವಾದುದರಿಂದ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ ಮತ್ತು ಆರು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಅಳಿಸಿಹೋಗಿವೆ. ಆರ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಆರು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಲಂಬ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು 30° ಯಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಒಂದೇ ಮುಖದ ಎರಡು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು ಈ ವರ್ಗದ ವಿಶಿಷ್ಟ ರೂಪಗಳು. ಪ್ರಥಮ, ದ್ವಿತೀಯ ಮತ್ತು ದ್ವಿಗೋಪುರಗಳ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಮುಖಗಳು (ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ) ಮಾತ್ರ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುವು. ಆದುದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಅರ್ಧದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಅರ್ಧದಲ್ಲಿ ಮೂರು, ಒಟ್ಟು ಆರು ಗೋಪುರಗಳು ಇದ್ದ ಹಾಗಾಯಿತು. ಪಟ್ಟಕಗಳು ಅರೆರೂಪ ಹೊಂದುವುದಿಲ್ಲ. ಅವುಗಳ ಅರೆರೂಪತೆಯನ್ನು ಅಣು ರಚನೆಯು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

ಜಿಂಕೈಟ್, ಅಯೊಡಿರೈಟ್, ಗ್ರೀನೋಕೈಟ್ ಮತ್ತು ವುರ್ಟ್‌ಜೈಟ್ ಖನಿಜಗಳ ಹರಳುಗಳು ಈ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿವೆ.

ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗ / ತ್ರಿಗೋಪುರ ವರ್ಗ

(Hexagonal Pyramidal hemihedral, Tripyramidal classs)

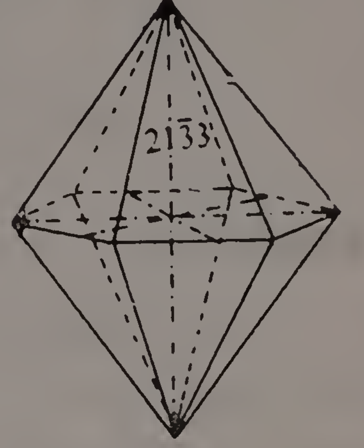
ಅಪಟೈಟ್ ಮಾದರಿ (Apatite type)

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿ ಮುಖಗಳ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ, ಈ ಮಾದರಿಯ ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ : 6 /m

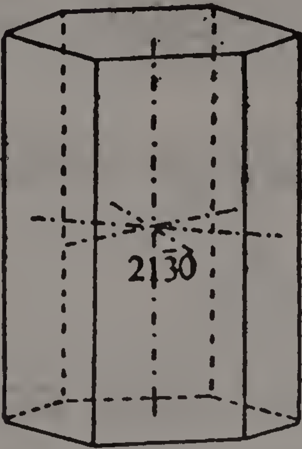
ಈ ವರ್ಗದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವೂ, ಒಂದು ಆರ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವೂ ಇವೆ. ಆರ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವು

ಲಂಬ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವು ಇದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದು, ಮೂರು ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯ್ದು ಹೋಗುವುದು.



ದ್ವಿಗೋಪುರ ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದರೆ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 12 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುವುವು. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ದ್ವಿಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ ತೋರುವುದು. ರೂಪಗಳನ್ನು ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ತೃತೀಯ ಗೋಪುರಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm\left\{\frac{mpn}{2}\right\}\pi$

ದ್ವಿಪಟ್ಟಕವು ಈ ಮಾದರಿ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದರೆ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಸಮಂಜಸ ತೆರವಿನ ರೂಪಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ದ್ವಿಪಟ್ಟಕದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ ತೋರುವುದು. ಈ ರೂಪಗಳಿಗೆ ಧನ ಅಥವಾ ಋಣ ತೃತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm\left\{\frac{\infty pn}{2}\right\}\pi$



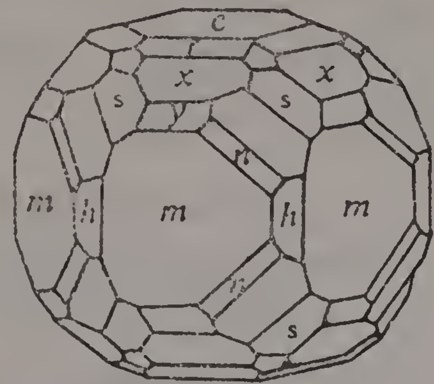
ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಉಳಿದ ರೂಪಗಳು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೆ ಒಳಪಟ್ಟಾಗ ಅರೆಮುಖಿಗಳಾಗದೆ ಹಾಗೆಯೇ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುವು. ಇವು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪದ ಅರೆಮುಖಿಗಳು.

ರೂಪದ ಹೆಸರು	ಮುಖಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
1 ತೃತೀಯ ಪಟ್ಟಕ Prism of III order	6	na : a : r a : ∞ c	$\pm\left\{\frac{\infty pn}{2}\right\}\pi$	(hk$\bar{i}$o) (21$\bar{3}$0)
2 ತೃತೀಯ ಗೋಪುರ Pyramid of III order	12	na : a : r a : mc	$\pm\left\{\frac{mpn}{2}\right\}\pi$	(hk$\bar{i}$l) (21$\bar{3}$1)

ರೂಪದ ಹೆಸರು	ಮುಖಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
3 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್	2	$\infty a : \infty a : \infty a : c$	$\{ op \}$	0001
4 ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ	6	$a : a\ \infty a : \infty c$	$\{ \infty p \}$	$10\bar{1}0$
5 ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ	6	$2a : a : 2a : \infty c$	$\{ \infty p2 \}$	$11\bar{2}0$
6 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ	12	$a : a : \infty a : c$ or mc	$\{p$ or $mp\}$	$(ho\bar{h}l)$ $(10\bar{1}1)$
7 ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ	12	$2a : a : 2a : c$ or mc	$\{p2$ or $mp2\}$	$(hh\overline{2h}l)$ $(11\bar{2}2)$

ಅಪಟೈಟ್, ಪೈರೊಮಾರ್ಫೈಟ್, ಮಿಮೆಟೈಟ್, ವೆನಡಿನೈಟ್ ಮೊದಲಾದ ಅಪಟೈಟ್ ಗುಂಪಿನ ಖನಿಜಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವುದರಿಂದ, ಇದು ಪ್ರಮುಖ ವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ. ಈ ಖನಿಜಗಳ ಅಣುರಚನೆ ಈ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಗನುಗುಣವಾಗಿದೆ ಎಂಬುವನ್ನು ಅವುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಕೊರೆತಗಳು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುತ್ತವೆ. ಪೈರೊಮಾರ್ಫೈಟ್ ಮತ್ತು ಮಿಮೆಟೈಟ್ ಹರಳುಗಳು ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪಗಳನ್ನು ತೋರುವುದಿಲ್ಲವಾದರೂ, ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಕೊರೆತಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಅಪಟೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಈ ವರ್ಗದ ಅರೆಮುಖಿಗಳು ಹಾಗೂ ಎಲ್ಲ ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪದ ಅರೆಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.



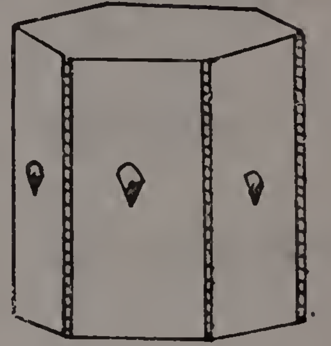
ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ

(Hexagonal Pyramidal Hemimorphic class)

ನೆಫೆಲೈಟ್ ಮಾದರಿ (Naphelite type)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇವರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆರ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವು ಮಾತ್ರ ಇದೆ. ಇದು ಅರೆ ರೂಪವಾದುದರಿಂದ ತ್ರಿಗೋಪುರ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಅಳಿಸಿ ಹೋಗಿವೆ.



ತೃತೀಯ ಗೋಪುರದ ಮೇಲಣ ಅರ್ಧವು ಈ ವರ್ಗದ ಮಾದರಿ ರೂಪವಾಗಿದೆ. ನೆಫೆಲೈಟ್ ಹರಳಿನ ಅರೆರೂಪತೆಯನ್ನು ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಕೊರೆತೆಗಳು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ.

ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರಲ್ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗ

(Hexagonal Trapezohedral class or β – Quartz type)

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳನ್ನು ಪರ್ಯಾಯ ಮುಖ ದಮನಕ್ಕೊಳಪಡಿಸಿದರೆ, ಈ ಮಾದರಿಯ ಅರೆಮುಖಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

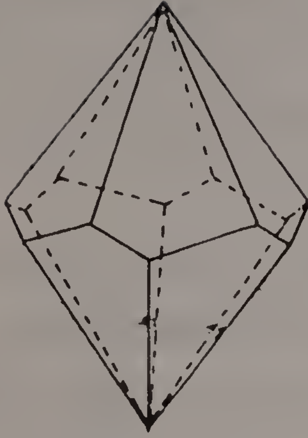
ಸಮಸೂತ್ರತೆ 6 2 2

ಈ ವರ್ಗದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಆರು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಆರ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಮಾತ್ರ ಇವೆ ಸಮಸೂತ್ರಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಸಪಾಟಗಳು ಇಲ್ಲ. ಆರ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಆರು ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಪೈಕಿ, ಮೂರು ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು.

ದ್ವಿಗೋಪುರ ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 12 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗುವುವು. ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ಆದರೆ ಅಸಮಂಜಸವಾದ ರೂಪಗಳು. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ದ್ವಿಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನು ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳನ್ನು ಎಡ ಅಥವಾ ಬಲ ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರನ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ

$$r \text{ or } l \left\{ \frac{mpn}{2} \right\} \gamma$$

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಇತರ ರೂಪಗಳು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾ



ದಾಗ ಪೂರ್ಣಮುಖಿಗಳಾಗಿಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ. ಇವು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪದ ಅರೆ ಮುಖಿಗಳು.

β–ಜೆಣಚು ಮಾತ್ರವೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಕೆಲವು ಲವಣಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತವೆ.

ಈ ವರ್ಗದ ರೂಪಗಳು :

ರೂಪದ ಹೆಸರು	ಮುಖಸಂಖ್ಯೆ	ನಿಯಾಂತಕ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
1 ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರನ್	12	na : a : r a : mc	r or l $\left\{\frac{mpn}{2}\right\}\gamma$	$hk\bar{i}l$
2 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್	2	∞a: ∞a: ∞a: c	{op}	0001
3 ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ	6	a : a : ∞a : ∞c	{∞p}	$10\bar{1}0$
4 ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ	6	2a : a : 2a : ∞c	{∞ p2}	$11\bar{2}0$
5 ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ	12	na : a : ra : ∞c	{∞pn}	$hk\bar{i}o$ $(21\bar{2}0)$
6 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ	12	a: a : ∞a : c or mc	{p or mp}	$ho\bar{h}l$ $(10\bar{1}1)$
7 ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ	12	2a: a : 2a : c or mc	{p2ormp2}	$hh\bar{2h}l$ $(11\bar{2}1)$

ಟ್ರೈಗೊನಲ್ ವರ್ಗ (Trigonal class)
ಬೆನಿಟಾಯ್ಟ್ ಮಾದರಿ (Benitoite type)

(Ditrigonal Dipyramidal, Trigonal Hemihedral, Trigonotype or Ditrigonal Equatorial class)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಮತ್ತು ಮೂರು ದ್ವಿತೀಯಕ

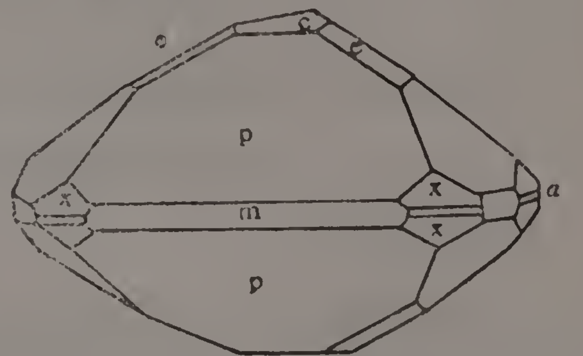
ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳೂ, ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಇವೆ. ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷ ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಆದರೆ ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಲಂಬಾಕ್ಷವನ್ನು 60° ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿಮುಖ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ, ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಮೂರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ತೆರವಿನ ರೂಪಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ಸಂಕೇತವನ್ನು $(10\bar{1}0)$ ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳನ್ನು ಧನ ಅಥವಾ ಋಣ ಪ್ರಥಮ ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳು (Trigonal Prism of I order) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ದ್ವಿಪಟ್ಟಕದ ಪರ್ಯಾಯ ಜೋಡಿ ಮುಖ ದಮನದಿಂದ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ತೆರವಿನ ರೂಪಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ಮುಖಗಳ ಪರ್ಯಾಯ ಏಣುಗಳು ಭಿನ್ನವಾಗಿರುವುವು. ಇವುಗಳಿಗೆ ದ್ವಿತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳು (Ditrigonal prisms) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಘನಾಕೃತಿಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಮೇಲ್ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಮತ್ತು ಕೆಳತುದಿಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಮುಖಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಇವೆಲ್ಲ ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ $(10\bar{1}\bar{1})$ ತೋರುವುವು. ಈ ರೂಪಗಳನ್ನು ಧನ ಅಥವ ಋಣ ಪ್ರಥಮ ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳು (Trigonal pyramid of I order) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ದ್ವಿಗೋಪುರ ಈ ರೀತಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದರೆ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 12 ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ದ್ವಿಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ $(hk\bar{i}l)$ ತೋರುವುದು. ಮೇಲ್ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಆರು ಮತ್ತು ಕೆಳತುದಿಯಲ್ಲಿ ಆರು ಮುಖಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಧನ ಅಥವಾ ಋಣ ದ್ವಿತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳು (Ditrigonal pyramids) ಎನ್ನಲಾಗಿದೆ.



ಉಳಿದ ರೂಪಗಳು, ಜೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಅರೆಮುಖಿಗಳಾಗಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಬೆನಿಟಾಯ್ಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳು ಮಾತ್ರ ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ

ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳು, ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ, ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ತ್ರಿಮುಖ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ (Trigonal Tetartohedral)
ಡೈಸಿಲ್ವರ್ ಆರ್ಥೋಫಾಸ್ಫೇಟ್ ಮಾದರಿ
(Disilver Orthophosphate type)
(Trigonal Dipyramidal or Trigonal Equatorial class)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ ಮತ್ತು ಒಂದು ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವೂ ಇವೆ. ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಇಲ್ಲ.

ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಮೂರು ಮತ್ತು ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳು ಮೂರು–ಇವು ಈ ವರ್ಗದ ವಿಶಿಷ್ಟ ರೂಪಗಳು. ಯಾವ ಖನಿಜವೂ ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ವಜ್ರಮುಖಿ ವರ್ಗ (Rhombohedral class)
ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್ ಮಾದರಿ (Calcite type)

(Ditrigonal Scalenohedral, Hexagonal Scalenohedral, Rhombohedral Hemihedral, or Dihexagonal Alternating class).

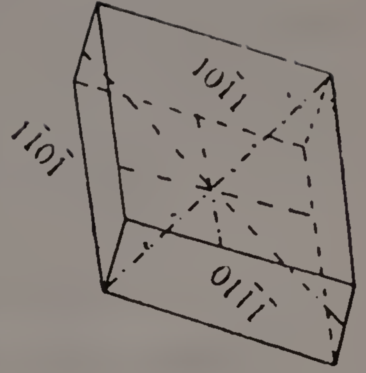
ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳನ್ನು ಪರ್ಯಾಯ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ (Sectants) ದಮನಕ್ಕೊಳಪಡಿಸಿದರೆ, ಈ ಮಾದರಿ ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ $\bar{3}$ 2/m

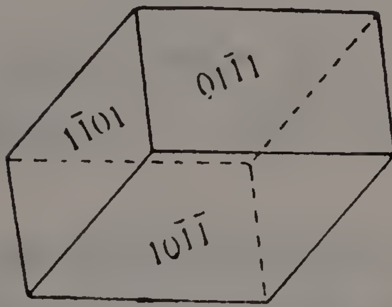
ಈ ವರ್ಗದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಮೂರು ದ್ವಿತೀಯಕ ಸಮಸೂತ್ರಸಪಾಟಗಳೂ, ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಇವೆ. ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಮತ್ತು ಮೂರು ದ್ವಿತೀಯಕ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳೂ, ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಅಳಿಸಿಹೋಗಿವೆ. ಆರ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವು ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದೆ. ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷ ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು.

ವಜ್ರಮುಖಿ

ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ

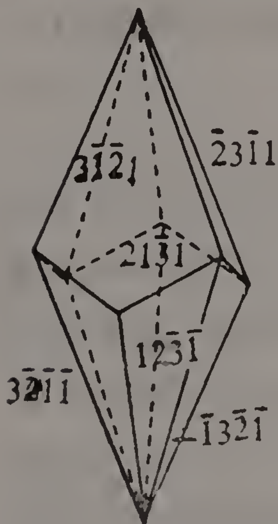


ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗುವುವು. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಮುಖವೂ ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ ತೋರುವುದು. ಈ ರೂಪಗಳನ್ನು ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ವಜ್ರಮುಖಿಗಳು (Rhombohedron) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇವರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm\left\{\frac{\text{p or mp}}{2}\right\}$ k, $(h\,o\,\bar{h}\,l)$



ಅಥವಾ $(10\bar{1}1)$. ಇದು ಏಕಮಾನ ವಜ್ರಮುಖಿಯ ಸಂಕೇತ. ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಉದ್ದವು ಕಡಿಮೆಯಾದ ಹಾಗೆಲ್ಲಾ ವಜ್ರಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಚಪ್ಪಟೆಯಾಗುತ್ತವೆ. ಆಗ ಅವುಗಳ ಸಂಕೇತ $(10\bar{1}2)$ ಆಗುವುದು ; ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಉದ್ದವು ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಸಂಕೇತವು $(20\bar{2}1)$ ಆಗುವುದು. ವಜ್ರಮುಖಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಮೇಲಿನ ಅರ್ಧ ಭಾಗದಲ್ಲೂ, ಉಳಿದ ಮೂರು ಕೆಳ ಅರ್ಧದಲ್ಲೂ ಇರುವುವು. ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖದ ಕೆಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಏಣು ಇರುತ್ತದೆ ; ಅದೇ ರೀತಿ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖದ ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಏಣು ಇರುವುದು.

ಒಂದೇ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಜ್ರಮುಖಿ ರೂಪಗಳು ಇರಬಹುದು. ಆಗ ಒಂದನ್ನು ಧನ ವಜ್ರಮುಖಿ ಎಂದೂ, ಮತ್ತೊಂದನ್ನು ಋಣ ವಜ್ರಮುಖಿ ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುವುದು. ಈ ಎರಡು ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಮುಖಗಳು ದೊಡ್ಡವು, ಮತ್ತೊಂದರ ಮುಖಗಳು ಚಿಕ್ಕವು. ಎರಡು ರೂಪಗಳ ಮುಖಗಳು ಸಮಗಾತ್ರದವುಗಳಾದರೆ, ಅವೆರಡು ಸೇರಿ ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರವನ್ನು ಹೋಲುತ್ತವೆ. ಆಗ ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಕೊರೆತಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಮಾತ್ರ ಅವುಗಳನ್ನು ವಜ್ರಮುಖಿ ರೂಪಗಳು ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

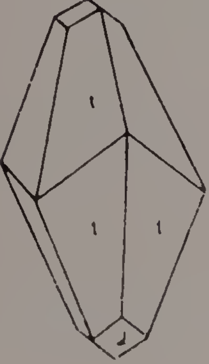


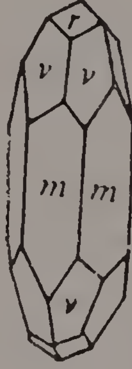
ದ್ವಿಗೋಪುರ ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 12 ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುವುವು. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ದ್ವಿಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ ತೋರುವುದು. ಈ ರೂಪಗಳಿಗೆ ಧನ ಅಥವಾ ಋಣ ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಮುಖಿಗಳು (Scalenohedrons) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವರ

ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (h k ī l) (21$\bar{3}$1) ಅಥವಾ $\pm\left\{\frac{mpn}{2}\right\}$ k.

ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಮುಖಿಗೆ ಅನೇಕ ಡೊಂಕು ಡೊಂಕಾದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಏಣುಗಳಿರುವುವು. ವಜ್ರಮುಖಿ ರೂಪದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಏಣುಗಳನ್ನು ಪಲ್ಲಟಗೊಳಿಸಿ ವಜ್ರಮುಖಿ ಮತ್ತು ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವಾಗುವುದು.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಉಳಿದ ರೂಪಗಳು ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಅರೆಮುಖಿಗಳಾಗದೆ ಹಾಗೆಯೇ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುವು. ಇವು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪದ ಅರೆಮುಖಿಗಳು. ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ ಬೇರೆ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ಕೂಟವಾಗದಿದ್ದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ತೋರುವುದೋ ಅಥವಾ ವಜ್ರಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ತೋರುವುದೋ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿಶ್ಚಯಿಸುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಕೊರೆತಗಳು ಈ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕವಾಗುವುವು.



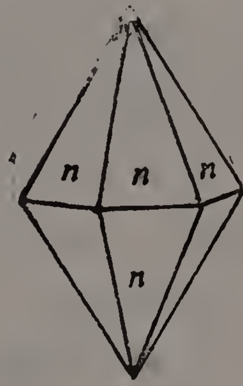


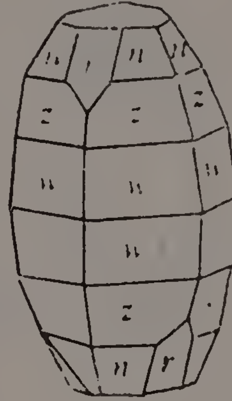
ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ವಜ್ರಮುಖಿ ಅಸಮ ಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಮುಖಿ ಮತ್ತು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಕೂಟವಿರುತ್ತದೆ. ಅದು ಸೀಳುಗಳ ಮುಖಾಂತರ ಏಕಸಮಾನ ವಜ್ರಮುಖಿಗಳಾಗಿ ಒಡೆಯುತ್ತದೆ.

ಈ ವರ್ಗದ ರೂಪಗಳು :

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಫಲಕಗಳು	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
1 ವಜ್ರಮುಖಿ	6	a : a : ∞a : c	$\pm\left\{\frac{p\ or\ mp}{2}\right\}$ k	(h0$\bar{h}$l) (10$\bar{1}$1)
2 ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಮುಖಿ	12	na : a : ra : mc	$\pm\left\{\frac{mpn}{2}\right\}$ k	(h k ī l)
ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಅರೆಮುಖಿಗಳು				
3 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್	2	∞a : ∞a : ∞a : c	{op}	0001
4 ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ	6	a : a : ∞a : ∞c	{ ∞p }	10$\bar{1}$0
5 ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ	6	2a : a : 2a : ∞c	{ ∞p2}	11$\bar{2}$0

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
6 ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ	12	na : a : ra : ∞c	{∞pn}	h k $\bar{i}$ o
7 ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ	12	2a : a : 2a : c	{p2ormp2}	1 1 $\bar{2}$ 1





ಕೊರಂಡಂ

ವಜ್ರಮುಖೀಯ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ
(Rhombohedral-Hemimorphic class)
ಟೂರ್ಮಲಿನ್ ಮಾದರಿ (Tourmaline type)

(Ditrigonal Pyramidal, Trigonal Hemihedral Hemimorphic or Ditrigonal polar class)

ಟೂರ್ಮಲಿನ್ ಹರಳುಗಳು ಈ ಅರೆರೂಪತೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಉತ್ತಮ ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿವೆ. ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗಗಳ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಮುಖಗಳು ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಎರಡು ತುದಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಜೋಡಣೆಗೊಂಡಿರುವುದು ಸರಿಯಷ್ಟೆ. ಅರೆರೂಪಿಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ರೂಪಗಳ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಜೋಡಣೆಗೊಂಡಿರುವುವು. ಮತ್ತೊಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಮುಖಗಳಿರುವುದೇ ಇಲ್ಲ. ಅದುದರಿಂದ ಅರೆರೂಪಿಗಳು ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗುವುದು ಸಾಧ್ಯವೇ ಇಲ್ಲ. ಅವು ಬೇರೆ ರೂಪಗಳೊಡನೆ ಕೂಡಿ ಹರಳುಗಳಾಗಬೇಕಾಗುವುದು. ಇಂತಹ ಹರಳುಗಳ ಒಂದು ತುದಿಯು (ಲಂಬಾಕ್ಷತುದಿ) ಮತ್ತೊಂದು ತುದಿಗಿಂತ ತೀರ ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅರೆರೂಪಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವಿರುವುದು ಸಾಧ್ಯವೇ ಇಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ಇದು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಅರೆರೂಪಿಗಳ ತುದಿಗಳೆರಡು ಭಿನ್ನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಸಮತಲ ಸಮಸೂತ್ರಗಳು ಅಳಿಸಿಹೋಗುತ್ತವೆ. ವಜ್ರಮುಖಿವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯಲ್ಲಿ, ಸಮಸೂತ್ರಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಹೋದರೆ ಉಳಿಯುವ ಸಮ ಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ವಜ್ರಮುಖೀಯ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ 3 m

ಇದರಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮ ಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವೂ ಇವೆ. ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು.

ರೂಪಗಳು :

ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಅಥವಾ ಪೀಡಿಯಾನ್

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಮುಖದ ಎರಡು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳಿವೆ. ಒಂದನ್ನು ಮೇಲಿನ ಪೀಡಿಯಾನ್ ಎಂದೂ, ಮತ್ತೊಂದನ್ನು ಕೆಳಗಣ ಪೀಡಿಯಾನ್ ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುವುದು.

ಪ್ರಥಮ ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳು (Trigonal prisms of the I order)

ಇವು ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ಮೂರು ಪರ್ಯಾಯ ಮುಖ ಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ತೆರವಿನ ರೂಪಗಳು. ಇವುಗಳನ್ನು ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ಪ್ರಥಮ ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ದ್ವಿತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳು (Ditrigonal Prisms)

ಇವು ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ದ್ವಿಪಟ್ಟಕದ ಆರು ಪರ್ಯಾಯ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ತೆರವಿನ ರೂಪಗಳು. ಇವುಗಳನ್ನು ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ದ್ವಿತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

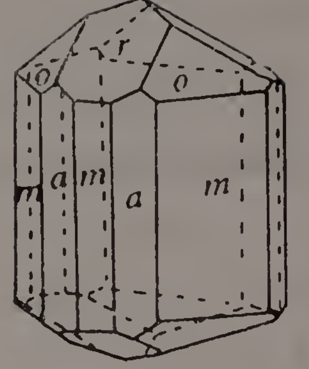
ಪ್ರಥಮ ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳು (Trigonal pyramids of I order)

ಇವು ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಜ್ರಮುಖಿಯ ಮೂರು ಮುಖ ಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪಗಳು. ಧನ ವಜ್ರಮುಖಿಯ ಮೇಲಣ ಮೂರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಒಂದು, ಕೆಳಗಿನ ಮೂರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳಾಗುವುವು. ಇದೇ ರೀತಿ ಋಣ ವಜ್ರಮುಖಿಯಿಂದ ಎರಡು ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳಾಗುವುವು. ಒಟ್ಟಿಗೆ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ದ್ವಿತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳು (Ditrigonal Pyramids)

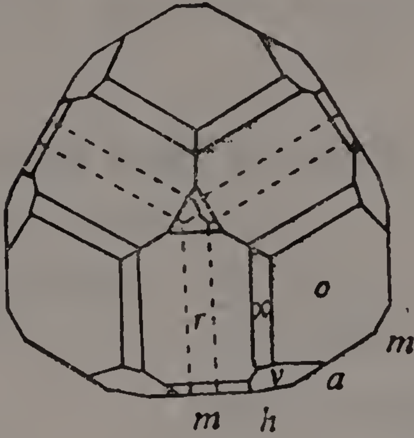
ಇವು ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಮುಖಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪಗಳು. ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳ ಹಾಗೆ ಇದರ ಲ್ಲಿಯೂ ನಾಲ್ಕು ದ್ವಿತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳಿರುವುವು.

ಅರೆರೂಪದ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ
(Hemimorphic Hexagonal Pyramid)



ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಆರು ಮುಖಗಳೂ ಮತ್ತೊಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳೂ ಇರುವುವು. ಈ ಮುಖಗಳೆಲ್ಲ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ $(11\bar{2}1)$ ತೋರುತ್ತವೆ. ಹೀಗೆ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ರೂಪಗಳಾಗುವುವು. ಇವುಗಳಿಗೆ ಅರೆರೂಪದ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳೆಂದು ಹೆಸರು.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.



ಟೂರ್ಮಲಿನ್

ಟೂರ್ಮಲಿನ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಮುಮ್ಮಡಿ ಗೋಪುರದ ಎರಡು ರೂಪಗಳಿರುವುದು ಸಾಮಾನ್ಯ. ಒಂದರ ಮುಖಗಳು ದೊಡ್ಡವು, ಮತ್ತೊಂದರ ಮುಖಗಳು ಚಿಕ್ಕವು. ದ್ವಿತೀಯಪಟ್ಟಕಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳ ಆಂದೋಲನ ಕೂಟದಿಂದ (Oscillatory Combination) ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾದ ನೇರಗೀರುಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the Form	ಮುಖಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು: ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
1 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಅಥವಾ ಪೀಡಿಯಾನ್	1	U ಅಥವಾ L $\infty a : \infty a : \infty a : c$	$\left\{\frac{oP}{2}\right\}$	0001
2 ಪ್ರಥಮ ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕ	3	$a : a : \infty a : \infty c$	$\pm\left\{\frac{\infty P}{2}\right\}$	$(10\bar{1}0)$ $(h0\bar{h}0)$
3 ದ್ವಿತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕ	6	$na : a : ra : \infty c$	$\pm\left\{\frac{\infty Pn}{2}\right\}$	$(hk\bar{i}0)$
4 ಪ್ರಥಮ ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರ	3	$a : a : \infty a : c$	$\overset{u}{\pm}\left\{\frac{P \text{ or } mP}{4}\right\}\overset{l}{\pm}$	$(h0\bar{h}l)$ $(10\bar{1}1)$

ರೂಪದ ಹೆಸರು	ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯುತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯುತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
5 ದ್ವಿತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರ	6	na : a : ra : mc	$\overset{u}{\pm} \left\{ \frac{mpn}{4} \right\} \overset{1}{\pm}$	$(h k \bar{i} o)$
6 ಅರೆರೂಪದ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರ	6	2a : a : 2a : c	$\overset{u}{l} \left\{ \frac{p2 \text{ or } mp2}{2} \right\}$	$(hh\bar{2}hl)$ $(11\bar{2}1)$
ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಅರೆರೂಪ				
7 ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ	6	2a : a : 2a : ∞c	$\{ \infty p2 \}$	$(hh\bar{2}ho)$ $(11\bar{2}0)$

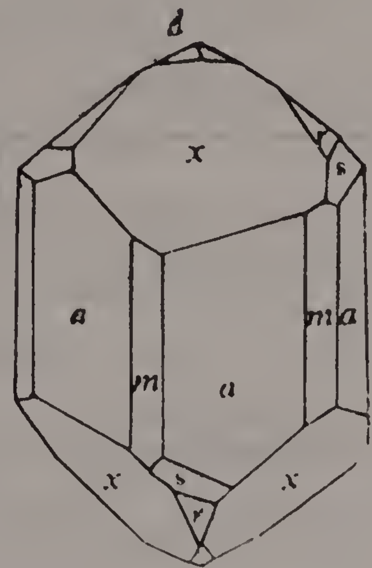
u = ಮೇಲಣ ಅರ್ಧ ; l = ಕೆಳಗಿನ ಅರ್ಧ

ತ್ರೈವಜ್ರಮುಖಿ ವರ್ಗ (Tri-Rhombohedral class)

ಫೆನಸೈಟ್ ಮಾದರಿ (Phenacite type)

(Rhombohedral, Trigonal Rhombohedral, Rhombohedral Tetartohedral, or Hexagonal Alternating class)

ಡಯಾಪ್ಟೇಸ್, ಫೆನಸೈಟ್, ವಿಲ್ಲೆಮೈಟ್, ಡಾಲೊಮೈಟ್, ಇಲ್ಮೆನೈಟ್ ಇತ್ಯಾದಿ ಖನಿಜಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವುದರಿಂದ, ಇದು ಪ್ರಮುಖ ವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ.



ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಮತ್ತು ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗಗಳ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳನ್ನು ಪರ್ಯಾಯ ಮುಖ ದಮನ ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ ದಮನಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಒಳಪಡಿಸಿದಾಗ, ಈ ಮಾದರಿಯ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ರೂಪಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಒಂದು ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವೂ ಇವೆ. ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷ ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು.

ದ್ವಿತೀಯ ಮತ್ತು ತೃತೀಯ ವಜ್ರಮುಖಿಗಳು ಈ ವರ್ಗದ ವಿಶಿಷ್ಟ ರೂಪಗಳು. ಇದರಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿಧದ ವಜ್ರಮುಖಿಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ರೂಪಗಳು ಸಹ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರದಿಂದ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗುವುವು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಧನ ಮತ್ತೊಂದು ಋಣ ರೂಪಗಳು. ಇವುಗಳಿಗೆ ದ್ವಿತೀಯ ವಜ್ರಮುಖಿಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳ ಸಂಕೇತ $\pm\left\{\frac{mp2}{2}\right\}$

ದ್ವಿಗೋಪುರ ಈ ಬಗೆಯ ದಮನಗಳಿಗೊಳಗಾದಾಗ, ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ನಾಲ್ಕು ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗುವುವು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಧನ, ಮತ್ತೆರಡು ಋಣ ರೂಪಗಳು. ಧನ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಎಡ, ಮತ್ತೊಂದು ಬಲ ರೂಪಗಳು. ಇದೇ ರೀತಿ ಋಣಎಡ ಮತ್ತು ಋಣ ಬಲ ರೂಪಗಳಿರುವುವು. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ r or l $\left\{\frac{mpn}{4}\right\}\pm$. ಇವುಗಳಿಗೆ ತೃತೀಯ ವಜ್ರಮುಖಿರೂಪಗಳೆಂದು ಹೆಸರು.

ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ ಈ ಮಾದರಿ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ಆದರೆ ಅಸಮಂಜಸ ರೂಪಗಳಾಗುವುವು. ಇವುಗಳಿಗೆ ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ತೃತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳು (Hexagonal prisms of III order) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳ ಸಂಕೇತ r or l $\left\{\frac{\infty pn}{2}\right\}$

ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ ಪ್ರಥಮ ವಜ್ರಮುಖಿಯಾಗಿಯೂ (ಅರೆಮುಖಿ), ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಪ್ರಥಮ ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಕೃತಕ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳಾಗಿಯೂ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.

ಈ ವರ್ಗದ ರೂಪಗಳು :

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
ಕೃತಕ ಅರೆಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ				
1 ಪ್ರಥಮ ವಜ್ರಮುಖಿ	6	a : a : ra : c	$\pm\left\{\frac{por\ mp}{2}\right\}$	$(ho\bar{h}l)$ $(11\bar{0}1)$

ರೂಪದ ಹೆಸರು	ಮುಖಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಮುಖಿಗಳು				
2 ದ್ವಿತೀಯ ವಜ್ರಮುಖಿ	6	2a : a : 2a : c	$\pm \left\{\frac{mp2}{2}\right\}$	$(11\bar{2}1)$
3 ತೃತೀಯ ವಜ್ರಮುಖಿ	6	na : a : ra : mc	r or l $\left\{\frac{mpn}{4}\right\} \pm$	$(hk\bar{i}l)$
4 ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ತೃತೀಯ ಪಟ್ಟಕ	6	na : a : ra : ∞c	r or l $\left\{\frac{\infty pn}{2}\right\}$	$(hk\bar{i}0)$
ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳು				
5 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್	2	∞a : ∞a : ∞a : c	$\{op\}$	(0001)
6 ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ	6	a : a : ∞a : ∞c	$\{\infty p\}$	$(10\bar{1}0)$
7 ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ	6	2a : a : 2a · ∞c	$\{\infty p2\}$	$(11\bar{2}0)$

ಟ್ರಪಿಜೋಹೀಡ್ರಲ್ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ

(Trapezohedral Tetartohedral class)

α – ಬೆಣಚು ಮಾದರಿ (α Quartz type)

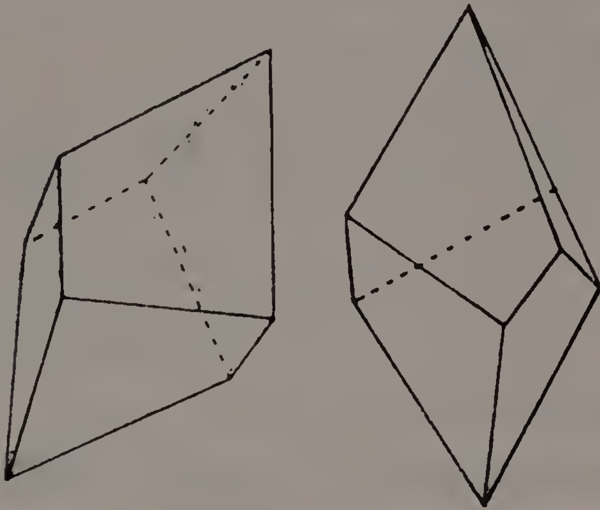
(Trigonal Trapezohedral, Trapezohedral Tetartohedral or Trigonal Holoaxial class)

ಪೂರ್ಣಮುಖಿವರ್ಗದ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳು ಪರ್ಯಾಯಮುಖ ದಮನ ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ ದಮನಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಒಳಪಟ್ಟರೆ ಈ ಮಾದರಿಯ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆ 32

ಇದರಲ್ಲಿ ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಮಾತ್ರ ಇವೆ. ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುತ್ತದೆ; ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಸಮ ತಲ ಅಕ್ಷಗಳಾಗುತ್ತವೆ.

ದ್ವಿಗೋಪುರ ಈ ಮಾದರಿಯ ದಮನಗಳಿಗೆ ಒಳಪಟ್ಟಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ನಾಲ್ಕು ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗುವುವು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ರೂಪಗಳು; ಮತ್ತೆರಡು ಬೇರೆ ರೀತಿಯ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಂಜಸ ರೂಪಗಳು. ಮೊದಲನೆಯವು ಧನರೂಪಗಳು; ಎರಡನೆಯವುಗಳು ಋಣ ರೂಪಗಳು.



ಮೊದಲನೆಯವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಎಡ ಮತ್ತೊಂದು ಬಲ ರೂಪಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಎರಡನೆಯವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಹ ಒಂದು ಎಡ ಮತ್ತೊಂದು ಬಲ. ನಾಲ್ಕು ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ದ್ವಿಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ ($hk\bar{i}l$) ತೋರುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಮುಖ ಟ್ರಪಿಜೊಹೀಡ್ರನ್ (Trigonal Trapezohedron) ಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳ ಸಂಕೇತ r or l $\left\{ \frac{mpn}{4} \right\} \frac{+}{-}$

ಎರಡು ಧನ ರೂಪಗಳು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿ ಒಂದು ಧನ ಅಸಮಬಾಹು ಮುಖಿಯಾಗುವುದು. ಎರಡು ಋಣ ರೂಪಗಳು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿ ಒಂದು ಋಣ ಅಸಮಬಾಹು ಮುಖಿಯಾಗುವುದು. ನಾಲ್ಕು ರೂಪಗಳು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿ ದ್ವಿಗೋಪುರವಾಗುತ್ತದೆ.

ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರವು ಈ ರೀತಿ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗುವುವು. ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ಆದರೆ ಅಸಮಂಜಸ ರೂಪಗಳು. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ $(11\bar{2}1)$ ತೋರುವುವು. ಇವುಗಳಿಗೆ ದ್ವಿತೀಯ ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳು (Trigonal pyramid of III order) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳ ಸಂಕೇತ r or l $\left\{ \frac{mp2}{2} \right\}$.

ಜೆಣಚು ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ದ್ವಿತೀಯ ಮುಮ್ಮಡಿ ಗೋಪುರಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಮುಖಗಳನ್ನೂ, ತ್ರಿಮುಖ ಟ್ರಪಿಜೊಹೀಡ್ರನ್ ಮುಖಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ಅಥವಾ ಟ್ರಪೀಜಿಯಂ ಆಕಾರದ ಮುಖಗಳನ್ನೂ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ ಈ ರೀತಿಯ ಪಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಮೂರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ತೆರವಿನ ರೂಪಗಳು ಆಗುತ್ತವೆ. ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ಆದರೆ ಅಸಮಂಜಸವಾದ ರೂಪಗಳು. ಈ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕದ ಸಂಕೇತವನ್ನೇ $(11\bar{2}0)$ ತೋರುವುದು. ಇವುಗಳನ್ನು ಎಡ ಅಥವಾ ಬಲ ದ್ವಿತೀಯ ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳು (Trigonal prisms of II order) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳ ಸಂಕೇತ r or l $\left\{\frac{\infty p2}{2}\right\}$

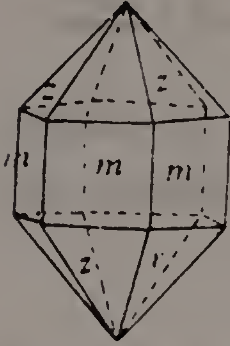
ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ ಈ ರೀತಿ ಪಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ, ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಆರು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ಆದರೆ ಅಸಮಂಜಸವಾದ ಎರಡು ತೆರವಿನರೂಪಗಳಾಗುವುವು. ಇವುಗಳನ್ನು ಎಡ ಅಥವಾ ಬಲ ದ್ವಿತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳು (Ditrigonal prisms) ಎನ್ನಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳ ಸಂಕೇತ $(21\bar{3}0)$ ಅಥವಾ r or l $\left\{\frac{\infty pn}{2}\right\}$

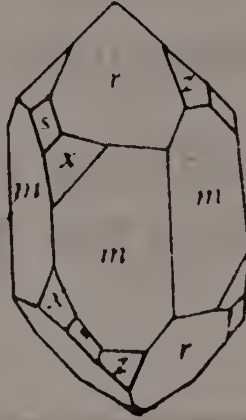
ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ ವಜ್ರಮುಖಿಯಾಗಿಯೇ (ಅರೆಮುಖಿ) ಉಳಿಯುವುದು. ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.

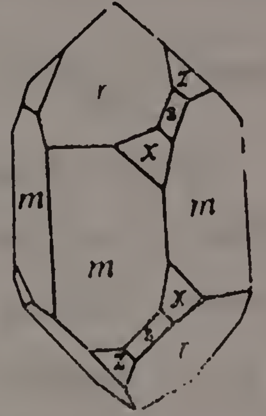
ಈ ವರ್ಗದ ರೂಪಗಳು :

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು: ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
1 ತ್ರಿಮುಖ ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರನ್		na : a : ra : mc	r / l $\left\{\frac{mpn}{4}\right\} \pm$	$(hk\bar{i}l)$
2 ದ್ವಿತೀಯ ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರ		2a : a : 2a : c	r / l $\left\{\frac{mp2}{2}\right\}$	$(11\bar{2}1)$
3 ದ್ವಿತೀಯ ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕ	3	2a : a : 2a : ∞c	r / l $\left\{\frac{\infty p2}{2}\right\}$	$(11\bar{2}0)$
4 ದ್ವಿತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕ	6	na : a : ra : ∞c	r / l $\left\{\frac{\infty pn}{2}\right\}$	$(hk\bar{i}o)$
ಕೃತಕ ಅರೆಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ				
5 ಪ್ರಥಮ ವಜ್ರಮುಖಿ	6	a : a : ∞a : c	$\pm \left\{\frac{p \text{ or } mp}{2}\right\}$	$(10\bar{1}1)$

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಸ್ಥಾತ ಸೂಚಿ
ಕೃತಕ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಮುಖಿಗಳು				
6 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್	2	∞a : ∞a : ∞a : c	{op}	(0001)
7 ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ	6	a : a : ∞a : ∞c	{∞p}	$(10\bar{1}0)$







ಬೆಣಚಿನ ಹರಳುಗಳು ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಎರಡು ವಜ್ರಮುಖಿ ರೂಪಗಳಿಂದ ಕೂಡಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಎರಡು ವಜ್ರಮುಖಿ ರೂಪಗಳ ಮುಖಗಳು ಸಮವಾಗಿ ರೂಪುಗೊಂಡರೆ, ಹರಳುಗಳು ಜೆರಿಲ್ ಮಾದರಿಯ ಪೂರ್ಣಮುಖಿಗಳಹಾಗೆ ಕಾಣುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದರ ಮುಖಗಳು ದೊಡ್ಡವು, ಇನ್ನೊಂದರ ಮುಖಗಳು ಚಿಕ್ಕವು ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಅಣುರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿದ್ದೇ ಇರುವುದು. ಈ ಅಂಶವನ್ನು ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಕೊರೆತಗಳಿಂದ ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಜ್ರಮುಖಿ ರೂಪಗಳು ಮಾತ್ರ ಇದ್ದು, ಆ ರೂಪಗಳ ಮುಖಗಳೆಲ್ಲ ಸಮಗಾತ್ರದವುಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಕೃತಿ ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರವನ್ನು ಹೋಲುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ಬೆಣಚು ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ, ಅಸಮಗಾತ್ರದ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ವಜ್ರಮುಖಿಗಳ, ಜೊತೆಗೆ ತ್ರಿಮುಖ ಟ್ರೆಪಿಜೊಹೀಡ್ರನ್ ಮತ್ತು ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳಿರುವುವು. ಈ ರೂಪಗಳ ಕೂಟದಿಂದ ಕೂಡಿದ ಹರಳು ಬಲಹರಳು.

ಮುಮ್ಮಡಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖೀಯ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ
(Trigonal Tetartohedral Hemimorphic class)
ಸೋಡಿಯಂ ಪರ್‌ಆಯೊಡೇಟ್ ಮಾದರಿ (Sodium Periodate type)
(Trigonal Pyramidal or Trigonal polar class)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ಮುಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವೊಂದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಇನ್ನಾವ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯೂ ಇಲ್ಲ. ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷವು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು.

ಈ ರೂಪಗಳೆಲ್ಲಾ ಅರೆರೂಪಗಳು. (ಪಟ್ಟಕಗಳು–ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳು ; ಗೋಪುರಗಳು ಅರೆರೂಪ ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರಗಳು). ಯಾವ ಖನಿಜವೂ ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣ (Orthorhombic System)

ಈ ಗಣಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ಮೂರು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು ಉದ್ದದಲ್ಲಿ ಅಸಮವಾಗಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು a, b ಮತ್ತು c ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವುವು. ($a \wedge b = 90^\circ$; $b \wedge c = 90^\circ$; $a \wedge c = 90^\circ$). ಈ ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡದು ಲಂಬಾಕ್ಷವಾಗುವುದು, ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದು 'a' ಅಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಉಳಿದ ಅಕ್ಷವು 'b' ಅಕ್ಷವಾಗುತ್ತದೆ. 'b' ಅಕ್ಷದ ಉದ್ದವನ್ನು ಮಾನವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಉಳಿದ ಅಕ್ಷಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರಮಾಣಗಳಾಗಿ ಹೇಳಬೇಕು. ಈ ಗಣದ ರೂಪಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಮೂರು ವರ್ಗಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ (Orthorhombic holohedral)
ಬೆರೈಟ್ ಮಾದರಿ (Barite type)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ 2/m 2/m 2/m

ಇದರಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಮೂರು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳೂ, ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳೂ ಇವೆ. ಮೂರು ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು.

ಈ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳು :

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the Form	ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು		
		ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನಾಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
1 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ Basal pinacoid	2	$\infty a : \infty b : c$	$\{oP\}$	001
2 ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ Brachy pinacoid	2	$\infty \breve{a} : \bar{b} : \infty c$	$\{\infty \bar{P} \breve{\infty}\}$	010
3 ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ Macro pinacoid	2	$\breve{a} : \infty \bar{b} : \infty c$	$\{\infty \breve{P} \bar{\infty}\}$	100
4 ಪಟ್ಟಕ Prism	4	$na : b : \infty c$ ಅಥವಾ $a : b : \infty c$	$\{\infty \bar{P} \breve{n}\}$	hko (110)
5 ಚಿಕ್ಕ ಗುಮ್ಮಟ Brachydome	4	$\infty \breve{a} : \bar{b} : c$ or mc	$\bar{P} \breve{\infty}$ or $m\bar{P}\breve{\infty}$	(011) (okl)
6 ದೊಡ್ಡ ಗುಮ್ಮಟ Macrodome	4	$\breve{a} : \infty \bar{b} : c$ or mc	$\breve{P} \bar{\infty}$ or $m\breve{P}\bar{\infty}$	(101) (hol)
7 ಗೋಪುರ Pyramid	8	$na : b : c$ or mc	$m\bar{P}\breve{n}$	(111) (hkl)

ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು

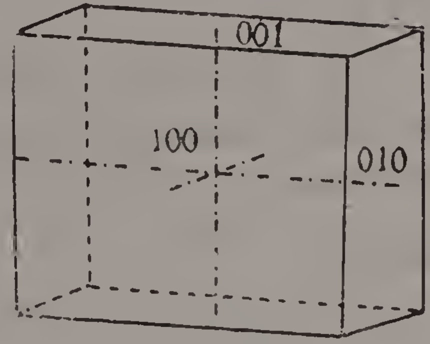
ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಮುಖಗಳಿರುವುವು. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಎರಡು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದು.

ಈ ಮುಖಗಳು a ಮತ್ತು b ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, 'c' ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದರೆ, ಆ ರೂಪಕ್ಕೆ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಅಥವಾ C–ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಮುಖಗಳು b ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, a ಅಕ್ಷವನ್ನು

ಸಂಧಿಸಿದರೆ, ಆ ರೂಪವನ್ನು a–ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಈ ಮುಖಗಳು b ಅಥವಾ ದೊಡ್ಡ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ರೂಪವನ್ನು ಮ್ಯಾಕ್ರೊಪಿನಕಾಯಿಡ್ (Macro Pinacoid) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

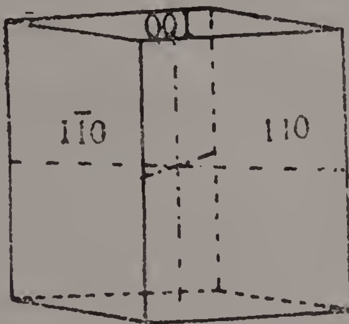
ಮುಖಗಳು a ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, b ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದರೆ, ಆ ರೂಪವನ್ನು b–ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಈ ಮುಖಗಳು a ಅಥವಾ ಚಿಕ್ಕ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ರೂಪವನ್ನು ಬ್ರ್ಯಾಕಿಪಿನಕಾಯಿಡ್ (Brachy Pinacoid) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.



ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳೆಲ್ಲಾ ತೆರವಿನ ರೂಪಗಳು. a, b ಮತ್ತು c ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳ ಕೂಟದಿಂದ ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಷಣ್ಮುಖಿಯನ್ನು ಹೋಲುವ ಘನಾಕೃತಿಯಾಗುವುದು. ಆದರೆ ಇದರಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮುಖಗಳಿರುವುವು. ಇದರಲ್ಲಿರುವ 12 ಏಣುಗಳ ಪೈಕಿ ನಾಲ್ಕು–ನಾಲ್ಕು ಒಂದೊಂದು ರೀತಿಯವು, ಅಲ್ಲದೆ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 8 ಘನಕೋನಗಳಿವೆ.

ಪಟ್ಟಕ

ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ತೆರವಿನ ರೂಪ. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಲಂಬಾಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಉಳಿದೆರಡು ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಏಕಮಾನ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಬೇರೆಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಏಕಮಾನ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ



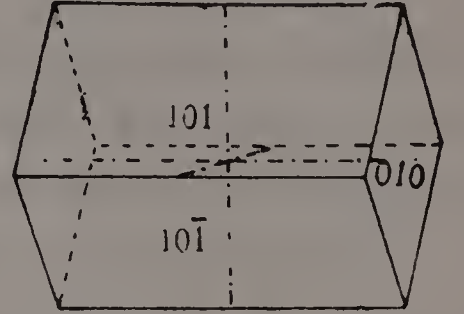
ಸಂಧಿಸುವ ಪಟ್ಟಕದ ಸಂಕೇತ [a : b : ∞c ; {∞p} ; (110)]. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವ ಪಟ್ಟಕಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ಪಟ್ಟಕ ಎಂದು ಎರಡು ವಿಧಗಳುಂಟು.

ದೊಡ್ಡ ಪಟ್ಟಕದ ಸಂಕೇತ [na : b : ∞ c ; { ∞pn} ; (hko)] ಇದರಲ್ಲಿ $h > k$. ಚಿಕ್ಕ ಪಟ್ಟಕದಲ್ಲಿ $h < k$ ದೊಡ್ಡ ಪಟ್ಟಕದ ಮುಖಗಳು ಏಕಮಾನ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮುಖಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುವು. ಚಿಕ್ಕ ಪಟ್ಟಕದ ಮುಖಗಳು ಏಕಮಾನ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮುಖಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುತ್ತವೆ.

ಗುಮ್ಮಟಗಳು

ಗುಮ್ಮಟಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ತೆರವಿನ ರೂಪಗಳು. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಲಂಬಾಕ್ಷ ಅಲ್ಲದೆ ಮತ್ತೊಂದು ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ.

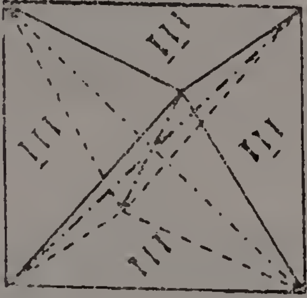
ಉಳಿವ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಮುಖಗಳು b ಅಥವಾ ದೊಡ್ಡ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ, ಈ ರೂಪವನ್ನು ದೊಡ್ಡಗುಮ್ಮಟ ಎಂದೂ a ಅಥವಾ ಚಿಕ್ಕ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ರೂಪವನ್ನು ಚಿಕ್ಕ ಗುಮ್ಮಟ ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.



ದೊಡ್ಡ ಗುಮ್ಮಟದ ಮುಖಗಳು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮುಖಗಳ ನಡುವಣ ವಲಯಗಳಲ್ಲಿರುವುವು. ಈ ರೂಪದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (hol).

ಚಿಕ್ಕ ಗುಮ್ಮಟದ ಮುಖಗಳು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮುಖಗಳ ಮಧ್ಯದ ವಲಯಗಳಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (okl).

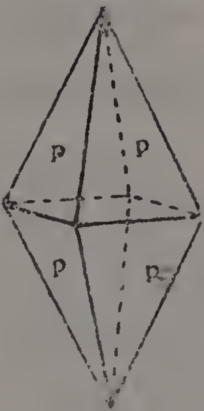
ಗೋಪುರ

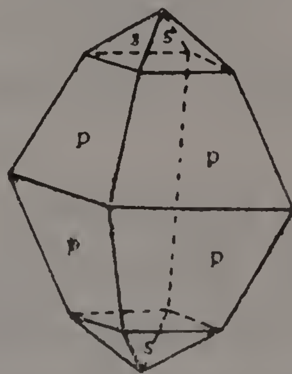


ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 8 ಅಸಮ ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿಯ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಘನಾಕೃತಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ ಮೂರು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಅಸಮ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ರೂಪದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (hkl). ಪಟ್ಟಕಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿಧಗಳು ಇರುವ ಹಾಗೆ ಗೋಪುರಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಮೂರು ವಿಧಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಹುದು.

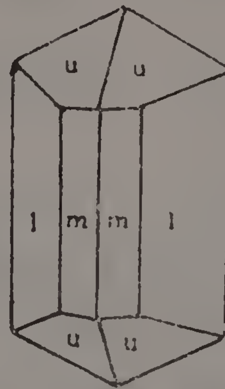
ಏಕಮಾನ ಗೋಪುರದ ಸಂಕೇತ (111). ಉಳಿದ ಗೋಪುರಗಳ ಸಂಕೇತ (112), (213), (123) ಇತ್ಯಾದಿ ಇರುತ್ತದೆ.

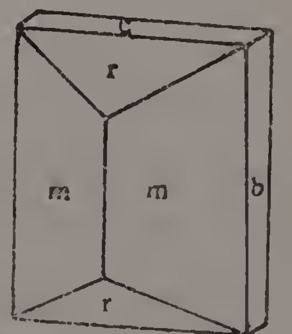
ಜಿರ್ಕೊಟಿಸ್, ಸೆಲಸ್ಟೈಟ್, ಆಲಿವೀನ್, ಎನ್‌ಸ್ಟಟೈಟ್, ಆ್ಯಂಡಲೂಸೈಟ್,





ಗಂಧಕದ ಹರಳುಗಳು





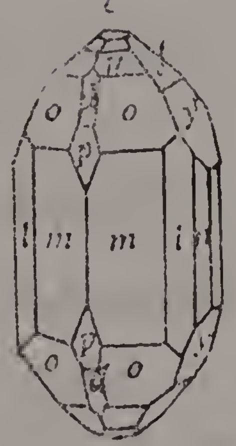
ಸ್ಟ್ಯಾರೊಲೈಟ್ ಹರಳುಗಳು

ಟೊಪಾಜ್, ಅನ್ಹೈಡ್ರೈಟ್, ಅರಾಗೊನೈಟ್, ಸ್ಟ್ಯಾರೊಲೈಟ್ ಮತ್ತು ಗಂಧಕಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಪ್ರಮುಖ ಖನಿಜಗಳು. ಜಿರ್ಕೊಟಿಸ್ ಮತ್ತು ಸ್ಟ್ಯಾರೊ

ಲೈಟ್ ಖನಿಜಗಳ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಕ, ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಗುಮ್ಮಟಗಳ ಕೂಟವಿರುವುದು.

ಬೆರಿಲ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪಟ್ಟಕಗಳು, ಎರಡು ಗೋಪುರಗಳು, ಒಂದು ಚಿಕ್ಕ ಗುಮ್ಮಟ ಮತ್ತು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ರೂಪಗಳ ಕೂಟವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ಟೊಪಾಜ್ ಹರಳು →

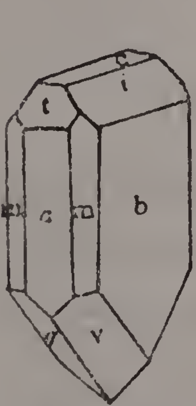


ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ
(Orthorhombic Hemimorphic class)
ಕ್ಯಾಲಮಿನ್ ಮಾದರಿ (Calamine type)
(Orthorhombic Pyramidal or Didigonal Polar class)

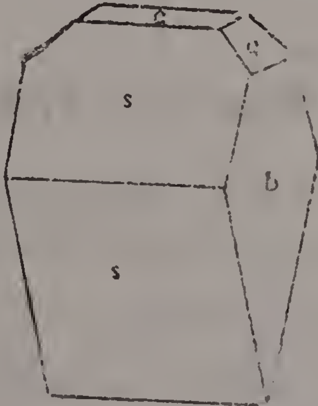
ಸಮಸೂತ್ರತೆ 2 m m

ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವೂ ಇವೆ. ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ಇವು ಅರೆ ರೂಪಗಳು.

ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷ ಲಂಬಾಕ್ಷವಾದರೆ, ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗೂ ಮತ್ತೊಂದು ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗೂ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಪಟ್ಟಕಗಳು, ಚಿಕ್ಕ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು ಅರೆರೂಪ ಹೊಂದದೆ ಹಾಗೆಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಒಂದೇ ಮುಖದ ಎರಡು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು ಇರುವುವು. ಒಂದನ್ನು ಮೇಲಣ ಪೀಡಿಯಾನ್ ಎಂದೂ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಪೀಡಿಯಾನ್ ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುವುದು.



ಕ್ಯಾಲಮಿನ್ ಹರಳು



ಸ್ಟ್ರುವೈಟ್ ಹರಳು

ಎರಡು ಸದೃಶ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ದೊಡ್ಡ ಗುಮ್ಮಟಗಳಿರುವುವು. ಅವುಗಳ ಸಂಕೇತ (101) ಮತ್ತು $(10\bar{1})$ ಅಥವಾ (hol) ಮತ್ತು $(ho\bar{l})$. ಇದೇ ರೀತಿ ಎರಡು ಚಿಕ್ಕ ಗುಮ್ಮಟಗಳು ಮತ್ತು ಎರಡು ಗೋಪುರಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ಸ್ಟ್ರುವೈಟ್ ಖನಿಜ ಸಹ ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತದೆ.

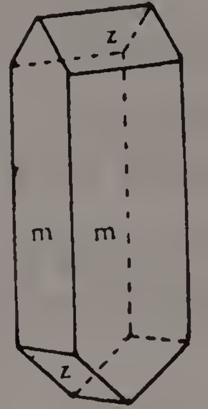
ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಸ್ಫೀನಾಯ್ಡಲ್ ವರ್ಗ
(Orthorhombic Sphenoidal class)
ಎಪ್ಸೊಮೈಟ್ ಮಾದರಿ (Epsomite type)
(Orthorhombic Disphenoidal or Digonal Holoaxial class)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ 2 2 2

ಇವರಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಅಳಿಸಿಹೋಗಿವೆ. ಮೂರು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಮಾತ್ರ ಇವೆ. ಇವು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಾಗುವುವು.

ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗೋಪುರ ಪರ್ಯಾಯಮುಖ ದಮನ ಅಥವಾ ಪರ್ಯಾಯ ಅಷ್ಟಮಾಂಶ ದಮನಕ್ಕೊಳಗಾದಾಗ ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಸ್ಫೀನಾಯಿಡ್ ಮಾದರಿಯ, ನಾಲ್ಕು ಸದೃಶ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ಆದರೆ ಅಸಮಂಜಸವಾದ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ರಾಂಬಿಕ್ ಸ್ಫೀನಾಯಿಡ್‌ಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ $\pm\left\{\frac{mpn}{2}\right\}\gamma$.

ಎಪ್ಸೊಮೈಟ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಮತ್ತು ಧನ ರಾಂಬಿಕ್ ಸ್ಫೀನಾಯಿಡ್‌ಗಳ ಕೂಟವಾಗಿರುವುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಕೆಲವು ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ಸ್ಫೀನಾಯಿಡ್‌ಗಳೆರಡೂ ಇರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ಮುಖಗಳು ಅಸಮವಾಗಿರುವುವು.



ಎಪ್ಸೊಮೈಟ್ ಹರಳು →

ಮಾನೋಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣ (Monoclinic System)

ಈ ಗಣದ ರೂಪಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಮೂರು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು a, b ಮತ್ತು c ಗಳೆಂದು ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಓರೆಯಾಗಿರುವುದು ; ಉಳಿದೆರಡು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವುವು. ($a \wedge b = 90°$; $b \wedge c = 90°$; $a \wedge c \neq 90°$) ಓರೆಯಾಗಿರುವ ಅಕ್ಷವು a ಅಕ್ಷ. ಇದು ವೀಕ್ಷಕರ ಕಡೆ ಓರೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಈ ಗಣಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದೆ.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ

(Monoclinic Holohedral, Prismatic class or Gypsum type)

ಜಿಪ್ಸಂ ಮಾದರಿ

ಸಮಸೂತ್ರತೆ 2/m

ಇದರಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರವೂ, ಒಂದು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವೂ, ಒಂದು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷವೂ ಇವೆ. ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟದಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು c ಸಪಾಟ ಮತ್ತು ಅಕ್ಷಗಳಿರುವುವು. ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷ b ಅಕ್ಷವಾಗುವುದು ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವುವು.

ಈ ವರ್ಗದ ರೂಪಗಳು :

ರೂಪದ ಹೆಸರು	ಮುಖಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು: ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನಾವುಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
1 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್	2	$\infty \acute{a} : \infty \bar{b} : c$	$\{op\}$	001
2 ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ Clino-pinacoid	2	$\infty \acute{a} : \bar{b} : \infty c$	$\{\infty \bar{P} \acute{\infty}\}$	010
3 ಮಹಾ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ Ortho pinacoid	2	$\acute{a} : \infty \bar{b} : \infty c$	$\{\infty \acute{P} \bar{\infty}\}$	100
4 ಪಟ್ಟಕ	4	$\acute{a} : b : \infty c$	$\{\infty \bar{P} \acute{n}\}$	110
5 ಓರೆ ಗುಮ್ಮಟ Clino dome	4	$\infty \acute{a} : \bar{b} : c$ or mc	$\{\bar{P} \acute{\infty}$ or $m\bar{P}\acute{\infty}\}$	(011) (okl)
6 ಮಹಾ ಅರೆಗುಮ್ಮಟ Hemi orthodome	2	$\acute{a} : \infty \bar{b} : c$ or mc	$\{\acute{P} \bar{\infty}$ or $m\acute{P}\bar{\infty}\}$	(101) (hol)
7 ಅರೆಗೋಪುರ Hemi pyramid	4	$a : \bar{b} : c$ or mc	$\{m\bar{P}n\}$	(111) (hkl)

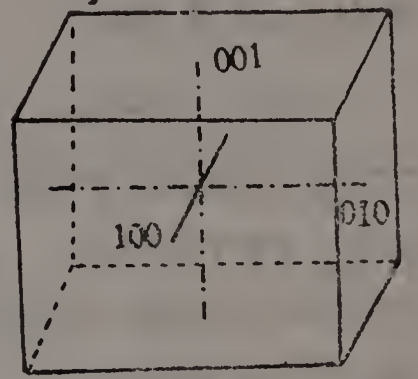
ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು

ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ತೆರವಿನ

ರೂಪಗಳು. ಪ್ರತಿ ಮುಖವೂ ಎರಡು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

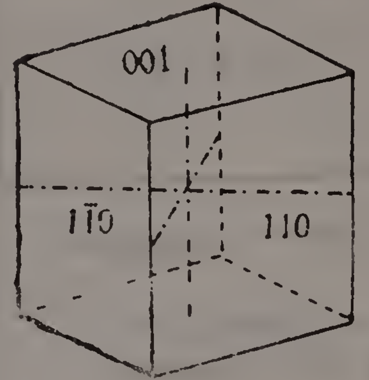
ಈ ಮುಖಗಳು a ಮತ್ತು b ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, c ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದರೆ, ಆ ರೂಪಕ್ಕೆ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಅಥವಾ c ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಎಂದು ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಮುಖಗಳು b ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, a ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದರೆ, ಆ ರೂಪಕ್ಕೆ ಮಹಾ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಅಥವಾ ಮುಂದಿನ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಮುಖಗಳು a ಮತು c ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, b ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದರೆ, ಆ ರೂಪವನ್ನು ಪಾರ್ಶ್ವ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಮುಖಗಳು ಓರೆ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ರೂಪಕ್ಕೆ ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಎಂದೂ ಹೆಸರುಂಟು.

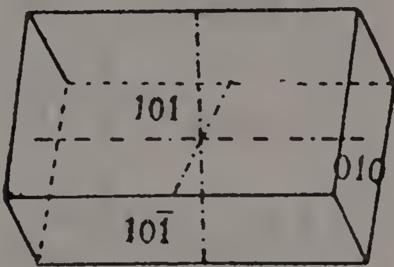


ಪಟ್ಟಕ

a ಮತ್ತು b ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸಿ, c ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಪಟ್ಟಕಗಳ ಮುಖಗಳು ನಾಲ್ಕು ಇರುವುವು. (ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವಿರಲು, ಇಂತಹ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳು ಇರುವುದು ಆವಶ್ಯಕ.)



ಮಹಾ ಅರೆಗುಮ್ಮಟ



ಈ ಗಣದಲ್ಲಿ b ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ಯಾವ ರೂಪಕ್ಕೂ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳು ಇರುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಎರಡು ಅರೆ ಮಹಾಗುಮ್ಮಟಗಳಿರುವುವು. ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ಮಹಾ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳ ನಡುವಣ ಗುರುಕೋನಗಳ ಏಣುಗಳನ್ನು ಪಲ್ಲಟಿಸಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವ ಮುಖಗಳು ಧನ ಅರೆ ಮಹಾಗುಮ್ಮಟವಾಗುತ್ತವೆ ; ಲಘು ಕೋನಗಳ ಏಣುಗಳನ್ನು ಪಲ್ಲಟಿಸುವ ಮುಖಗಳು ಋಣ ಅರೆ ಮಹಾಗುಮ್ಮಟವಾಗುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ ಕ್ರಮವಾಗಿ (hol) ಮತ್ತು ($\bar{h}$ol). ಅರೆ ಮಹಾಗುಮ್ಮಟಗಳ ಮುಖಗಳು b ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಇವುಗಳನ್ನು ದ್ವಿತೀಯ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳೆಂದೂ ಕರೆಯುವುದುಂಟು.

ಓರೆ ಗುಮ್ಮಟ

ಈ ಗಣದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯ ಪ್ರಕಾರ, a ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತವಾಗಿದ್ದು, ಉಳಿದ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳು ಇರುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮುಖಗಳ ನಡುವೆ ಓರೆ ಗುಮ್ಮಟದ ಮುಖಗಳಿರುವುವು. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ (okl). ಈ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪಕ್ಕೆ ಓರೆ ಗುಮ್ಮಟ ಎಂದು ಹೆಸರು.

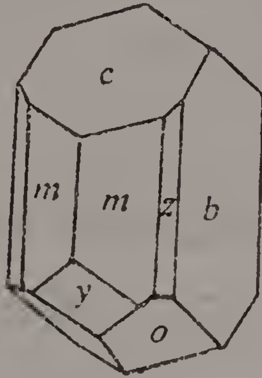
ಅರೆಗೋಪುರ

ಈ ಗಣದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯ ಪ್ರಕಾರ ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳನ್ನೂ ಸಂಧಿಸುವ, ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಮುಖಗಳು ನಾಲ್ಕು ಇರಲು ಸಾಧ್ಯ. ಆದುದರಿಂದ, ಈ ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪಗಳಿಗೆ ಅರೆಗೋಪುರಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಮುಖಗಳು b ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳ ನಡುವಣ ಗುರುಕೋನ ಏಣುಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಆ ರೂಪವನ್ನು ಧನ ಅರೆಗೋಪುರ ಎಂದೂ, a ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳ ನಡುವಣ ಲಘುಕೋನ ಏಣುಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಅದಕ್ಕೆ ಋಣ ಅರೆಗೋಪುರವೆಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುವುದು.

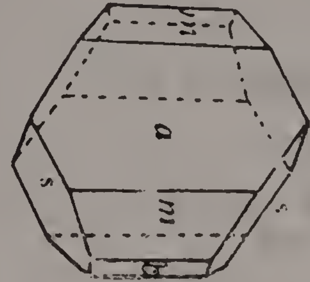
ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಕೆಲವು ಪ್ರಮುಖ ಖನಿಜಗಳು



ಜಿಪ್ಸಂ



ಆರ್ಥೋಕ್ಲೇಸ್


ಅಗೈಟ್

ಜಿಪ್ಸಂ

ಈ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಋಣ ಅರೆಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟವಿರುವುದು.

ಆರ್ಥೋಕ್ಲೇಸ್

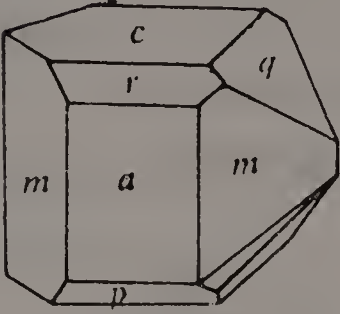
ಆರ್ಥೋಕ್ಲೇಸ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಋಣ ಅರೆ ಮಹಾಗುಮ್ಮಟಗಳ ಕೂಟವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಅಗೈಟ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಮಹಾಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಋಣ ಅರೆಗೋಪುರಗಳು ರೂಪುಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ. ಹಾರ್ನ್‌ಬ್ಲೆಂಡ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಕ, ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಓರೆ ಗುಮ್ಮಟ, ಋಣ ಅರೆ ಮಹಾಗುಮ್ಮಟಗಳ ಕೂಟವಿರುವುದು.

ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಇತರ ಪ್ರಮುಖ ಖನಿಜಗಳು ಅಭ್ರಕಗಳು, ಸ್ಫೀನ್ ಮತ್ತು ಮತ್ತು ಎಪಿಡೋಟ್.

ಮಾನೋಕ್ಲೈನಿಕ್ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ
(Monoclinic Hemimorphic class)
ಟಾರ್ಟಾರಿಕ್ ಆಮ್ಲ ಮಾದರಿ (Tartaric Acid type)
(Sphenoidal or Didigonal Polar class)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಇಮ್ಮಡಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಅಕ್ಷ ಮಾತ್ರ ಇದೆ. ಇದು 'b' ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳು ಇಲ್ಲ.



ಟಾರ್ಟಾರಿಕ್ ಆಮ್ಲ

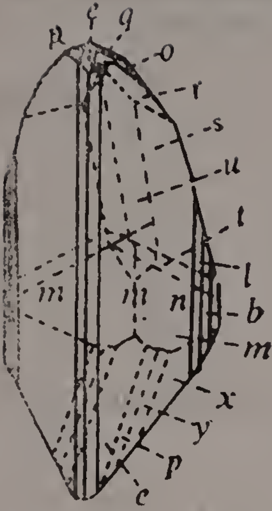
ಸಕ್ಕರೆಯ ಹರಳುಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತವೆ. ಓರೆ ಗುಮ್ಮಟ ಮತ್ತು ಗೋಪುರಗಳು ಈ ಹರಳುಗಳ ಅರೆರೂಪತೆಯನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

ಕ್ಲೈನೊಹೀಡ್ರಲ್ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ (Clinohedral class)
ಕ್ಲೆನೊಹೀಡ್ರೈಟ್ ಮಾದರಿ (Clinohedrite type)
(Domatic Hemihedral or planar class)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟ ಮಾತ್ರ ಇದೆ. ಇವರಿಂದ a ಮತ್ತು c ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು ; b ಅಕ್ಷವು ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದು.

ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ (001), ಆರ್ಥೋ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ (100) ಮತ್ತು ಮಹಾಗುಮ್ಮಟಗಳು (101) ಇತ್ಯಾದಿ 'b' ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೂಪಗಳು ಕೇವಲ ಒಂದು ಮುಖವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಉಳಿದ ರೂಪಗಳು ಎರಡು ಸದೃಶ ಮುಖಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುವು : ಇವುಗಳ ಪೈಕಿ ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಒಂದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು, ಉಳಿದ ರೂಪಗಳ ಮುಖಗಳ ಮುಖಗಳು ಪರಸ್ಪರ



ಕ್ಲಿನೊಹೀಡ್ರೈಟ್

ಸಮಾನಾಂತರ ವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ವರ್ಗದ ಹೆಸರು ಈ ಅಂಶದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಬಂದಿದೆ.

ಅನೇಕ ಕೃತಕ ಲವಣಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಖನಿಜಗಳು ಅತಿವಿರಳ. ಅವುಗಳ ಪೈಕಿ ಕ್ಲೈನೊಹೀಡ್ರೈಟ್ ಒಂದು.

ಟ್ರೈಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣ (Triclinic system)

ಈ ಗಣದ ರೂಪಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಮೂರು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು. ಮೂರೂ ಅಸಮ ಅಕ್ಷಗಳು. ಆದುದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು a, b ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳೆಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳೂ ಪರಸ್ಪರ ಓರೆಯಾಗಿರುವುವು ($a \wedge b \neq 90^\circ$; $b \wedge c \neq 90^\circ$; $a \wedge c \neq 90^\circ$) ಈ ಮೂರು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡದು ಲಂಬಾಕ್ಷವೂ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದು 'a' ಅಕ್ಷವೂ, ಉಳಿದುದು 'b' ಅಕ್ಷವೂ ಆಗುತ್ತವೆ.

ಈ ಗಣಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳನ್ನು ಎರಡು ವರ್ಗಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ

Triclinic holohedral ; Pinacoidal class or Axinite type

ಆ್ಯಕ್ಸಿನೈಟ್ ಮಾದರಿ

ಸಮಸೂತ್ರತೆ $\bar{1}$

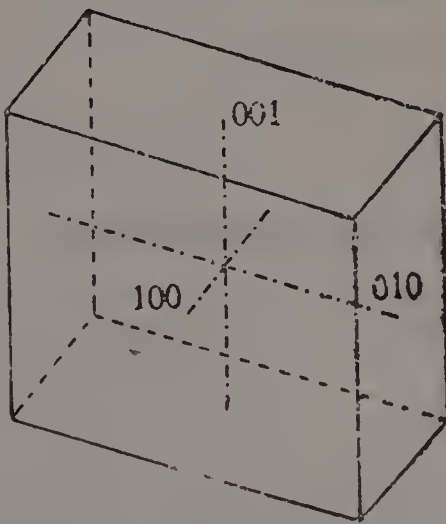
ಇದರಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರ ಕೇಂದ್ರ ಮಾತ್ರ ಇರುವುದು. ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಗಳಾಗಲೀ, ಅಕ್ಷಗಳಾಗಲೀ ಇಲ್ಲ.

ಈ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳು :

12

ರೂಪದ ಹೆಸರು Name of the form	ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು ವೈಸ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ನೌಮನ್ ನಿಯತಾಂಕ ಪದ್ಧತಿ	ಮಿಲ್ಲರ್ ಘಾತ ಸೂಚಿ
1 ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್	2	$\infty \acute{a} : \infty \grave{b} : c$	{op}	001
2 ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ Brachy pinacoid	2	$\infty \acute{a} : \grave{b} : \infty c$	$\{ \infty \grave{p} \acute{\infty} \}$	010
3 ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ Macro pinacoid	2	$\acute{a} : \infty \grave{b} : \infty c$	$\{ \infty \acute{p} \grave{\infty} \}$	100
4 ಅರೆ ಪಟ್ಟಕ Hemi prism	2	$\acute{a} : \grave{b} : \infty c$	$\{ \infty \grave{p} \acute{n} \}$	110
5 ಚಿಕ್ಕ ಅರೆಗುಮ್ಮಟ Hemi Brachydome	2	$\infty \acute{a} : \grave{b} : c$ ro mc	$\acute{p} \infty$ or $m\grave{p}\acute{\infty}$	(011) (okl)
6 ದೊಡ್ಡ ಅರೆಗುಮ್ಮಟ Hemi Macro dome	2	$\acute{a} : \infty \grave{b} : c$ or mc	$\{ \grave{p} \infty$ or $m\acute{p}\grave{\infty} \}$	(101) (hol)
7 ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಗೋಪುರ Quarter Pyramid	2	$\acute{a} : \grave{b} : c$ or mc	$m \grave{p} \acute{n}$	(111) (hkl)

ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು



ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿಯೂ ಮೂರು ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು ಇರುವುವು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ನಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಮುಖಗಳಿರುವುವು.

ಈ ಮುಖಗಳು a ಮತ್ತು b ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, c ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದರೆ, ಆ ರೂಪವನ್ನು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಎಂದೂ : b ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ವಾಗಿದ್ದು, a ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದರೆ, ಅದನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಅಥವಾ ಮುಂದಿನ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಎಂದೂ ; a ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು,

b ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದರೆ ಅದನ್ನು ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಅಥವಾ ಪಾರ್ಶ್ವಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಅರೆಪಟ್ಟಕ

ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎದುರು ಬದುರು ಮುಖಗಳೆರಡರಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ. ಈ ಮುಖಗಳು a ಮತ್ತು b ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ ; b ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರ ವಾಗಿರುವುವು.

ದೊಡ್ಡ ಅರೆಗುಮ್ಮಟ

ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ 'b' ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಉಳಿದ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಚಿಕ್ಕ ಅರೆಗುಮ್ಮಟ

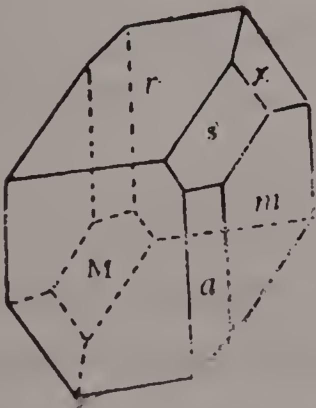
ಇದು ಸಹ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಮುಖಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮುಖವೂ 'a' ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಉಳಿದ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಪಿರಮಿಡ್‌ಗಳು (Quarter Pyramids)

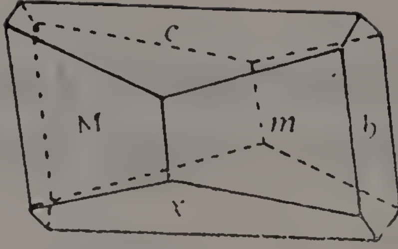
ಇದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎದುರು ಮುಖಗಳೆರಡರಿಂದ ಕೂಡಿದ ರೂಪ. ಈ ಮುಖಗಳು ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳನ್ನೂ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಇಂತಹ ರೂಪಗಳು ನಾಲ್ಕು ಇರುವುವು.

1 1 1	$\bar{1}$ 1 1	$\bar{1}$ $\bar{1}$ 1	1 $\bar{1}$ 1
$\bar{1}$ $\bar{1}$ $\bar{1}$	1 $\bar{1}$ $\bar{1}$	1 1 $\bar{1}$	$\bar{1}$ 1 $\bar{1}$

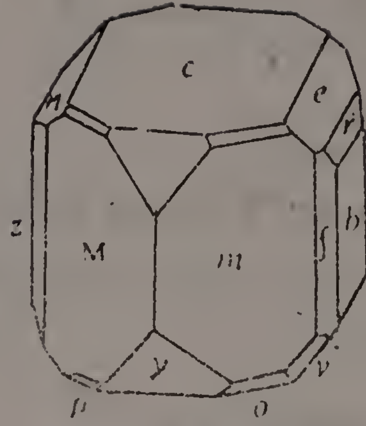
ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಪ್ರಮುಖ ಖನಿಜಗಳು



ಆ್ಯಕ್ಸಿನೈಟ್ : ಈ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಏಕಪ್ರಮಾನ ಅರೆಪಟ್ಟಕಗಳು, ಒಂದು ಚಿಕ್ಕ, ಮತ್ತೊಂದು ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು, ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಅರೆ ಗುಮ್ಮಟ ಮತ್ತು ಎರಡು ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟವಿರುವುದು.



ಆಲ್ಬೈಟ್ ಹರಳು



ಅನಾರ್ತೈಟ್ ಹರಳು

ಪ್ಲೇಜಿಯೋ ಕ್ಲೇಸ್‌ಗಳು : ಪ್ಲೇಜಿಯೋಕ್ಲೇಸ್‌ಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಅತ್ಯಂತ ಪ್ರಮುಖ ಖನಿಜಗಳು. ಪ್ಲೇಜಿಯೋಕ್ಲೇಸ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾದ ಆಲ್ಬೈಟ್‌ನ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಏಕಮಾನ ಅರೆ ಪಟ್ಟಕಗಳು, ಒಂದು ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ದೊಡ್ಡ ಅರೆಗುಮ್ಮಟ ಮತ್ತು ಒಂದು ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟವೇರ್ಪಟ್ಟಿರುವುದು. ಆಲ್ಬೈಟ್ ಹರಳುಗಳು ನೋಟಕ್ಕೆ ಆರ್ಥೋಕ್ಲೇಸ್ ಹರಳುಗಳಂತೆ ಕಾಣುತ್ತವೆ ; ಆದರೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ b ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳು 94°ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆರ್ಥೋಕ್ಲೇಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಈ ಅಕ್ಷಗಳು 90° ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಮಸೂತ್ರ ರಹಿತ ವರ್ಗ (Asymmetric class)

ಕ್ಯಾಲ್ಸಿಯಂ ಥಯೊಸಲ್ಫೇಟ್ ಮಾದರಿ

(Calcium Thiosulphate type)

(Hemihedral or Pedial class)

ಸಮಸೂತ್ರತೆ

ಇದರಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯೂ ಇಲ್ಲ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೂಪವೂ ಒಂದೇ ಮುಖವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದು. ಕೆಲವು ಕೃತಕ ಲವಣಗಳು ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ಯಾಲ್ಸಿಯಂ ಥಯೋಸಲ್ಫೇಟ್ ಒಂದು ($CaS_2O_3.6H_2O$). ಯಾವ ಖನಿಜವೂ ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಸಮಸೂತ್ರತೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಹರಳುಗಳನ್ನು 32 ವರ್ಗಗಳನ್ನಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿರುವುದು ಸರಿಯಷ್ಟೆ. ಈ ವರ್ಗವು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯದು ಅಥವಾ ಕೊನೆಯದು. ಈ ವರ್ಗದ ಹರಳುಗಳು ವೃತ್ತೀಯ ಧ್ರುವೀಕರಣವನ್ನು (Circular Polarization) ತೋರುತ್ತವೆ.

ಸ್ಫಟಿಕ ಗುಚ್ಛಗಳು
(Crystal Aggregates)

ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಹರಳುಗಳು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳಿಗೆ ಸ್ಫಟಿಕಗುಚ್ಛ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಮುಖಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳದ ಹರಳು ಕಣಗಳು ಒತ್ತಾಗಿ ಜೋಡಣೆಗೊಂಡಿದ್ದರೆ, ಅದಕ್ಕೆ ಸ್ಫಟಿಕರಾಶಿ (Crystalline aggregate) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಸ್ಫಟಿಕಗುಚ್ಛಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಿರಬಹುದು, ಇಲ್ಲವೇ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಖನಿಜಗಳ ಹರಳುಗಳು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿರಬಹುದು. ಮೊದಲನೆಯದಕ್ಕೆ ಸಾಮ್ಯ ಸ್ಫಟಿಕಗುಚ್ಛ (Homogenous Aggregate)ಎಂದೂ, ಎರಡನೆಯದಕ್ಕೆ ಭಿನ್ನ ಸ್ಫಟಿಕ ಗುಚ್ಛ (Heterogenous Aggregate) ಎಂದೂ ಹೆಸರು. ಒಂದೇ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳು ತಮ್ಮ ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಹಾಗೆ ಒಟ್ಟುಗೂಡಬಹುದು. ಅಥವಾ ಯಾವ ಅಕ್ಷವೂ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಲ್ಲದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟುಗೂಡಬಹುದು. ಮೊದಲನೆಯ ವಿಧದ ಸ್ಫಟಿಕಗುಚ್ಛವು ಪೂರ್ಣ ಸಮಾನಾಂತರ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಎರಡನೆಯದು ಅವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಬೆಳವಣಿಗೆ. ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಹರಳುಗಳು ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡು ಅಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಹಾಗೆ ಒಟ್ಟುಗೂಡಬಹುದು. ಅದು ಅಪೂರ್ಣ ಸಮಾನಾಂತರ ಬೆಳವಣಿಗೆ. ಇವುಗಳ ಸಂಘಟಿತ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಅವಳಿ ಹರಳುಗಳು ಅಥವಾ ಯಮಳ ಸ್ಫಟಿಕ (Twin Crystals) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಅಣುಜೋಡಣೆಯಿಂದ ಕೂಡಿದ ಭಿನ್ನ ಖನಿಜಗಳ ಹರಳುಗಳು ತಮ್ಮ ಭಾಗಗಳೆಲ್ಲ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಹಾಗೆ ಒಟ್ಟುಗೂಡಬಹುದು. ಇಂತಹ ಖನಿಜಗಳನ್ನು ಏಕರೂಪಿಗಳು (Isomorphs) ಎಂದೂ, ಈ ರೀತಿಯ ಸ್ಫಟಿಕ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ಏಕರೂಪ ಬೆಳವಣಿಗೆ Isomorphous growth) ಎಂದೂ ವರ್ಣಿಸಲಾಗಿದೆ. ಭಿನ್ನ ಅಣುಜೋಡಣೆಯಿಂದ ಕೂಡಿದ, ಕೆಲವು ಭಿನ್ನ ಖನಿಜಗಳ ಹರಳುಗಳು ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡು ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಪರಸ್ಪರ ಹೊಂದಿಕೆಯಿರುವ ಹಾಗೆ ಒಟ್ಟುಗೂಡುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಎನ್ನಲಾಗಿದೆ. ಯಾವ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯೂ ಇಲ್ಲದೆ, ಭಿನ್ನ ಖನಿಜಗಳ ಹರಳುಗಳು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿದ್ದರೆ, ಅದನ್ನು ಅವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಎಂದು ವರ್ಣಿಸಬಹುದು. ಹೀಗೆ ಸ್ಫಟಿಕ ಗುಚ್ಛಗಳನ್ನು ಆರು ವಿಧಗಳಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಬಹುದು.

I ಸಾಮ್ಯ ಸ್ಫಟಿಕ ಗುಚ್ಛಗಳು

1. ಪೂರ್ಣ ಸಮಾನಾಂತರ ಬೆಳವಣಿಗೆ–Parallel growths
2. ಅಪೂರ್ಣ ಸಮಾನಾಂತರ ಬೆಳವಣಿಗೆ–Twin crystals (ಯಮಳ ಸ್ಫಟಿಕ ಗುಚ್ಛಗಳು)

3. ಅವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಸ್ಫಟಿಕಗುಚ್ಛಗಳು–Irregular growths

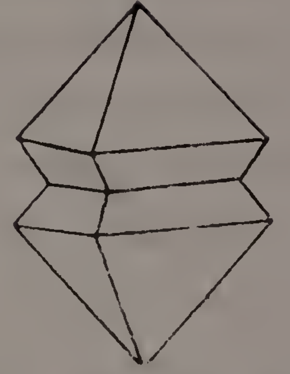
II ಭಿನ್ನ ಸ್ಫಟಿಕ ಗುಚ್ಛಗಳು

4. ಹೆಚ್ಚುಕಡಿಮೆ ಪೂರ್ಣ ಸಮಾನಾಂತರ ಬೆಳವಣಿಗೆ–ಏಕರೂಪತ್ವ-(Isomorphous growths)

5. ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಬೆಳೆವಣಿಗೆ–Regular growths

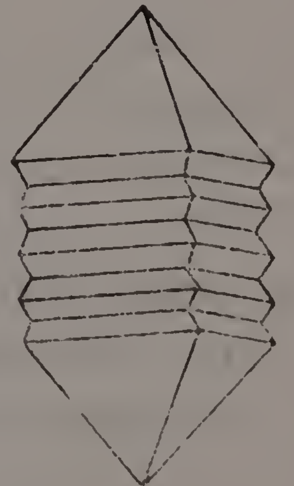
6. ಅವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಸ್ಫಟಿಕ ಗುಚ್ಛಗಳು–Irregular growths

ಸಮಾನಾಂತರ ಬೆಳವಣಿಗೆ



ಒಂದೇ ಖನಿಜದ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಹರಳುಗಳು ಅಣುಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟುಗೂಡಿ ಬೆಳೆಯಬಹುದು. ಅವು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟಕ್ಕೆ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು. ಹರಳುಗಳು ಆ ಸಪಾಟದಲ್ಲೆ ಒಂದುಗೂಡಿರಬಹುದು ಇಲ್ಲವೇ ಬೇರೆ ಸಪಾಟದಲ್ಲಿ ಒಂದುಗೂಡಿರಬಹುದು. ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಷಣ್ಮುಖಿಯು ಅಂತಹ ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವಾಗಿರುವುದೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಹರಳುಗಳು ಒಂದು ಗೂಡಿರುವ ಸಪಾಟವೂ ಆಗಿರುವುದು. ಷಣ್ಮುಖಿಯು ಸಪಾಟವಾದರೂ, ಹರಳುಗಳು ಅಷ್ಟಮುಖಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗೂಡಿರಬಹುದು.

ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಅನೇಕ ಹರಳುಗಳು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದುಗೂಡಿರುವುದುಂಟು. ಪ್ರತಿ ಹರಳೂ ಬಹು ತೆಳುವಾದ ರೂಪಿನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿತವಾಗಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಎರಡು ಸಪಾಟಗಳು ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ ಪುನರಾವೃತ್ತಿಗೊಳ್ಳುವುವು. ಇವು ಸಂಧಿಸುವ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಕೋನ ಪೂರಕವಾಗಿರುತ್ತವೆ.



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಒಳಮುಖ ಕೋನವೂ (Re-entrant angle) ಒಂದೊಂದು ಹರಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಸಮಾನಾಂತರ ಬೆಳವಣಿಗೆಯಿಂದ ಈ ಹರಳುಗಳು ಒಂದುಗೂಡಿವೆ. ಒಂದುಗೂಡಿದ ಸಪಾಟಗಳ ಅಗಲವು ಕಡಮೆಯಾದರೆ ಎಲ್ಲವೂ ಸೇರಿ ಒಂದೇ ಹರಳಿನ ಹಾಗೆ ಕಾಣುತ್ತವೆ. ಆಗ ಹರಳಿನ ಮುಖಗಳು ಗೀರುಗಳಿಂದ ಕೂಡಿರುವುವು. ಇವುಗಳನ್ನು ಎರಡು ರೂಪಗಳ ಆಂದೋಲನ ಕೂಟ (Oscillatory combination) ಎಂದು ಕರೆಯುವುದು ವಾಡಿಕೆ.

ಅವಳಿ ಹರಳುಗಳು

ಒಂದೇ ಖನಿಜದ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಹರಳುಗಳು, ಇಲ್ಲವೇ ಒಂದೇ ಹರಳಿನ ಎರಡು ಭಾಗಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸ್ಫಟಿಕ ಸಪಾಟ ಅಥವಾ ಅಕ್ಷವು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿರುವಹಾಗೆ ಒಂದುಗೂಡಿದರೆ, ಅವುಗಳಿಗೆ ಅವಳಿ ಹರಳುಗಳು ಅಥವಾ ಯಮಳ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಈ ಸಂಘಟಿತ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಅಥವಾ ಸ್ಫಟಿಕಭಾಗಗಳು ಯಾವ ಸ್ಫಟಿಕಕ್ಕೂ ಸಮಸೂತ್ರವಲ್ಲದ ಸಪಾಟದ ಮೂಲಕ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುವು. ಯಮಳ ಸ್ಫಟಿಕಗಳ ಭಾಗಗಳು ಪರಸ್ಪರ ವಿಮುಖವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಹರಳಿನ ಭಾಗಗಳು ಅಥವಾ ಬಿಡಿ ಹರಳುಗಳು ನಿರ್ದೇಶಿತ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ 180° ಯಷ್ಟು ಆವರ್ತನಗೊಂಡು ಯಮಳತ್ವವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದರೆ, ಯಮಳತ್ವವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಈ ಆವರ್ತನೆಯಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕು. ಅವು ಬೆಳೆಯುವಾಗಲೇ ವಿಮುಖವಾಗಿ ಬೆಳೆದು ಒಂದುಗೂಡಿವೆ. ಈ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಯಮಳ ಅಕ್ಷ (Twinning axis) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಯಮಳತ್ವವಾದಮೇಲೆ ಘಟಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಸೂತ್ರತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಸಪಾಟವನ್ನು ಯಮಳ ಸಪಾಟ (Twinning plane) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಯಮಳ ಅಕ್ಷ ಮತ್ತು ಯಮಳ ಸಪಾಟಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವುವು. ಸಮಸೂತ್ರ ಸಪಾಟವಲ್ಲದ ಯಾವ ಸಪಾಟವಾದರೂ ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಬಲ್ಲದು, ಆದರೆ ಸರಳ ಘಾತಸೂಚಿಯುಳ್ಳ ಸಪಾಟಗಳು ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗುವ ಸಂಭವ ಹೆಚ್ಚು. ಇದೇ ರೀತಿ ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಮಾತ್ರ ಯಮಳ ಅಕ್ಷಗಳಾಗುತ್ತವೆ ; ಇಮ್ಮಡಿ, ನಾಲ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಆರ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ.

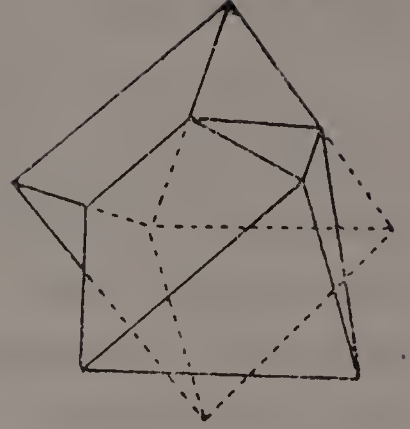
ಯಮಳತ್ವ ಹೊಂದಿದ ಹರಳು ಘಟಕಗಳು ಒಂದುಗೂಡಿರುವ ಸಪಾಟಕ್ಕೆ ಸಂಯೋಗ ಸಪಾಟ (Composition plane) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಅನೇಕ ವೇಳೆ ಯಮಳ ಸಪಾಟವೇ ಸಂಯೋಗ ಸಪಾಟವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಇವು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಇರುವುದೂ ಉಂಟು. ಸರಳ ಘಾತಸೂಚಿಯಿರುವ ಸಪಾಟಗಳೇ ಸಂಯೋಗ ಸಪಾಟಗಳಾಗುವುದು ರೂಢಿ.

ಯಮಳತ್ವ ವಿಧಗಳು

ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಅಥವಾ ಸರಳ ಯಮಳಗಳು (Contact Twins)

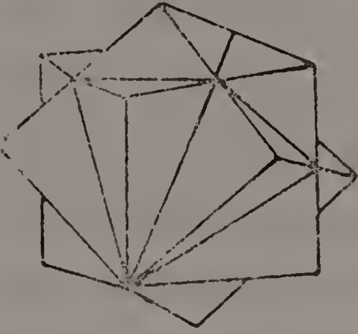
ಯಮಳ ಸ್ಫಟಿಕದ ಘಟಕಗಳು ಒಂದೇ ಸಪಾಟದಲ್ಲಿ ಒಂದುಗೂಡಿದ್ದರೆ, ಸಂಘಟಿತ ಸ್ಫಟಿಕವನ್ನು ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಯಮಳಸ್ಫಟಿಕ ಅಥವಾ ಸರಳ ಅವಳಿಗಳು

ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಮಳ ಸಪಾಟವೇ ಸಂಯೋಗ ಸಪಾಟವಾಗಿರುವುದು ಸಾಮಾನ್ಯ, ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಬೇರೆಯಾಗಿರುವುದೂ ಉಂಟು.



ಭೇದಕ ಯಮಳಗಳು (Penetration Twns)

ಎರಡು ಏಕರೂಪ ಹರಳುಗಳು ಒಂದೇ ಸಪಾಟಿನಲ್ಲಿ ಒಂದುಗೂಡದೆ ಪರಸ್ಪರ ಒಂದನ್ನೊಂದು ಭೇದಿಸಿರಬಹುದು. ಈ ಬಗೆಯ ಯಮಳತ್ವದಲ್ಲಿ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಹರಳುಗಳು ಭಾಗಿಯಾಗಿರಬಹುದು. ಈ ಘಟಕಗಳ ತಾವು ಅವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗಿ ಹಂಚಿಹೋಗಿರುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ಸಂಯೋಗ ಸಪಾಟವೂ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಪರಸ್ಪರ ಭೇದಿಸಿಕೊಂಡು ಹೊರಹೊಮ್ಮಿರುವ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಏಕರೂಪದ ಅಣುಜೋಡಣೆ ಇರುವುದು. ಈ ಮಾದರಿಯ ಯಮಳತೆಗೆ ಭೇದಕ ಯಮಳತ್ವ ಎಂದೂ, ಹರಳುಗಳನ್ನು ಭೇದಕ ಹರಳುಗಳು ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.



ಅನುಬಂಧ ಯಮಳಗಳು (Supplementary Twins)

ಅರೆಮುಖಿಗಳು, ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಗಳು ಮತ್ತು ಅರೆರೂಪಿಗಳು ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಪೂರ್ಣಮುಖಿಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯ ಅಂತಸ್ತನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಂಡು, ಕಡಿಮೆ ಅಂತಸ್ತನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದು ಸರಿಯಷ್ಟೆ. ಇವುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿತವಾಗಿ ಭೇದಕಯಮಳತ್ವವನ್ನು ಹೊಂದುತ್ತವೆ. (ಇಂತಹ ಅಕ್ಷಗಳು ಅವುಗಳ ಪೂರ್ಣಮುಖಿಗಳಿಗೆ ಲಭಿಸುವುದಿಲ್ಲ). ಈ ರೀತಿ ಯಮಳತ್ವ ಹೊಂದಿದ ಘಟಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯಗೊಂಡು ಪೂರ್ಣಮುಖಿಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತಾ ಅಂತಸ್ತನ್ನು ಗಳಿಸುತ್ತವೆ. ಪೈರಿಟಿಸ್‌ನ ಎರಡು ಪೈರಿಟೊಹೆಡ್ರನ್ ರೂಪಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯಗೊಂಡು ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿಯ ರೂಪವನ್ನು ತಾಳುತ್ತವೆ. ಟೆಟ್ರಹೆಡ್ರೈಟ್ ಖನಿಜದ ಎರಡು ಚತುರ್ಮುಖಿಗಳು ಐಕ್ಯಗೊಂಡು ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ರೂಪವನ್ನು ತಾಳುತ್ತವೆ. ಈ ಮಾದರಿಯ ಯಮಳತೆಗೆ ಅನುಬಂಧ ಯಮಳತ್ವ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಜೇಣಚು ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಈ ಮಾದರಿ ಯಮಳತೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಯಮಳಗಳು

ಯಮಳ ಸ್ಫಟಿಕಕ್ಕೆ ಮತ್ತೊಂದು ಸ್ಫಟಿಕವು ಅದೇ ಯಮಳತ್ವ ನಿಯಮಾನುಸಾರವಾಗಿ ಒಂದುಗೂಡಿದರೆ, ಸಂಘಟಿತ ಸ್ಫಟಿಕವನ್ನು ತ್ರಿಪದಿ (Trilling) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ ನಾಲ್ಕು, ಐದು, ಆರು ಇತ್ಯಾದಿ ಘಟಕಗಳಿದ್ದರೆ, ಸಂಘಟಿತ ಸ್ಫಟಿಕವನ್ನು ಚತುಷ್ಪದಿ, ಪಂಚಪದಿ, ಷಟ್ಪದಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುವುದು.

ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಯಮಳ ಸ್ಫಟಿಕದ ಎಲ್ಲ ಘಟಕಗಳ ಯಮಳ ಸಪಾಟಗಳು (1) ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರಬಹುದು. ಆಗ ಪರ್ಯಾಯ ಘಟಕಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲವೇ (2) ಯಮಳ ಸಪಾಟಗಳು ದಿಕ್ಕು ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದು. ಮೊದಲನೆಯದನ್ನು ಸಮಾನಾಂತರ ಬಹುಘಟಕ ಯಮಳತೆ (Polysynthetic Twinning) ಎಂದೂ, ಎರಡನೆಯದನ್ನು ಸುತ್ತು ಯಮಳತೆ (Cyclic Twinnig) ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಉದಾ: ಸ್ಟಾರೊಲೈಟ್, ಆಲ್ಬೈಟ್ ಆರ್ಥೋಕ್ಲೇಸ್.

ಸಂಯುಕ್ತ ಯಮಳಗಳು

ಒಂದೇ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ನಿಯಮಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ಯಮಳತ್ವವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದನ್ನು ಸಂಯುಕ್ತ ಯಮಳ ಸ್ಫಟಿಕ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

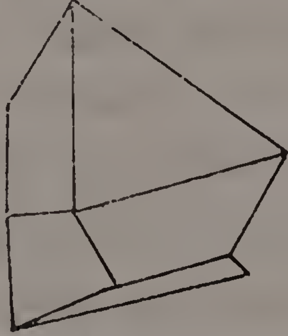
ಅನುಕರಣ ಯಮಳತ್ವ (Mimicry)

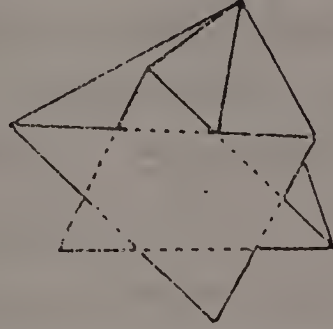
ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಯಮಳತೆಯಿಂದ ಸಮಸೂತ್ರತಾ ಅಂತಸ್ತನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಕಂಡುಬರುವುದು. ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದ ಅರಾಗೊನೈಟ್ ಖನಿಜದ ಮೂರು ಹರಳುಗಳು ಯಮಳತ್ವ ಹೊಂದಿ ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಹೋಲುವುದುಂಟು. ಇದೇ ರೀತಿ ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣದ ಫಿಲಿಪ್ಸೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳು ಯಮಳತ್ವಹೊಂದಿ ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಹೋಲುತ್ತವೆ. ಈ ಮಾದರಿಯ ಯಮಳತೆಯನ್ನು ಅನುಕರಣ ಯಮಳತ್ವ ಎಂದು ವರ್ಣಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಯಮಳತ್ವನಿಯಮಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳು
ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣ

ಈ ಗಣದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಸ್ಪಿನೆಲ್, ಫ್ಲೂರೈಟ್, ಸೋಡಲೈಟ್ ಇತ್ಯಾದಿ ಖನಿಜಗಳಲ್ಲಿ ಯಮಳತೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷ ಯಮಳ ಅಕ್ಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಯಮಳ ಸಪಾಟ ಅಷ್ಟ ಮುಖಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದು. ಇಲ್ಲಿ ಯಮಳ ಸಪಾಟವೇ ಸಂಯೋಗ ಸಪಾಟವು ಆಗಿರುವುದು. ಈ ಮಾದರಿಯ ಯಮಳತೆಯು ಸ್ಪಿನೆಲ್ ಗುಂಪಿನ ಖನಿಜಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕಾಣಿಸುವುದರಿಂದ, ಈ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಸ್ಪಿನೆಲ್ ನಿಯಮ (Spinel Law) ಎಂದು ಹೆಸರಾಗಿದೆ. ಈ ನಿಯಮಾನುಸಾರವಾಗಿ ಆದ ಯಮಳತೆ

ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಮಾದರಿಯದಾಗಿರಬಹುದು, ಇಲ್ಲವೆ ಭೇದಕ ಯಮಳವಾಗಿರಬಹುದು. ಗೆಲಿನ, ತಾಮ್ರ, ಸ್ಫ್ಯಾಲರೈಟ್ ಮೊದಲಾದ ಖನಿಜಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಯಮಳತೆಯನ್ನೂ, ಫ್ಲೂರೈಟ್, ಸ್ಪಿನೆಲ್ ಮುಂತಾದ ಖನಿಜಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಕ ಯಮಳತೆಯನ್ನೂ ಕಾಣಬಹುದು. ಚತುರ್ಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಟೆಟ್ರಹೀಡ್ರೈಟ್ ಇತ್ಯಾದಿ ಖನಿಜಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಈ ಮಾದರಿ ಯಮಳತೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

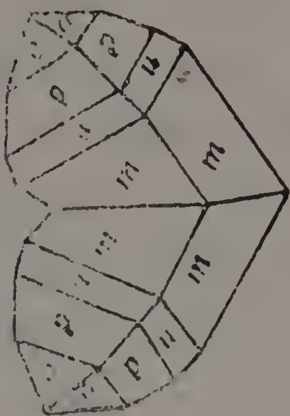




ಸಮಾನಾಂತರ ಅರೆಮುಖಿವರ್ಗದ ಪೈರಿಟಿಸ್ ಖನಿಜದ ಎರಡು ಪೈರಿಟೊಹೆಡ್ರನ್ ಹರಳುಗಳು ಭೇದಕ ಯಮಳತ್ವ ಹೊಂದಿ ಸಂಘಟಿತ ಸ್ಫಟಿಕ ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿ ರೂಪವನ್ನು ತಾಳುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಅನುಬಂಧ ಯಮಳತೆ ಎನ್ನಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯು ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗುವುದು, ಯಮಳ ಅಕ್ಷ ಇದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ನಿಯಮವನ್ನು 'ಐರನ್ ಕ್ರಾಸ್' ನಿಯಮ ಎನ್ನಲಾಗಿದೆ.

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣ

ರೂಟೈಲ್ (TiO_2), ಕ್ಯಾಸಿಟರೈಟ್ (SnO_2) ಮತ್ತು ಇವುಗಳ ಜ್ಞಾತಿ ಖನಿಜವಾದ ಜಿರ್ಕಾನ್ ($ZrSiO_4$) ಮುಂತಾದುವುಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣುವ ಯಮಳತೆ ಪ್ರಮುಖವಾದುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಮಳ ಸಪಾಟ ಏಕಮಾನ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಕ್ಕೆ [p∞, {011}] ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದು. ಹಾಗೂ ಯಮಳತೆಯು ಪುನರಾವರ್ತನೆಗೊಳ್ಳುವುದು. ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಎರಡು ವಿಧದಲ್ಲಾಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ವಿಧದಲ್ಲಿ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರದ ಎದುರು ಮುಖಗಳು (011) ($0\bar{1}1$) ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ ಯಮಳ ಸಪಾಟಗಳಾಗುವುವು; ಲಂಬಾಕ್ಷವು ಒಂದೇ ಸಪಾಟದಲ್ಲಿರುವುದು. ಯಮಳ ಘಟಕಗಳು 65°35′ ವಿಮುಖವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಆರು ಘಟಕಗಳು ಒಂದುಗೂಡಿ ಒಂದು ಸುತ್ತು ಆಗುವುದು. ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧದಲ್ಲಿ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರದ ಪಕ್ಕದ ಮುಖಗಳು (011) (101) ಯಮಳ ಸಪಾಟಗಳಾಗುವುದರಿಂದ, ಲಂಬಾಕ್ಷವು ಡೊಂಕು ಡೊಂಕಾಗುವುದು. ಒಂದು ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಎಂಟು ಘಟಕಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇವು ಸುತ್ತು ಯಮಳತೆಯ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. ಸಂಘಟಿತ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಮೊಳಕಾಲು ಬಾಗವನ್ನು ಹೋಲುವುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ಮಂಡಿಬಾಗು ಯಮಳತೆ (Knee-bend or Genecu-late twin) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಕ್ಯಾಸಿಟರೈಟ್



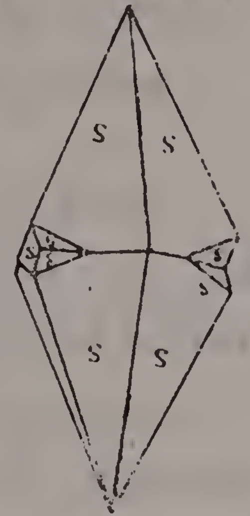
ಛೇದಕ ಅವಳಿಗಳಾಗಿಯೂ ಇರುವುದುಂಟು.

ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿವರ್ಗದ ಷೀಲೈಟ್ ಖನಿಜದ ಯಮಳ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿರುವುದು. ಇದು ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಯಮಳತೆಯೂ ಹೌದು; ಅನುಬಂಧ ಯಮಳತೆಯೂಹೌದು. ಸ್ಫಿನಾಯ್ಡಲ್ ವರ್ಗದ ಚಾಲ್ಕೊ ಪೈರೈಟಿನ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಏಕಮಾನ ಸ್ಫಿನಾಯಿಡ್ [ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ ಅರೆಮುಖಿ (111)]ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿರುವುದು. ಇದು ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಯಮಳತೆ. ಇದರ ಕೋನಗಳು ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಅಷ್ಟಮುಖಿಯ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಅತ್ಯಲ್ಪ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ಯಮಳತೆಯು ಸ್ಪಿನೆಲ್ ನಿಯಮದ ಯಮಳತೆಯನ್ನು ಹೋಲುತ್ತದೆ.

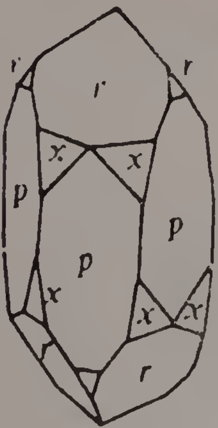
ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣ

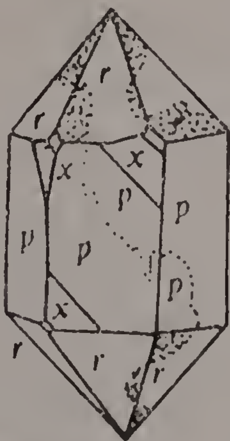
ಈ ಗಣದ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಯಮಳತೆಯು ಬಹು ಅಪರೂಪ. ಆದರೆ ಪಿರ್ಹೊಟೈಟ್ ($Fe_{11}S_{12}$) ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಯಮಳತೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಏಕಮಾನ ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರವು ($10\bar{1}1$) ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿದೆ. ಅವಳಿ ಹರಳುಗಳ ಲಂಬಾಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿವೆ. ವಜ್ರಮುಖಿ (ಅರೆಮುಖಿ) ವರ್ಗದ ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್ ಮತ್ತು ಟ್ರಿಸಿಜೊಹೆಡ್ರಲ್ ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಮುಖಿವರ್ಗದ ಬೆಣಚುಗಳ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ನಾನಾಬಗೆಯ ಯಮಳತೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಮಾದರಿ ಯಮಳತೆಯನ್ನೂ ಕಾಣಬಹುದು. ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿಯೂ, ಲಂಬಾಕ್ಷವು ಯಮಳ ಅಕ್ಷವಾಗಿಯೂ ಇರುವ ಯಮಳತೆಯು ಒಂದು ಮಾದರಿ. ಇನ್ನೊಂದು ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಯಮಳ ಸಪಾಟವು ವಜ್ರಮುಖಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದು. ಅವಳಿ ಹರಳುಗಳ ಲಂಬಾಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರಬಹುದು ($90\frac{3}{4}°$) ಅಥವಾ ಅವು ಪರಸ್ಪರ $53\frac{3}{4}°$ ಮತ್ತು $126\frac{1}{4}°$ ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಬಹುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಳಮುಖ ಕೋನಗಳು ಎದ್ದು ಕಾಣುತ್ತವೆ.



ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್





ಬೆಣಚು

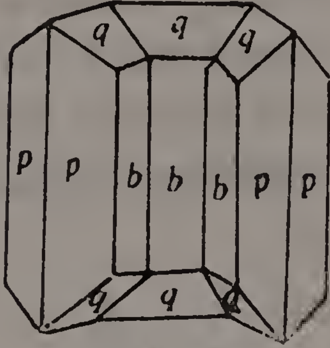
ಬೆಣಚು ಟ್ರಿಪಿಜೊಹೀಡ್ರಲ್ ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಮುಖಿ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವ ನಾಲ್ಕು ರೂಪಗಳಿರುವುವು. ಅವು ಯಾವುವೆಂದರೆ ಬಲಧನ ರೂಪ, ಬಲ ಋಣರೂಪ; ಎಡಧನ ರೂಪ, ಎಡ ಋಣ ರೂಪಗಳು. ಎರಡು ಬಲ ರೂಪಗಳು ಅಥವಾ ಎರಡು ಎಡರೂಪಗಳು ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಛೇದಕ ಯಮಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿ

ಟ್ರಿಸಿಜೊಹೀಡ್ರಲ್ ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪವನ್ನು ತಾಳುತ್ತವೆ : ಇದು ಅನುಬಂಧ ಯಮಳತೆ. ಇವರಲ್ಲಿ ಲಂಬಾಕ್ಷವು ಯಮಳ ಅಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಇದಕ್ಕೆ 'ಡಾಫೈನ್ ನಿಯಮ' ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಒಂದು ಬಲ ಮತ್ತೊಂದು ಎಡ ರೂಪಗಳು ಇದೇ ರೀತಿ ಯಮಳತ್ವಕ್ಕೊಳಗಾಗಿ ವಜ್ರಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಗಳಿಸುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕವು ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗುವುದು. ಇದಕ್ಕೆ 'ಬ್ರೆಜಿಲಿಯನ್ ನಿಯಮ' ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣ

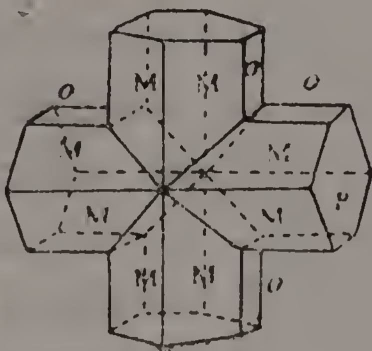
ಈ ಗಣದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಏಕಮಾನ ಪಟ್ಟಕವು ∞ p, (110) ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿರುವ ಅವಳಿಗಳೇ ಹೆಚ್ಚು. ಅರಾಗೊನೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳಲ್ಲಿ ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಯಮಳತೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಬಹು ಯಮಳತೆ ಮತ್ತು ಸುತ್ತು ಯಮಳತೆಗಳೆರಡೂ ಇರುವುವು. ಇವು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದ ಹರಳುಗಳ ರೂಪವನ್ನು ಅನುಕರಿಸುವುದೂ ಉಂಟು. ಸೆರೂಸೈಟ್ ಖನಿಜದ ಚಪ್ಪಟೆ ಹರಳುಗಳ ಯಮಳತೆಯಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಕವು ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಮಾರ್ಕಸೈಟಿನಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಕವು ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿದ್ದು, ಪಂಚಪದಿ ಸುತ್ತಿನ ಯಮಳತೆಯಾಗಿದೆ.

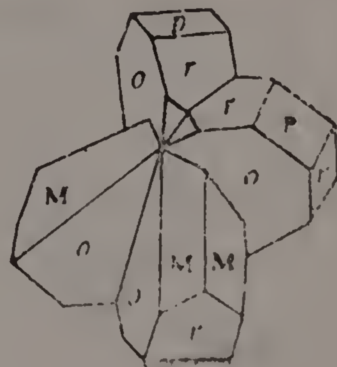


ಅರಾಗೊನೈಟ್

ಆರ್ಸಿನೊಪೈರೈಟ್, ಕೊಲಂಬೈಟ್, ಕ್ರೈಸೊಬೆರಿಲ್, ಕ್ರೈಸೊಲೈಟ್ ಹಮ್ಮೈಟ್, ಇತ್ಯಾದಿ ಖನಿಜಗಳ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಗುಮ್ಮಟವು ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿರುವ ಅವಳಿಗಳಾಗುವುವು.

ಸ್ಟಾರೊಲೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬಗೆಯ ಯಮಳತ್ವವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಯಮಳ ಸಪಾಟವು ಚಿಕ್ಕ ಗುಮ್ಮಟಕ್ಕೆ (032) ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದು ಒಂದು ವಿಧ. ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ಗುಮ್ಮಟಗಳ ಮುಖಗಳ ನಡುವಣ ಕೋನವು $(001 \wedge 032)$ 45° 41′ ಇರುವುದರಿಂದ, ಹರಳುಗಳು





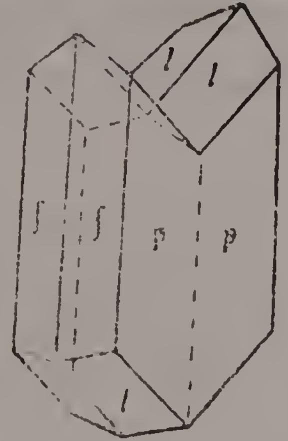
ಪರಸ್ಪರ ಸಮಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಪಟ್ಟಕವು ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿರುವುದು ಎರಡನೆಯ ವಿಧ. ಗೋಪುರವು (232) ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿರುವುದು ಮೂರನೆಯ ವಿಧ. ಇಲ್ಲಿ ಹರಳುಗಳು ಪರಸ್ಪರ 60° ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಎರಡು ವಿಧಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಆಗಿ ನಕ್ಷತ್ರಾಕಾರದ ಅವಳಿಗಳು ತಲೆದೋರುತ್ತವೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಚಾಲ್ಕೋಸೈಟ್ ಹರಳು ಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಮೂರು ಬಗೆಯ ಯಮಳತೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ಅರೆರೂಪಿ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ಹೆಮಿಮಾರ್ಫೈಟ್ ಮತ್ತು ಸ್ಟ್ರುವೈಟ್ ಖನಿಜಗಳ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಯಮಳ ಸಪಾಟ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ವಾಗಿರುವುದು.

ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣ

ಈ ಗಣದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ರೂಪವೊಂದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು, ಯಾವ ಮುಖವಾದರೂ ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಬಹುದು. ಆದರೆ ಮಹಾ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ (100) ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿರುವ ಸಂಭವವೇ ಹೆಚ್ಚು. ಆರ್ಥೋಕ್ಲೇಸ್, ಆಗೈಟ್, ಹಾರ್ನ್ ಬ್ಲೆಂಡ್, ಜಿಪ್ಸಂ, ವ್ಯಾಲಕೈಟ್ ಮತ್ತು ಎಪಿಡೋಟ್ ಖನಿಜಗಳ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಮಹಾಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿರುವ ಅವಳಿ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ.

ಜಿಪ್ಸಂ ಅವಳಿಯ ಒಂದು ಕಡೆಯ ಒಳಮುಖ ಕೋನವು ಸ್ವಾಲೊ ಹಕ್ಕಿಯ ಕವಲು ತೋಕೆಯನ್ನು ಹೋಲುವುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ಸ್ವಾಲೊ-ತೋಕೆ ಅವಳಿ (Swallow tail) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.



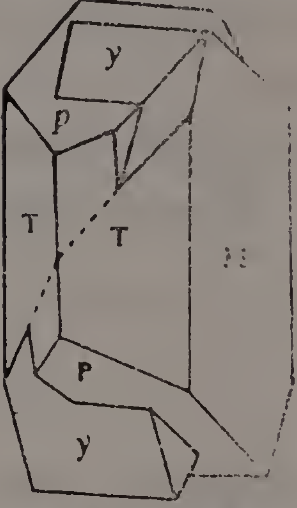
ಜಿಪ್ಸಂ⟶

ಹಾರ್ನ್‌ಬ್ಲೆಂಡ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಕಗಳ ಮೇಲೆ ಮೂರು (2 ಓರೆ ಗುಮ್ಮಟದ ಮತ್ತು 1 ಮಹಾಗುಮ್ಮಟದ) ಮುಖಗಳೂ, ಕೆಳಗಡೆ ಮೂರು ಮುಖಗಳೂ ಇರುವುವು. ಯಮಳತೆಯ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ಮೇಲಿನ ಮಹಾಗುಮ್ಮಟದ ಒಂದು ಮುಖ ಕೆಳಕ್ಕೂ ಕೆಳಗಿನ ಒರೆಗುಮ್ಮಟದ ಎರಡು ಮುಖಗಳು ಮೇಲಕ್ಕೂ ಬರುವುವು. ಸಂಘಟಿತ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಕದ ಮೇಲೆ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಗಳೂ, ಕೆಳಗೆ ಎರಡು ಮುಖಗಳೂ ಇರುವುವು. ಆಗೈಟಿನಲ್ಲಿ ಒಳಮುಖ ಕೋನವು ಪ್ರಧಾನವಾಗಿ ಕಾಣುವುದು.

ಆರ್ಥೋಕ್ಲೇಸ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ನಿಯಮಗಳಿಗನುಸಾರ ವಾಗಿ ಮೂರು ವಿಧದ ಯಮಳತ್ವವಾಗುವುದು.

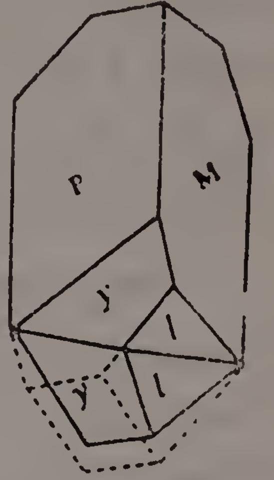
ಕಾರ್ಲ್ಸ್‌ಬಾಡ್ ನಿಯಮ

ಈ ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ ಲಂಬಾಕ್ಷವು ಯಮಳ ಅಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಸಂಯೋಗ ಸಪಾಟವಾಗುವುದು. ಬೊಹಿಮಿಯಾದ ಕಾರ್ಲ್ಸ್‌ಬಾಡ್ ಎಂಬಲ್ಲಿ ದೊರೆತ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಮಾದರಿಯ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಮೊದಲು ಗುರುತಿಸಿದುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ಕಾರ್ಲ್ಸ್‌ಬಾಡ್ ಯಮಳತ್ವ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇದು ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಯಮಳತೆಯಾಗಿರಬಹುದು ಇಲ್ಲವೇ ಭೇದಕ ಯಮಳತ್ವ ಆಗಿರಬಹುದು.

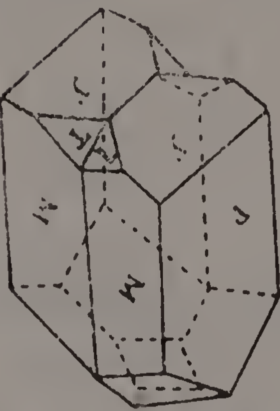


ಬವೆನೊ ನಿಯಮ

ಈ ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ ಓರೆಗುಮ್ಮಟವು ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿ, ಚಚ್ಚೌಕಾಕೃತಿಯ ಅವಳಿ ಹರಳುಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಇಟಲಿಯ ಬವೆನೊ ಪ್ರಾಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಈ ಮಾದರಿಯ ಯಮಳತೆಯಿಂದ ಕೂಡಿದ ಆರ್ಥೊಕ್ಲೇಸ್ ಹರಳುಗಳು ದೊರೆಯುವುದರಿಂದ, ಇವನ್ನು ಬವೆನೊ ಅವಳಿ ಎನ್ನಲಾಗಿದೆ.



ಮ್ಯಾನೆಬಾಕ್ ನಿಯಮ



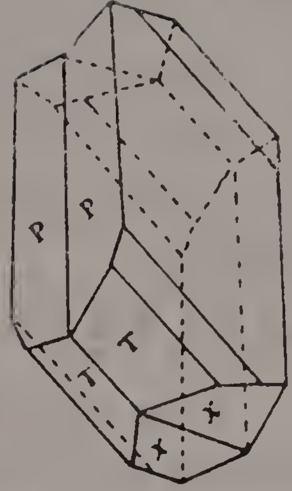
ಈ ಅವಳಿಯಲ್ಲಿ ಯಮಳ ಸಪಾಟವು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆರ್ಥೊಕ್ಲೇಸ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ವಿಧದ ಅಪರೂಪ ಯಮಳ್ವವಿತ್ವರುವುದುಂಟು.

ಟ್ರೈಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣ

ಈ ಗಣದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಪಾಟವಾದರೂ ಯಮಳತ್ವ ಸಪಾಟವಾಗಬಲ್ಲದು. ಅನೇಕ ವೇಳೆ ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಲ್ಲದ ಸಪಾಟವು ಯಮಳತೆ ಸಪಾಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ಲೇಜಿಯೊಕ್ಲೇಸ್ ಮತ್ತು ಮೈಕ್ರೊಕ್ಲೈನ್ ಫೆಲ್‌ಸ್ಪಾರುಗಳ ಯಮಳತೆಯು ವಿಶಿಷ್ಟವಾದುದು.

ಪ್ಲೇಜಿಯೊಕ್ಲೇಸ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾದ ಆಲ್ಬೈಟ್‌ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಲ್ಲಿ ಯಮಳ ಸಪಾಟವು ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ (ಪಾರ್ಶ್ವಪಿನಕಾಯಿಡ್)ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದು. ಈ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಆಲ್ಬೈಟ್ ನಿಯಮ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.



ಪಾರ್ಶ್ವ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ(b ಅಕ್ಷ)ವು ಯಮಳ ಅಕ್ಷವಾಗಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ ಯಮಳ ಸಪಾಟವಿದ್ದರೆ, ಆ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಪೆರಿಕ್ಲಿನ್ ನಿಯಮ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಈ ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ ಸಮಾನಾಂತರ ಬಹು ಯಮಳತ್ವವುಂಟಾಗುವುದು. ಇದರ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ಎರಡು ತಂಡದ ಗೀರುಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಒಂದು ತಂಡವು c (001) ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಯೂ ಮತ್ತೊಂದು ತಂಡವು b (010)ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಯೂ ಇರುತ್ತವೆ.

ಮೈಕ್ರೊಕ್ಲೈನ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಆಲ್ಬೈಟ್ ಮಾದರಿ ಮತ್ತು ಪೆರಿಕ್ಲೈನ್ ಮಾದರಿ ಅವಳಿಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಚಚ್ಚೌಕಗಳ ವಿಶೇಷ ರಚನೆಯಾಗಿರುವುದು. ಈ ರಚನೆಯನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮದರ್ಶಿಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಕಾಣಬವುದು.

ಯಮಳತ್ವ ಆಗುವ ವಿಧಾನ

ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಣದ ಪರಿಪೂರ್ಣತೆಯು ಘನೀಕರಣದ ವೇಗಕ್ಕೆ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವುದು. ಸಾಕಷ್ಟು ಕಾಲಾವಕಾಶವಿದ್ದರೆ ಕಣಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಜೋಡಣೆಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಅಪೂರ್ಣ ಸಮಾನಾಂತರ ಜೋಡಣೆಯಿಂದ ಯಮಳತೆ ಉಂಟಾಗುವುದೆಂಬುದನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಗಳು ಪುಷ್ಟೀಕರಿಸಿವೆ.

ಸಂಸ್ಪರ್ಶ ಯಮಳತೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಹರಳುಗಳ ಸಂಘಟನೆಯು ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಆಗುವುದು. ಅನಂತರ ಸಂಯೋಗ ಸಪಾಟವೊಂದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ದಿಕ್ಕುಗಳಲ್ಲಿ ಬೆಳವಣಿಗೆಯು ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ನಡೆಯುವುದು. ಇದರಿಂದ ಯಮಳ ಅಕ್ಷದ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಹರಳುಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆಯು ಕುಂಠಿತವಾಗಿ ಹರಳುಗಳ ಯಮಳತೆಯಾಗುವುದು.

ಭೇದಕ ಮತ್ತು ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಯಮಳಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಯೋಗ ಸಪಾಟಕ್ಕೆ ಪದರುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಮಾತೃಶಿಲಾ ದ್ರಾವಣದ ಅಶುದ್ಧತೆ ಮತ್ತು ಜಿಗಟು ಸ್ವಭಾವಗಳು ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣಗಳು.

ಹರಳಿನ ಮೇಲೆ ಯಮಳತೆಯ ಪರಿಣಾಮ

1. ಯಮಳ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯು ಮಸುಕಾಗುವುದು.
2. ಯಮಳ ಹರಳುಗಳು ಯಮಳ ಸಪಾಟಿನ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಸೀಳುಬಿಡುವುದುಂಟು.
3. ಸಾಮಾನ್ಯ ರೀತಿಯ ಹರಳುಗಳು ಯಮಳತ್ವದಿಂದ ವಿಶೇಷರೀತಿಯ ರೂಪವನ್ನು ತಳೆಯುತ್ತವೆ.

ಅವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಸ್ಫಟಿಕ ಗುಚ್ಛಗಳು

ಖನಿಜ ದ್ರಾವಣ ಆರುವಾಗ ಅನೇಕ ಹರಳುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ದೂರದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಅಣು ಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಸಾಮ್ಯವಿದ್ದಾಗ್ಯೂ, ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಅವುಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಸ್ಪರ್ಶವಾಗುವವರೆಗೆ ಬೆಳೆದರೆ ಸಾಮ್ಯ ಸ್ಫಟಿಕಗುಚ್ಛವಾಗುವುದು.

ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಸುತ್ತ ನಾರು ರೂಪದ ಖನಿಜ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಬೆಳೆದು ಗೋಳಕ ರಚನೆಯಾಗುವುದು (ಉದಾ: ವೇವೆಲೈಟ್, ಸ್ಟಿಲ್‌ಬೈಟ್). ಜಿಪ್ಸಂ, ಕ್ರೈಸೊಟೈಲ್, ಕಲ್ನಾರು ಇತ್ಯಾದಿ ಖನಿಜಗಳಲ್ಲಿ ನಾರು ರೂಪದ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಬೆಳೆದು, ಆ ಖನಿಜಗಳಿಗೆ ನಾರು ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಕೊಡುತ್ತವೆ. ಅಭ್ರಕ, ವೊಲಾಸ್ಟನೈಟ್ ಇತ್ಯಾದಿ ಖನಿಜಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಫಲಕಗಳಾಗಿ ಜೋಡಣೆಗೊಂಡು ಪತ್ರವಿನ್ಯಾಸ (Foliation) ಆಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ವಿವಿಧ ಭಂಗಿಯಲ್ಲಿ ಬೆಳೆದು ನಾನಾ ಸ್ವರೂಪಗಳಾಗುತ್ತವೆ.

ಭಿನ್ನ ಸ್ಫಟಿಕ ಗುಚ್ಛಗಳು

ಏಕರೂಪತ್ವ (Isomorphism)

ಒಂದೇ ಬಗೆಯ ರಾಸಾಯನಿಕ ಸಂಯೋಜನೆಯುಳ್ಳ ಖನಿಜಗಳ ಅಣುಗಳು ಗಾತ್ರ, ಆಕಾರ ಮತ್ತು ಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿ ಸಾಮ್ಯವನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತವೆ. ಅಂತಹ ಖನಿಜಗಳನ್ನು ಏಕರೂಪ ಖನಿಜಗಳು ಎನುತ್ತೇವೆ. ಏಕರೂಪ ಖನಿಜಗಳ ಅಣುಗಳು ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ಭೇದವಿಲ್ಲದೆ ಜೋಡಣೆಯಾಗುತ್ತವೆ. ಆಯಾ ಖನಿಜದ ಘನೀಕರಣ ಕೇಂದ್ರಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ ಅವುಗಳ ಪದರುಗಳು ಒಂದೇ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ವಲಯಗಳಾಗಿ ಜೋಡಣೆಯಾಗುವುವು; ಉದಾ: ಗಾರ್ನೆಟ್, ಟೂರ್ಮಲಿನ್, ಅಭ್ರಕಗಳು, ಪೈರಾಕ್ಸೀನುಗಳು ಮತ್ತು ಫೆಲ್‌ಸ್ಪಾರುಗಳು.

ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಬೆಳವಣಿಗೆ

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ರೂಟೈಲ್ ಹರಳಿನ ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕವು ವಜ್ರಮುಖಿವರ್ಗದ ಕಬ್ಬಿಣದ ಟೈಟಾನಿಕ್ ಖನಿಜದ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಐಕ್ಯವಾಗುವ ಹಾಗೆ ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ. ರೂಟೈಲ್ ಹರಳಿನ 'c'

ಅಕ್ಷವು ಎರಡನೆಯುವರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಅಕ್ಷ ಒಂದರ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿರುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ ಜೆಣಚು ಮತ್ತು ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟುಗಳು ಚಾಲ್ಕೊಪೈರೈಟ್ ಮತ್ತು ಟೆಟ್ರಹೀಡ್ರೈಟುಗಳು ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಜೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಒಳಗಾಗುವುವು.

ದ್ವಿರೂಪಿ ಖನಿಜಗಳಾದ ಮಾರ್ಕಸೈಟ್ ಮತ್ತು ಪೈರೈಟುಗಳು; ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್ ಮತ್ತು ಅರ್ಯಾಗೊನೈಟ್‌ಗಳು ಸಹ ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಜೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತವೆ.

ಅವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಬೆಳವಣಿಗೆ

ಈ ಮಾದರಿಯ ಜೆಳವಣಿಗೆ ಕೇವಲ ಆಕಸ್ಮಿಕ. ಇದು ಯಾವ ನಿಯಮಕ್ಕೂ ಒಳಪಟ್ಟಿಲ್ಲ.

ಸ್ಫಟಿಕ ನ್ಯೂನತೆಗಳು

ಖನಿಜದ್ರಾವಣವು ಘನೀಕರಿಸುವಾಗ (ದ್ರವಸ್ಥಿತಿಯಿಂದ ಘನಸ್ಥಿತಿಗೆ ಮಾರ್ಪಡುವಾಗ) ಅಣುಜೋಡಣಾ ಕ್ರಿಯೆಗೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ಅಡಚಣೆಗಳು ಒದಗದಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಸಮಗ್ರ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಕುಂದುಂಟಾಗದ ಹಾಗೆ ಆರುವಿಕೆಯು ಅತಿ ನಿಧಾನವಾಗಿ ಸಾಗಿದರೆ, ಆದರ್ಶ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಆದರ್ಶ ಪರಿಸರವು ದೊರೆಯುವುದು ಬಹು ಅಪರೂಪ. ಆದುದರಿಂದ ಆದರ್ಶ ಸ್ಫಟಿಕಗಳೂ ಅಪರೂಪವೇ. ನಾನಾ ರೀತಿಯ ಅಡ್ಡಿಆತಂಕಗಳು ತಲೆದೋರಿ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ನ್ಯೂನತೆಗಳು ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುವು. ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನದ ಸ್ಪಷ್ಟ ಅರಿವಿಗೆ ಈ ನ್ಯೂನತೆಗಳ ಪರಿಚಯವು ಬಹು ಅಗತ್ಯ. ನ್ಯೂನತೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಕಾಣಿಸಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಬಹುದು.

1 ಸ್ಫಟಿಕಗಳ ರೂಪವಿಕಾರ ಅಥವಾ ವಿಕೃತ ರೂಪಗಳು.

2 ಮುಖಗಳ ಅಸಮತೆ ಅಥವಾ ಅವ್ಯವಸ್ಥೆ.

3 ಕೋನ ಅಸ್ಥಿರತೆ.

4 ಆಂತರಿಕ ಅಶುದ್ಧತೆ.

ವಿಕೃತ ರೂಪಗಳು

ಸ್ಫಟಿಕಗಳ ರೂಪ ವಿ ಕಾ ರ ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಇಲ್ಲದಿರಬಹುದು.

ಕ್ರಮಬದ್ಧವಲ್ಲದ ವಿಕೃತ ರೂಪಗಳು ಆಕಸ್ಮಿಕವಾಗಿ ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಹರಳುಗಳ ಆಕಾರ ಮತ್ತು ರೂಪ ವಿಕಾರಗಳ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟೇ ಇದ್ದರೂ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮುಖಗಳ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇವುಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ಸ್ಫಟಿಕಗಳೊಡನೆ ಹೋಲಿಸಬಹುದು.

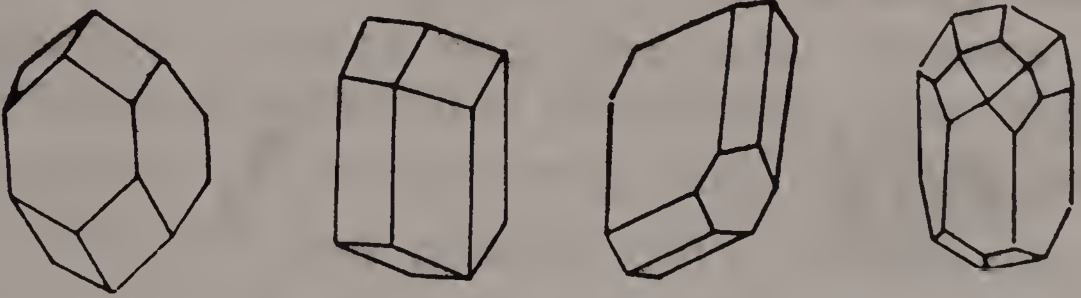
ಈ ರೀತಿಯ ವಿರೂಪವು ಕೆಲವು ಮುಖಗಳನ್ನು ಬಹಳ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಕೆಲವು ಮುಖಗಳು ತೊಡೆದುಹಾಕುವಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಸ್ಫಟಿಕ ರೂಪಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಸ್ವಲ್ಪ ಕಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ಹರಳುಗಳ ಆಕಾರವು ಎಷ್ಟೇ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿದ್ದರೂ, ಅಂತರ ಮುಖಕೋನ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದು ; ಒಂದು ರೂಪದ ಮುಖಗಳೆಲ್ಲಾ ಸಮಾನ ಹೊಳಪು, ಏಕ ರೀತಿಯ ಗೀರುಗಳಿಂದ ಕೂಡಿರುವುದು ಇತ್ಯಾದಿ ಭೌತ ಲಕ್ಷಣಗಳು ಸ್ಫಟಿಕ ರೂಪಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತವೆ.

ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ವಿರೂಪಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಹರಳುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅಂಟಿಕೊಂಡಿರುವಿಕೆ ಅಥವಾ ಅವು ಬೇರೆ ವಸ್ತುಗಳ ಮೇಲೆ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವಿಕೆ ಮೊದಲಾದುವು ಅನೇಕ

ಬಗೆಯ ವಿರೂಪಗಳಿಗೆ ಎಡೆಮಾಡುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಬೆಣಚು ಹರಳುಗಳು ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಪರವಸ್ತುವಿಗೆ ಅಂಟಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ, ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಗೋಪುರ ಮುಖಗಳು ಮಾತ್ರ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಆದರ್ಶ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಗೋಪುರ ಮುಖಗಳು ಎರಡು ತುದಿಗಳಲ್ಲಿಯೂ ರೂಪುಗೊಳ್ಳಬೇಕಷ್ಟೆ !

ಕ್ರಮಬದ್ಧ ವಿರೂಪದ ಮಾತೇ ಬೇರೆ. ಈ ಬಗೆಯ ವಿರೂಪವು ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವುದು. ಈ ಹರಳುಗಳು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಬೆಳವಣಿಗೆಯಾದರೆ, ಅವು ಟೆಟ್ರಾಗನಲ್ ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಹೋಲುತ್ತವೆ ; ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಬೆಳವಣಿಗೆಯಾದರೆ ವಜ್ರಮುಖಿವರ್ಗದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಹೋಲುತ್ತವೆ ; ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಮುಖಾಂತರ ಅಥವಾ ಮೂರು ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಅಸಮ ಬೆಳೆವಣಿಗೆಯಾದರೆ ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಹೋಲುತ್ತವೆ. ಈ ಬಗೆಯ ವಿರೂಪಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದೆ. ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯು ಒಂದು ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷದ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಅಸಮ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಹೊಂದಿದರೆ, ಅದು 6 ಮುಖದ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು



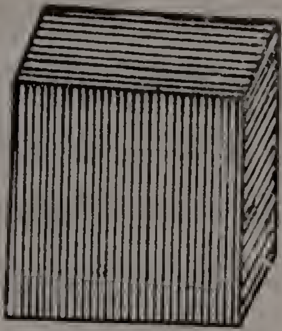
ಒಂದೊಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಜ್ರಮುಖಿಗಳಿರುವ ಕೂಟವೋ ಎಂಬಂತೆ ಕಾಣುವುದು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಗಾರ್ನೆಟ್ ಹರಳುಗಳು ಈ ರೀತಿಯ ವಿರೂಪವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಅಷ್ಟಮುಖಿಯು ಮುಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆ ಬೆಳೆದರೆ, ಹರಳು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ವಜ್ರಮುಖಿಗಳ ಕೂಟವೋ ಎಂಬಂತೆ ಕಾಣುವುದು ; ಹೆಚ್ಚು ಬೆಳೆದರೆ ಎರಡು ಮುಖಗಳು ಅಳಿಸಿಹೋಗಿ ವಜ್ರಮುಖಿಯ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ತಾಳುವುದು ; ಇಮ್ಮಡಿ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಬಹು ಹೆಚ್ಚು ಬೆಳವಣಿಗೆಯಾದರೆ, ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದ ಎರಡು ಗುಮ್ಮಟಗಳ ಕೂಟವನ್ನು ಹೋಲುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ ಷಣ್ಮುಖಿ, ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ, ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ ಮತ್ತು ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಗಳು ವಿಕೃತ ರೂಪವನ್ನು ತಳೆಯುತ್ತವೆ.

ಮುಖಗಳ ಅಸಮತೆ

ಆದರ್ಶ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಎಷ್ಟು ಅಪರೂಪವೋ, ಆದರ್ಶಮುಖಗಳೂ ಅಷ್ಟೇ ಅಪರೂಪ. ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ಗೀರುಗಳು ಇರುವುದು, ಮುಖಗಳು ವಕ್ರವಾಗಿರುವುದು

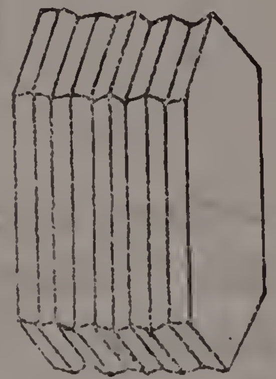
ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅಸಮ ಬೆಳವಣಿಗೆ, ಕೊರೆತ ಮುಂತಾದುವುಗಳು ಮುಖವಿರೂಪದ ಮುಖ್ಯ ಬಗೆಗಳು.

ಅನೇಕ ಹರಳುಗಳು ಅಥವಾ ಸ್ಫಟಿಕರೂಪಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಅಥವಾ ವಿಮುಖವಾಗಿ ಒಂದುಗೂಡುವುದರಿಂದ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಗೀರುಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಮೊದಲನೆಯದಕ್ಕೆ ಆಂದೋಲನ ಕೂಟ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಬೆಣಚು ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಕಗಳ ಮೇಲೆ ಕಾಣುವ ಅಡ್ಡಗೀರುಗಳು ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ವಜ್ರ



ಮುಖಿಗಳ ಪರ್ಯಾಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಪುನರಾವೃತ್ತಿಯಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡಿವೆ. ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪಗಳು ಇಲ್ಲದಿರುವ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ, ಈ ಗೀರುಗಳು ಅರೆಮುಖಿ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ. ಪೈರಿಟೀಸ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಷಣ್ಮುಖಿ ಮುಖಗಳು ಗೀರುಗಳಿಂದ ಕೂಡಿರುತ್ತವೆ. ಒಂದು ಮುಖದ ಗೀರುಗಳು ಪಕ್ಕದ ಮುಖದ ಗೀರುಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವುವು. ಇವು ಷಣ್ಮುಖಿ ಮತ್ತು ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಗಳ ಆಂದೋಲನ ಕೂಟದಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡಿವೆ.

ಸಮಾನಂತರ ಬಹುಯಮಳತ್ವದಿಂದಲೂ ಗೀರುಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಆಲ್ಬೈಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಯಮಳ ಸಪಾಟವಾಗಿದ್ದು ಅನೇಕ ಘಟಕಗಳು ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿಯೂ ವಿಮುಖವಾಗಿಯೂ ಒಂದುಗೂಡಿ, ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ಗೀರುಗಳು ಉಂಟಾಗಿವೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಪೈರಾಕ್ಸೀನ್, ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್, ಸ್ಫೀನ್, ಅರಾಗೊನೈಟ್ ಹರಳುಗಳ ಮೇಲೆ ಗೀರುಗಳನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.



ಮುಖ ವಕ್ರತೆ

ಮುಖಗಳು ವಕ್ರವಾಗಲು ಸೂಕ್ಷ್ಮರೀತಿಯ ಆಂದೋಲನ ಕೂಟ, ಅಣುಜೋಡಣೆಯ ರೀತಿ ಮತ್ತು ಚಲನೆಗಳೇ ಕಾರಣ. ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್ ಹರಳುಗಳ ಮುಖವಕ್ರತೆಗೆ ಮೊದಲನೆಯದು ಕಾರಣ. ಎರಡನೆಯ ಮಾದರಿಯು ವಜ್ರಗಳ ಮುಖವಕ್ರತೆಯಲ್ಲಿಯೂ, ಡಾಲೊಮೈಟ್ ಮತ್ತು ಸೈಡರೈಟ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಕಂಡುಬರುವುದು. ವಜ್ರದ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಮುಖಗಳೂ ಸಮವಾಗಿ ಉಬ್ಬಿರುವುವು ಡಾಲೊಮೈಟ್ ಮತ್ತು ಸೆಡರೈಟ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ವಜ್ರ



ವಜ್ರ



ಡಾಲೊಮೈಟ್

ಮುಖಿಯ ಉಬ್ಬಿದ ಮುಖವು ಒಳಬಾಗಿದ ಮುಖಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದು. ಮೂರನೆಯ ವಿಧದ ಮುಖವಕ್ರತೆಯನ್ನು ಬೆರಿಲ್‌ನ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು. ಈ ಹರಳುಗಳು ಅಡ್ಡ ಕತ್ತರಿಸಿದ ಹಾಗಿದ್ದು (ಮುರಿದು ಹೋಗಿರುತ್ತವೆ), ಕತ್ತರಿಸಿದ ಭಾಗಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ಚಲಿಸುವುದೂ ಉಂಟು.

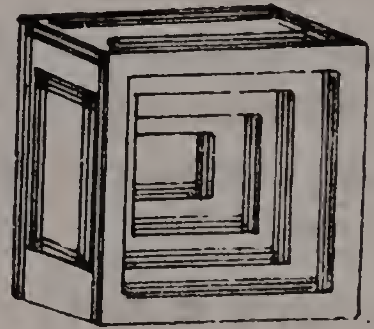
ಅಸಮ ಮುಖ ಬೆಳವಣಿಗೆಗಳು

ಅನೇಕ ಹರಳಿನ ಮುಖಗಳು ಇತರ ಮುಖಗಳೊಡನೆ ಸಂಧಿಸುವ ಏಣುಗಳ ಸಮೀಪದಲ್ಲಿ, ಬೇರೆ ಮುಖಗಳಾಗಿ ತೋರಿಬರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳಿಗೆ ಪರಿಸರ ಮುಖಗಳು (Vicinal Planes) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಈ ಪರಿಸರ ಮುಖಗಳು ಅನೇಕವೇಳೆ ಚಪ್ಪಟೆ ಗೋಪುರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಉಬ್ಬಿರುವುದುಂಟು; ಉದಾ: ಬೆಣಚು ಹರಳುಗಳು.

ಹರಳುಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ, ಅಕ್ಷಗಳು ಮತ್ತು ಏಣುಗಳ ಮೇಲೆ ಮಾತ್ರ ಬೆಳೆವಣಿಗೆಯು ಕಂಡುಬಂದು ಚೌಕಟ್ಟು ರೂಪಿತವಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ಚೌಕಟ್ಟು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬದೆ ಹಾಗೆಯೇ ಉಳಿಯಬಹುದು. ಉದಾ: ಉಪ್ಪಿನ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ತಲೆಕೆಳಗಾದ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಮುಖಗಳನ್ನು ನೋಡಬಹುದು.

ಕೊರೆತ

ರೂಪುಗೊಂಡಮೇಲೆ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಕೊರೆತಕ್ಕೊಳಗಾದರೆ, ಏಣುಗಳು ಮತ್ತು ಘನಕೋನಗಳು ಮೊದಲು ಈ ಪ್ರಭಾವಕ್ಕೊಳಗಾಗುತ್ತವೆ. ಇದರ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ಉಪ್ಪಿನ ಹರಳಿನ ಮಾದರಿಯ ಮುಖಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಕೊರೆತದ ಪ್ರಮಾಣ ಕಡಮೆ ಇದ್ದರೆ ಗುಣಿಗಳಾವುವು. ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಏಣುಗಳು ಮತ್ತು ಘನಕೋನಗಳು ಕೊರೆತದಿಂದ ನಶಿಸಿ, ಗುಂಡಾದ ಹಾಗೂ ನಯವಾದ ಮುಖಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ; ಉದಾ: ಬೆಣಚು, ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟು, ಪೈರೈಟ್, ಗೆಲಿನ, ಸ್ಫೀನ್, ಸ್ಪಿನೆಲ್ ಇತ್ಯಾದಿ ಹರಳುಗಳು. ಈವರೆಗೆ ವರ್ಣಿಸಿದ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಅಂತರ ಮುಖ ಕೋನದ ಸ್ಥಿರತೆಗೆ ಧಕ್ಕೆಯಾಗಿಲ್ಲವಾದುದರಿಂದ, ಸ್ಫಟಿಕಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯು ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.



ಕೋನ ಅಸ್ಥಿರತೆ

ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಎಷ್ಟೇ ವಿರೂಪಗೊಂಡಿದ್ದರೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳ ಸ್ಥಿರತೆಗೆ ಧಕ್ಕೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಇದಕ್ಕೂ ಧಕ್ಕೆ ತಗಲುವುದುಂಟು, ಆದರೆ ಇದರ ಪ್ರಮಾಣ ಅತ್ಯಲ್ಪ. ಈ ಕೋನ ಅಸ್ಥಿರತೆಗೆ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ; 1. ಹರಳುಗಳ ರಾಸಾಯನಿಕ ಸಂಯೋಜನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಅತ್ಯಲ್ಪ

ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2. ಉಷ್ಣಾಂಶದಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 3. ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಅಂತರ ನಡೆದ ಬಲಪ್ರಯೋಗ ಮತ್ತು 4. ಕೃತಕರೂಪ ಧರಿಸುವಾಗ (ಒಂದು ಖನಿಜದ ಅಣುಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಖನಿಜದ ಅಣುಗಳು ಪಲ್ಲಟಿಸಿದಾಗ) ಅಣುಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ವ್ಯತಾಸಗಳು.

ಆಂತರಿಕ ಅಶುದ್ಧತೆ

ಆಂತರಿಕ ಅಶುದ್ಧತೆಯು ಅಣುಗಳ ನಡುವಣ ವರ್ಣದ್ರವ್ಯ (Pigment), ಅಂತರ್ಗತ ಅನಿಲಗಳು, ದ್ರವಗಳು ಮತ್ತು ಘನವಸ್ತುಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿರಬಹುದು.

ಅಣುಗಳ ನಡುವೆ ಅತಿಸೂಕ್ಷ್ಮ ವಸ್ತುವಿನ ಚೆದುರುವಿಕೆಯಿಂದ ಖನಿಜಗಳಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣಗಳು ಉಂಟಾಗಿವೆ. ಕೊರಂಡಂ, ಟೂರ್ಮಲಿನ್ ಬಣ್ಣವು ಅವುಗಳ ಅಣುಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ವರ್ಣದ್ರವ್ಯದಿಂದ ಉಂಟಾಗಿದೆ. ಕಾಯಿಸುವುದರಿಂದ ಈ ಬಣ್ಣವು ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುವುದುಂಟು. ಕಪ್ಪು ಬೆಣಚು ಮತ್ತು ಮೈಕ್ರೊಕ್ಲೈನ್ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಕಾಯಿಸಿದರೆ, ಅವು ನಿರ್ವರ್ಣವಾಗುತ್ತವೆ. ಹಳದಿ ಬ್ರೆಜಿಲ್ ಹರಳು ಗಳನ್ನು ಕಾಯಿಸಿದರೆ, ಅವು ಊದಾ ಬಣ್ಣಕ್ಕೆ ತಿರುಗುವುದೇ ಅಲ್ಲದೆ ಬಣ್ಣವೂ ಸಹ ಖಾಯಂ ಆಗಿ ನಿಲ್ಲುತ್ತದೆ.

ಅಂತರ್ಗತ ಅನಿಲಗಳು

ಲವಣಶ್ರೇಣಿಯ ಉಪ್ಪಿನ ಹರಳುಗಳ ಊದಾ ಬಣ್ಣವು, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅಂತರ್ಗತ ವಾಗಿರುವ ಜಲಜನಕ ಮತ್ತು ಮಿಥೇನ್ (Marsh gas) ಗಳಿಂದ ಆಗಿದೆ. ಗ್ರ್ಯಾನೈಟು ಮತ್ತು ಜ್ವಾಲಾಮುಖಜ ಶಿಲೆಗಳ ಬೆಣಚಿನಲ್ಲಿ ಇಂಗಾಲದ ಡೈ ಆಕ್ಸೈಡ್ ಅನಿಲ ಅಂತರ್ಗತವಾಗಿರುವುದು. ಗಂಧಕದ ಡೈ ಆಕ್ಸೈಡ್, ಆಮ್ಲಜನಕ, ಸಾರಜನಕ ಮತ್ತು ಇಂಗಾಲ–ಜಲಜನಕ ಸಂಯುಕ್ತ ಅನಿಲಗಳು ಕೊಂಚ ಇರುವುದೂ ಗಮನಕ್ಕೆ ಬಂದಿದೆ.

ಅಂತರ್ಗತ ದ್ರವಗಳು

ಟೊಪಾಜ್, ಕೊರಂಡಂ, ಬೆರಿಲ್, ವಜ್ರ, ಇವೆಲ್ಲವುಗಳಿಗಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಬೆಣಚು ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ದ್ರವ ಕೋಶಗಳನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನೀರೇ ಹೆಚ್ಚು ಅಂತರ್ಗತವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ವೇಳೆ ದ್ರವ ಇಂಗಾಲದ ಡೈ ಆಕ್ಸೈಡ್ ಇರುವುದುಂಟು. ಈ ದ್ರವದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸೂಕ್ಷ್ಮಕಣಗಳು ತೇಲುತ್ತಿರುವುದೂ ಗಮನಕ್ಕೆ ಬಂದಿದೆ. ಬಹು ವೇಗವಾಗಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ದ್ರಾವಣದ ಸ್ವಲ್ಪ ಭಾಗವು ಒಳಸೇರುವುದುಂಟು.

ಅಂತರ್ಗತ ಘನವಸ್ತುಗಳು

ಅಂತರ್ಗತ ಘನವಸ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ವೈವಿಧ್ಯವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಅವು ಗಾಜು ವಸ್ತುವಾಗಿಯೋ, ಶಿಲಾವಸ್ತುವಾಗಿಯೋ ಇರಬಹುದು, ಇಲ್ಲವೇ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಿರ

ಬಹುದು. ಅಂತರ್ಗತ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಸಾಕಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದಾಗಿದ್ದು, ಅವನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಫೆಲ್‌ಸ್ಪಾರ್ ಹರಳುಗಲ್ಲಿ ಗೋಥೈಟ್ ಮತ್ತು ಹಿಮಟೈಟ್ ಹರಳುಗಳಿದ್ದು ಅವಕ್ಕೆ ಅಪೂರ್ವ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿವೆ. ಬೆಣಚು ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ಲೋರೈಟ್, ಟೂರ್ಮಲಿನ್, ರೂಟೈಲ್, ಹಿಮಟೈಟ್, ಕಲ್ನಾರು ಇತ್ಯಾದಿ ಖನಿಜಗಳು ಅಂತರ್ಗತವಾಗಿರುವುದು ಅತಿ ಸಾಮಾನ್ಯ. ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಸ್ಫಟಿಕ ಭ್ರೂಣಗಳು (Crystallites) ಮತ್ತು ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಅಂತರ್ಗತ ವಾಗಿರುವುದುಂಟು.

ಅಂತರ್ಗತ ಘನವಸ್ತುಗಳು ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಜೋಡಣೆಗೊಂಡಿರುವ ಉದಾ ಹರಣೆಗಳೂ ಉಂಟು. ಆಗೈಟ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ಮ್ಯಾಗ್ನಟೈಟ್, ಫೆಲ್‌ಸ್ಪಾರ್ ಮತ್ತು ನೆಫೆಲೈಟ್ ಖನಿಜಗಳ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಜೋಡಣೆಯಾಗಿರು ವುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಲೂಸೈಟ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಈ ಕ್ರಮಬದ್ಧತೆ ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಆ್ಯಂಡಲೂಸೈಟನಲ್ಲಿ ಅಂತರ್ಗತವಾಗಿರುವ ಇಂಗಾಲವಸ್ತು ಕ್ರಮಬದ್ಧ ಜೋಡಣೆಯ ವಿವಿಧ ನಮೂನೆಗಳನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದೆ. ಸ್ಟಾರೋಲೈಟ್ ಹರಳು ಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಇದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತ

ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತ

(Mathematical Crystallography)

ಸ್ಫಟಿಕವು ಮೂರು ಪರಿಮಾಣದ ವಸ್ತುವಾದುದರಿಂದ ಅದರ ವಿವಿಧ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಅವನ್ನು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದಕ್ಕೆ ವಿಕ್ಷೇಪ (Projections) ಎಂದು ಹೆಸರು. ವಿಕ್ಷೇಪಗಳು 32 ಸಮಸೂತ್ರತೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವ ಗಣಿತದ ಕಲ್ಪನಾ ವಿಷಯಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಕ್ಕೆ ಸಹಕಾರಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ವಿಕ್ಷೇಪಗಳ ಅಭ್ಯಾಸ ಮುಖ್ಯವಾದುದು. ವಿಕ್ಷೇಪಗಳಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಬಗೆಗಳುಂಟು. ಓರೆ ವಿಕ್ಷೇಪ (Clinographic Projection) ಲಂಬ ವಿಕ್ಷೇಪ (Orthographic Projection), ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪ (Spherical Projection), ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪ (Stereographic Projection) ಮತ್ತು ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪ (Gnomonic Projection) ಗಳು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿವೆ.

ಓರೆ ವಿಕ್ಷೇಪ

ಈ ಮಾದರಿಯ ವಿಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಹರಳನ್ನು ಎರಡು ಪರಿಮಾಣದ ಸಮತಲ ಕ್ಷೇತ್ರಕ್ಕೆ ಸ್ಥಾನಾಂತರಿಸುವಾಗ, ಅವನ್ನು ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಬಲಗಡೆಯಿಂದ ವೀಕ್ಷಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಆಯ್ದುಕೊಂಡು ಹರಳಿನ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಬರೆದಾಗ, ಅವರ ಮುಖಗಳು, ಏಣುಗಳು ಮತ್ತು ಘನಕೋನಗಳೆಲ್ಲ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಈ ಮಾದರಿಯ ವಿಕ್ಷೇಪ ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತದ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಯುಕ್ತವಾದುದಲ್ಲ. ಕೆಲವು ಏಣುಗಳು ಅವುಗಳ ನೈಜ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿ ಚಿತ್ರಿತವಾಗುತ್ತವೆ. ಎರಡನೆಯದಾಗಿ ಕೋನಗಳ ಮೂಲ ಮೂಲಮೌಲ್ಯವೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುವುದು. ಹೀಗೆ ಹರಳಿನ ಎರಡು ಭಾಗಗಳ ಮೌಲ್ಯವು ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾದಂತಾಗುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ಇದು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತಾಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಯುಕ್ತವಾದುದಲ್ಲ. ಈ ವಿಕ್ಷೇಪದಿಂದ ದೊರೆಯುವ ಆಕೃತಿಯು ನಿಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಹೋಲುವುದರಿಂದ, ಇದು ಸ್ಫಟಿಕ ಚಿತ್ರ ರೇಖನಕ್ಕೆ ಬಹು ಉಪಯುಕ್ತವಾದುದು.

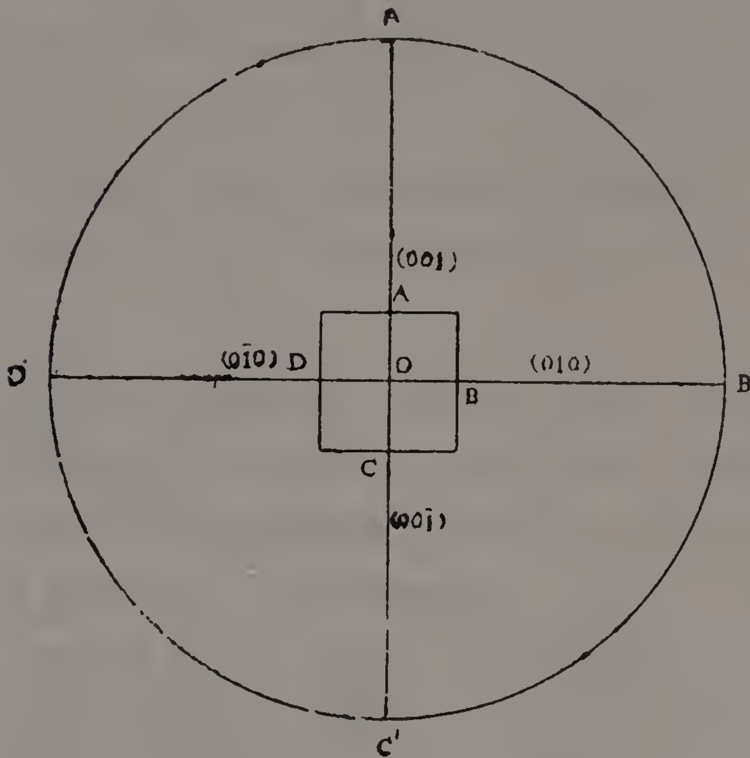
ಲಂಬ ವಿಕ್ಷೇಪ

ಈ ಮಾದರಿಯ ವಿಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಹರಳನ್ನು ಸಮತಲ ಕ್ಷೇತ್ರಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಹಾಗೆ ಹಿಡಿದುಕೊಂಡು ಮೇಲ್ಭಾಗದಿಂದ ವೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಹರಳಿನ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ರೂಪಿಸಿದಾಗ ಕೋನ ಮೌಲ್ಯದಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಕೆಲವು ಏಣುಗಳು ನೈಜ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಚಿಕ್ಕದಾಗುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಈ ವಿಕ್ಷೇಪವು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತಾಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಭಾಗಶಃ ಯುಕ್ತವಾದುದಾಗಿದೆ. ಹರಳಿನ ಒಂದು ಭಾಗ ದೋಷಯುಕ್ತವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಡುವುದು.

ಈ ವಿಕ್ಷೇಪವು ಭೂಪಟ ತಯಾರಿಕೆ ಮತ್ತು ದೃಗ್ ಶಾಸ್ತ್ರದ (Optical work) ಅಭ್ಯಾಸಗಳಿಗೆ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ.

ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪ

ಈ ಮಾದರಿಯ ವಿಕ್ಷೇಪವಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕ ಕೇಂದ್ರವು ಗೋಳಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಐಕ್ಯವಾಗುವುದೆಂದು ಭಾವಿಸಲಾಗುವುದು. ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳು ಗೋಳದ ಮೇಲಣ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಡುವುವು. ಇವುಗಳನ್ನು ಗೋಳ ಧ್ರುವಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಸ್ಫಟಿಕದ ಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಮುಖದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಗೆ ಮುಖ ಲಂಬ (Face Normal) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಮುಖ ಲಂಬಗಳು ಗೋಳವನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳೇ ಗೋಳ ಧ್ರುವಗಳು. A, B, C ಮತ್ತು D ಗಳು ಮುಖ ಧ್ರುವಗಳು. ಇವು ಆ ಮುಖಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. A′, B′, C′ ಮತ್ತು D′ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಧ್ರುವಗಳು. ಆದುದರಿಂದ ಇವೂ ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳ ಪ್ರತಿನಿಧಿಗಳು. ಹೀಗೆ ಗೋಳ ಧ್ರುವಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳನ್ನು ಬಿಡಲಾಗುವುದು. ಈ ಮಾದರಿಯ ವಿಕ್ಷೇಪವಲ್ಲಿ ಮುಖಗಳು ಬಿಂದುಗಳಿಂದಲೂ, ಏಣುಗಳು ಚಾಪಗಳಿಂದಲೂ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಡುವುದರಿಂದ, ಎಲ್ಲ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು ತ್ರಿಜ್ಯಕೋನಮಾನಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿತವಾಗುವುವು. ಈ ವಿಕ್ಷೇಪವು ಇತರ ಮಾದರಿಯ ವಿಕ್ಷೇಪಗಳಿಗೆ ಆಧಾರವಾಗಬಲ್ಲದು.



ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪ

ಅನುಕೂಲ ಪ್ರತಿಕೂಲಗಳು

ಈ ವಿಕ್ಷೇಪದ ತಳವು ವಕ್ರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಇದು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಕ್ಕೆ ಯುಕ್ತವಾದುದಲ್ಲ. ಈ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಉಪಯುಕ್ತವಾದ ವಿಕ್ಷೇಪ ಮಾದರಿಗಳಿಗೆ ಇದು ಆಧಾರವಾಗಿದೆ. ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪ ಮತ್ತು ನೊಮನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪಗಳು ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ರೂಪಿತವಾದುವು.

ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಭಾಗಗಳು

ಈ ವಿಕ್ಷೇಪದ ವಿವಿಧ ಭಾಗಗಳು :

1 ವಿಕ್ಷೇಪ ತಳವಾಗಿರುವ ಗೋಳ

2 ಗೋಳ ಧ್ರುವಗಳು

3 ಮಹಾ ವೃತ್ತಗಳು (Great Circles) ಮತ್ತು ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು (Small Circles).

ಮೂಲವೃತ್ತ ಅಥವಾ ಪ್ರಧಾನ ವೃತ್ತ

ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಕ್ಷಿತಿಜ ಮಹಾವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಮೂಲವೃತ್ತ ಅಥವಾ ಪ್ರಧಾನ ವೃತ್ತ (Primitive Circle) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಮಹಾ ವೃತ್ತಗಳು

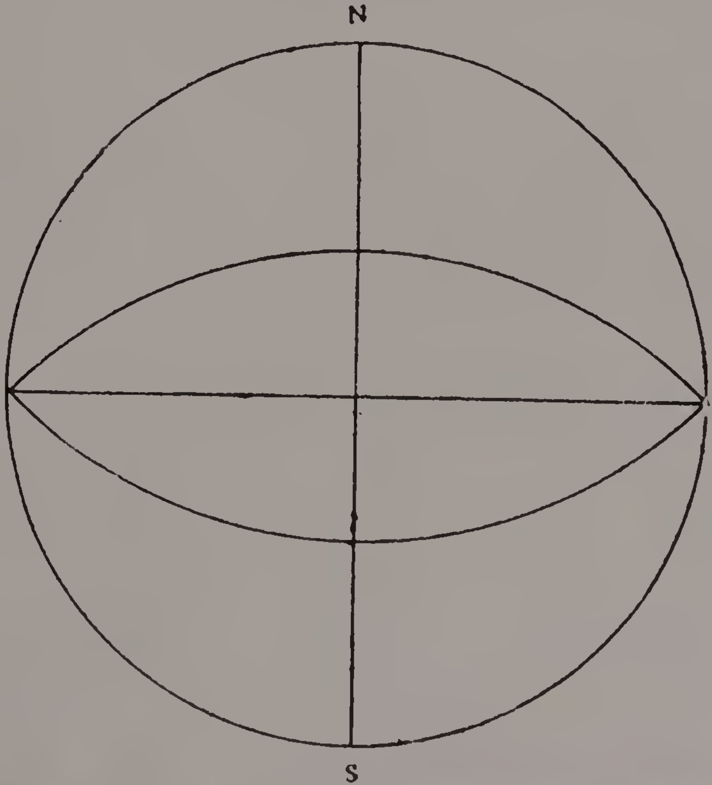
ಪ್ರಧಾನ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಆವರಿಸುವ ಸಂಪೂರ್ಣ ವೃತ್ತಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಚಾಪಗಳಿಗೆ ಮಹಾ ವೃತ್ತಗಳೆಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬಗೆಗಳುಂಟು.

1 ಕ್ಷಿತಿಜ ಮಹಾವೃತ್ತ (Horizontal Great Circle)

2 ಉದಗ್ರ ಮಹಾವೃತ್ತ (Vertical Great Circle)

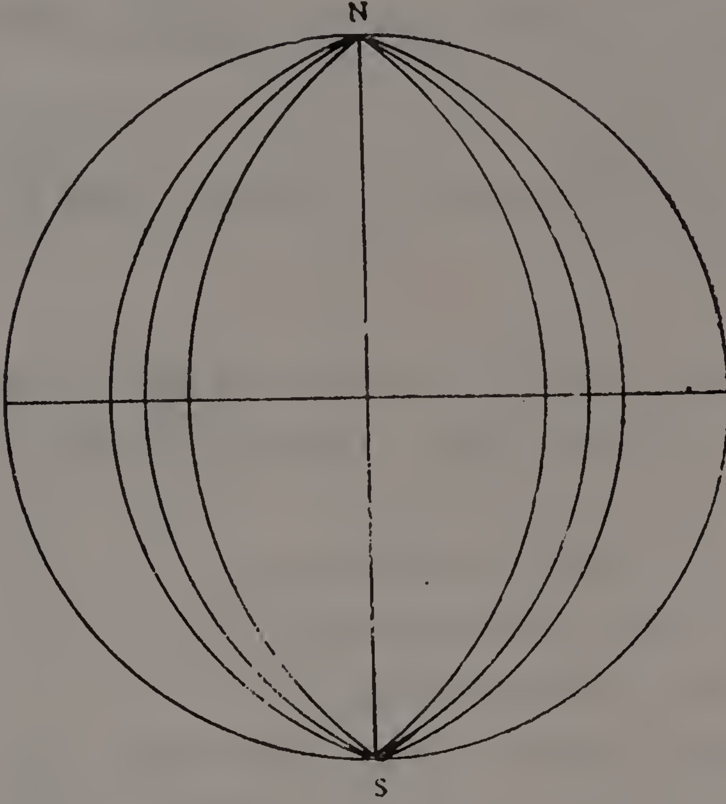
3 ಓರೆ ಮಹಾವೃತ್ತ (Inclined Great Circle)

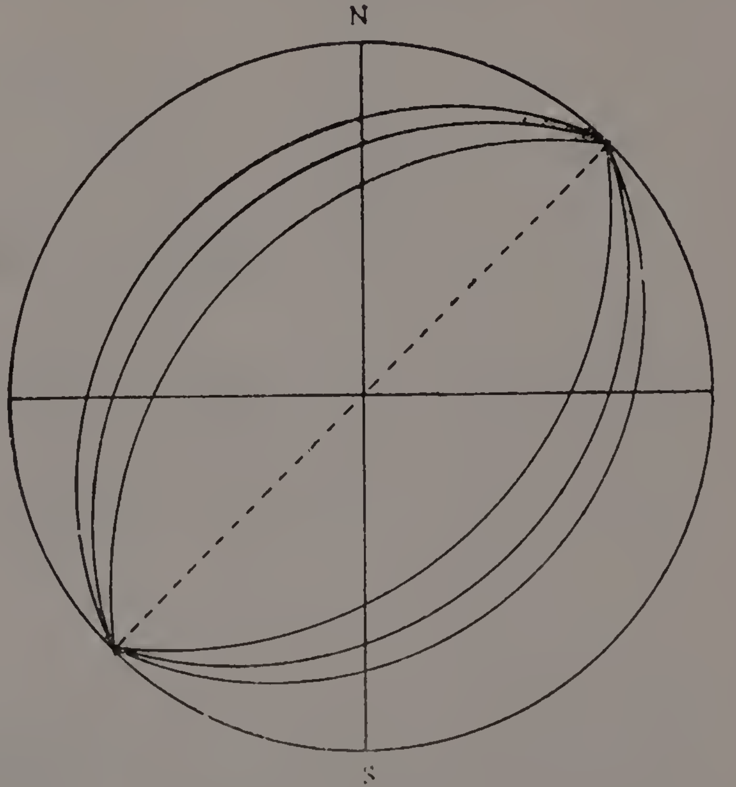
ಒಂದೇ ಒಂದು ಕ್ಷಿತಿಜ ಮಹಾವೃತ್ತವಿರುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಆದರೆ ಅನೇಕ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಓರೆ ಮಹಾವೃತ್ತಗಳಿರುವುವು. ಕ್ಷಿತಿಜ ಮಹಾವೃತ್ತವು ಉತ್ತರ ಮತ್ತು ದಕ್ಷಿಣ



ಮಹಾಧ್ರುವಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಪೂರ್ಣ ವೃತ್ತವಾಗಿರುವುದು. ಪ್ರಧಾನ ವೃತ್ತದ ಉತ್ತರ ಮತ್ತು ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವಗಳನ್ನು ಹಾಯುವ ಚಾಪಗಳಿಗೆ ಉದಗ್ರ ಮಹಾವೃತ್ತ

ಗಳೆಂದು ಹೆಸರು. ಭೂಗೋಳ ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಇವುಗಳಿಗೆ ರೇಖಾಂಶ ವೃತ್ತಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಓರೆ ಮಹಾವೃತ್ತಗಳು ಪ್ರಧಾನ ವೃತ್ತದ ಉತ್ತರ ಮತ್ತು ದಕ್ಷಿಣ ಮಹಾ ಧ್ರುವಗಳನ್ನು ಹಾಯುವುದಿಲ್ಲ; ಈ ಧ್ರುವಗಳಿಗೆ ಓರೆಯಾಗಿರುವುವು.





ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು

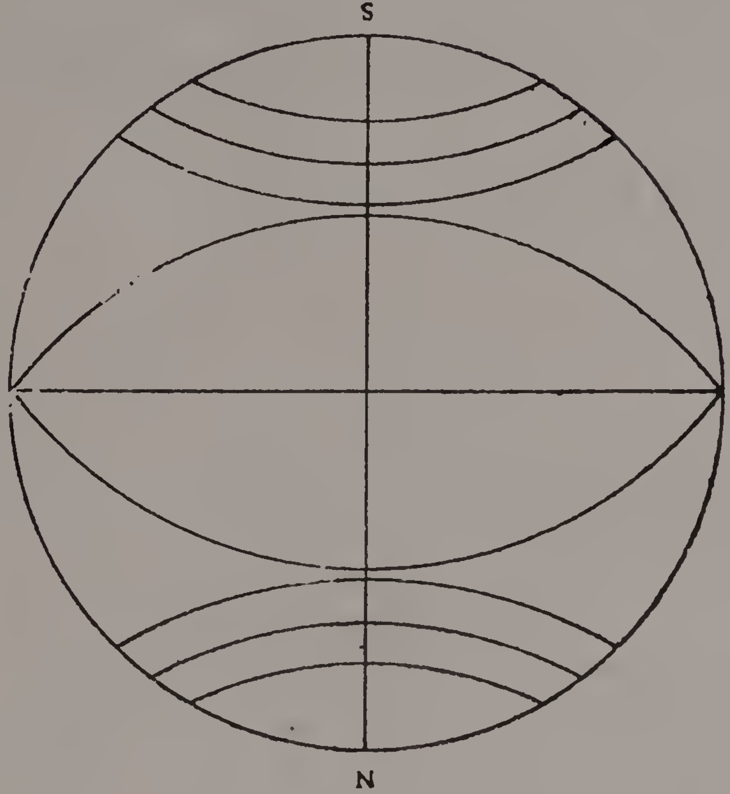
ಪ್ರಧಾನ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಆವರಿಸದ ಪೂರ್ಣವೃತ್ತ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಚಾಪ

ಗಳಿಗೆ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳೆಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಮೂರು ಬಗೆಗಳುಂಟು.

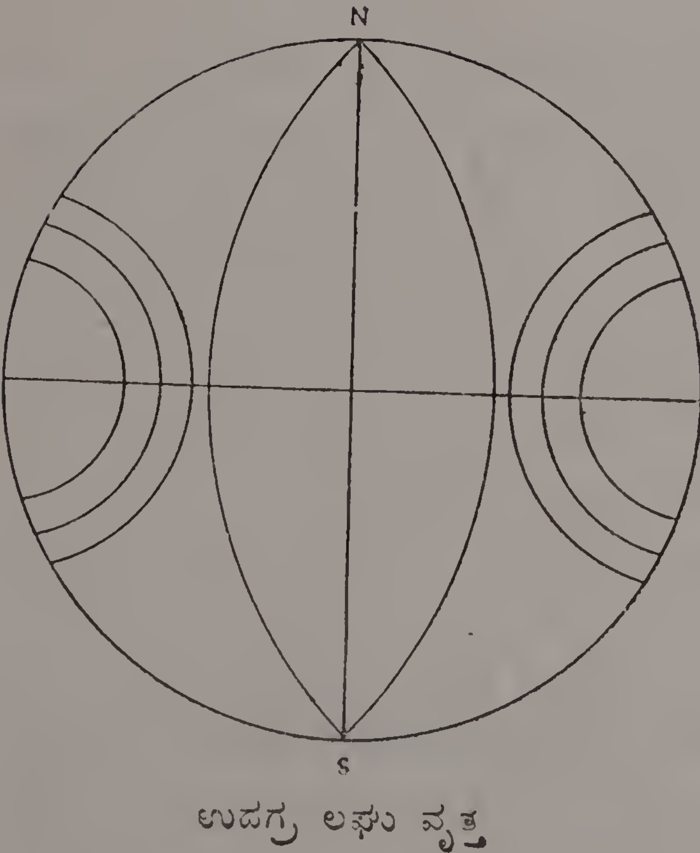
1 ಕ್ಷಿತಿಜ ಲಘು ವೃತ್ತ (Horizontal Small Circle)

2 ಉದಗ್ರ ಲಘು ವೃತ್ತ (Vertical Small Circle)

3 ಓರೆ ಲಘು ವೃತ್ತ (Inclined Small Circle)



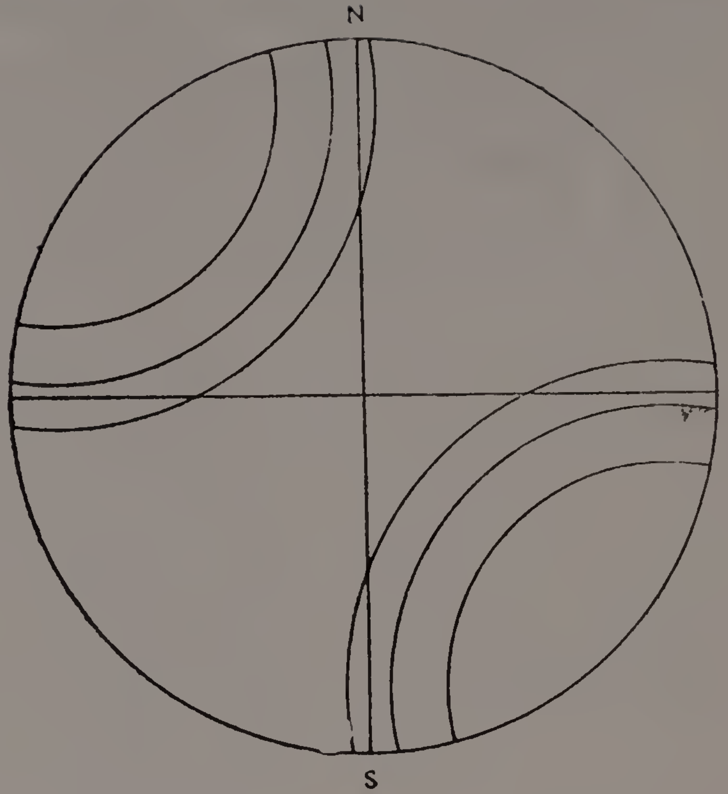
ಕ್ಷಿತಿಜ ಲಘು ವೃತ್ತ →



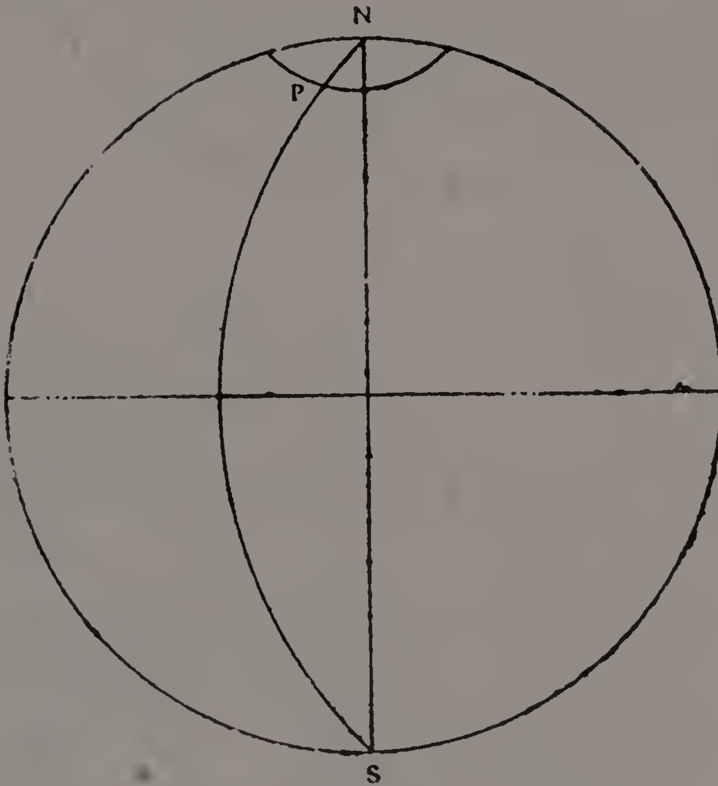
ಉದಗ್ರ ಲಘು ವೃತ್ತ

ಕ್ಷಿತಿಜ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು ಕ್ಷಿತಿಜ ಮಹಾವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಕ್ಷಿತಿಜ ಮಹಾವೃತ್ತವು ಒಂದೇ ಒಂದು, ಆದರೆ ಕ್ಷಿತಿಜ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು ಎಷ್ಟಾದರೂ ಇರಬಹುದು. ಉದಗ್ರ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು ಉದಗ್ರ ಮಹಾವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅನಂತವಾಗಿರುವುದು. ಓರೆ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು ಸಮತಲವಾಗಿಯೂ

ಇರುವುದಿಲ್ಲ, ಉದಗ್ರವಾಗಿಯೂ ಇರುವುದಿಲ್ಲ; ಅವು ಓರೆಯಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಅವು ಓರೆ ಮಹಾವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುವು



ಓರೆ ಲಘು ವೃತ್ತ →



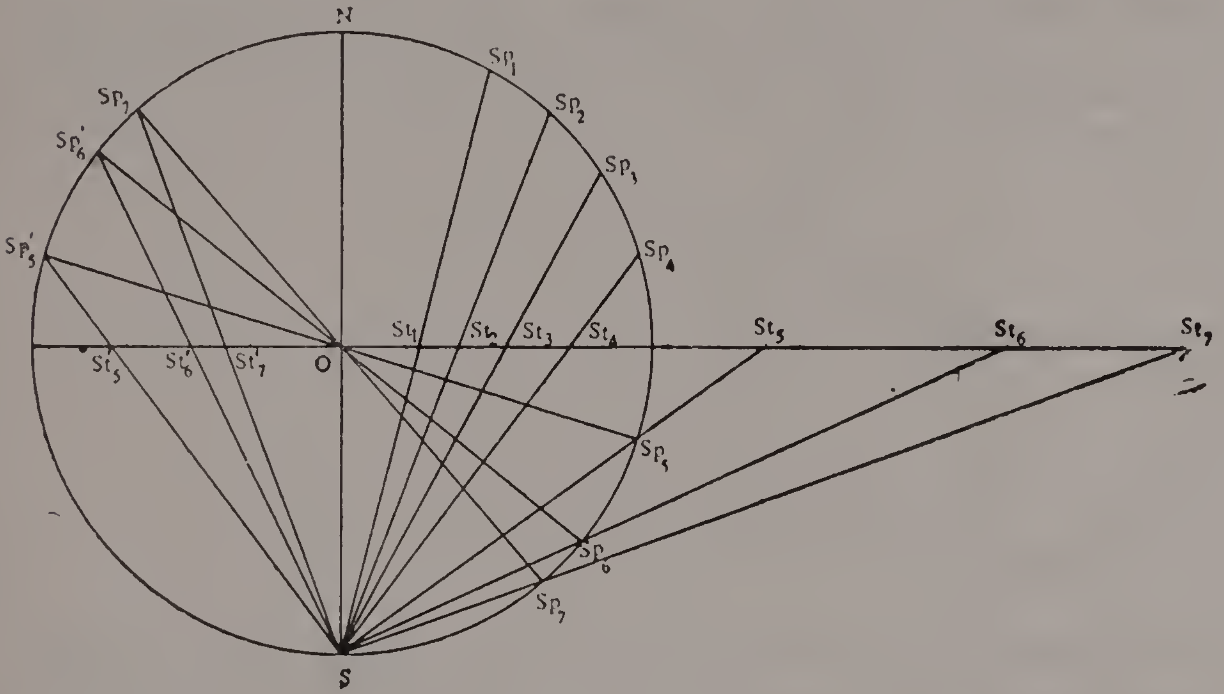
ಉದಗ್ರ ಮಹಾವೃತ್ತ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳ ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದು

ಈ ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಕ್ಷಿತಿಜ ಮಹಾವೃತ್ತವು ಬಹು ಮುಖ್ಯವಾದುದು. ಉದಗ್ರ ಮಹಾವೃತ್ತಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳು ಧ್ರುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಈ ವೃತ್ತಗಳಿಗೂ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯವಿದೆ.

ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪ

ಈ ವಿಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಈ. ಎಫ್. ನೌಮನ್ ಮತ್ತು ಡಬ್ಲ್ಯೂ. ಎಚ್. ಮಿಲ್ಲರ್ ರವರುಗಳು ಬಳಕೆಗೆ ತಂದರು.

ಈ ವಿಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಗೋಳವನ್ನು ಎಳೆದು ಗೋಳ ಧ್ರುವಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಗುವುದು. ಗೋಳ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವದಿಂದ ವೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುವುದು. ವೀಕ್ಷಣ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಭಾಜಕ ರೇಖೆಯನ್ನು ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಘನ ಬಿಂದುಗಳು (Stereographic Poles : $St_1 - St_7$) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಘನ ಬಿಂದುಗಳು ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಗೋಳ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸಮ. ಆದುದರಿಂದ ಇವೂ ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಅಲ್ಲದೆ ಎಲ್ಲ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನೂ ತ್ರಿಜ್ಯಕೋನಮಾನಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಲಾಗುವುದು. NSP ಯು ಒಂದು ಗೋಳ



ಕೋನ. ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ತಳವು ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪದ ತಳದ ಹಾಗೆ ವಕ್ರವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ ; ಅದು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ. ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ದೂರ ಗೋಳ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಪರಿಧಿಯ ಕಡೆಗೆ ಹೋದ ಹಾಗೆಲ್ಲಾ ಹೆಚ್ಚುವುದು. ಉತ್ತರಾರ್ಧ ಗೋಳದ ಗೋಳ ಬಿಂದುಗಳ ಅನುರೂಪ ಘನ ಬಿಂದುಗಳು ಗೋಳದ ಸಮಭಾಜಕ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವುವು ; ದಕ್ಷಿಣಾರ್ಧ ಗೋಳದ ಘನ ಬಿಂದುಗಳು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ ಸಮಭಾಜಕ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಬಹುದೂರದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ ದಕ್ಷಿಣಾರ್ಧಗೋಳದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಈ ವಿಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಇವು ಉತ್ತರಾರ್ಧ ಗೋಳದ ಬಿಂದುಗಳ ಪ್ರತಿಬಿಂದು (Antipodes) ಗಳಾದುದರಿಂದ, ಅವುಗಳ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯವಿಲ್ಲದಿರುವಿಕೆ ಅಷ್ಟೇನೂ ಪ್ರತಿಕೂಲವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

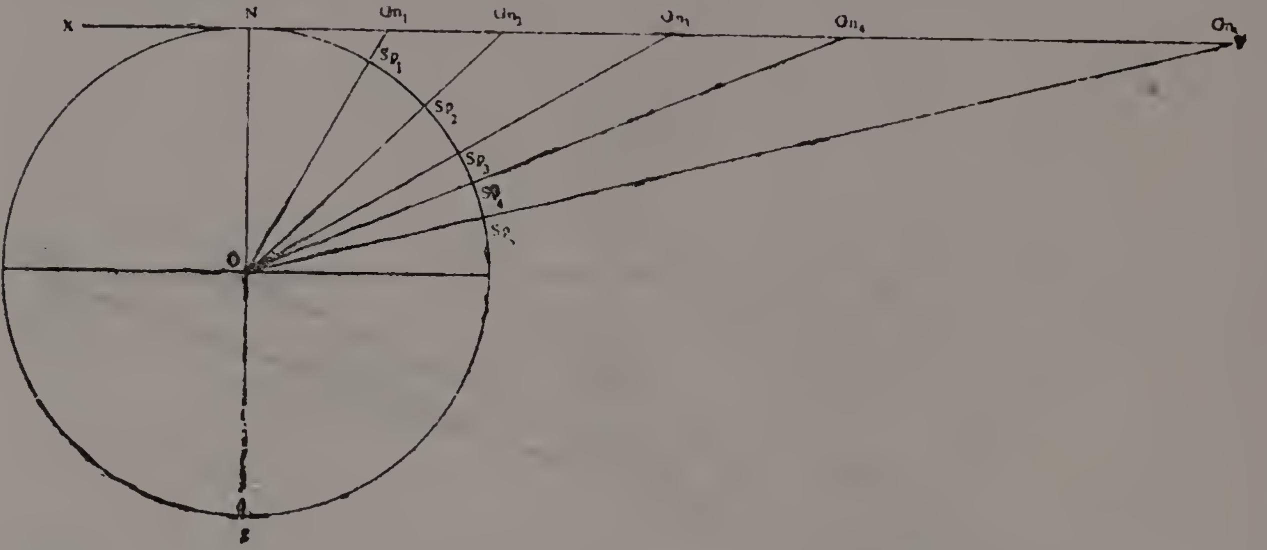
ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಘನವಿಕ್ಷೇಪದ ಉಪಯೋಗಗಳು

ಈ ವಿಕ್ಷೇಪದ ತಳವು ಸಮತಲವಾದುದರಿಂದ ಗೋಳ ತ್ರಿಕೋನ ಮಿತಿಯನ್ನು ಅನ್ವಯ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದುದರಿಂದ ಇದು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತಾಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಆದರ್ಶ

ಪ್ರಾಯವಾಗಿದೆ. ಅಲ್ಲದೆ ಇದು ಶಿಲಾಶಿಲ್ಪ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಸ್ಫಟಿಕ ಪ್ರಕಾಶ ಶಾಸ್ತ್ರಗಳ ಅಭ್ಯಾಸಗಳಲ್ಲೂ ಸಹಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಶಿಲಾಶಿಲ್ಪ ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಪರಿಮಾಣಗಳ ರಚನೆಗಳ ಪರಿಶೋಧನೆಯಿಂದ ದೊರೆತ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಭೂಪಟಗಳಲ್ಲಿ ನಮೂದಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವುದು.

ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪ

ನೌಮನ್‌ರವರು ಕೆಲವು ಮಾದರಿ ವಿಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದಿರುವರು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪ ಪ್ರಮುಖವಾದುದು. ಇದನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಬಳಕೆಗೆ ತಂದವರು ಗೋಲ್ಡ್‌ಷ್ಮಿಟ್‌ರವರು. ಇದಕ್ಕೂ ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪವೇ ಆಧಾರ. ನೊಮೊ



ನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪವನ್ನು ರಚಿಸುವಾಗ ಗೋಳ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವದಿಂದ ನೋಡದೆ, ವಿಕ್ಷೇಪದ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ವೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುವುದು. ವೀಕ್ಷಣ ರೇಖೆಗಳು ಉತ್ತರ ಧ್ರುವದ ಸ್ಪರ್ಶರೇಖೆಯನ್ನು (Tangent) ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವು ಈ ವಿಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ.

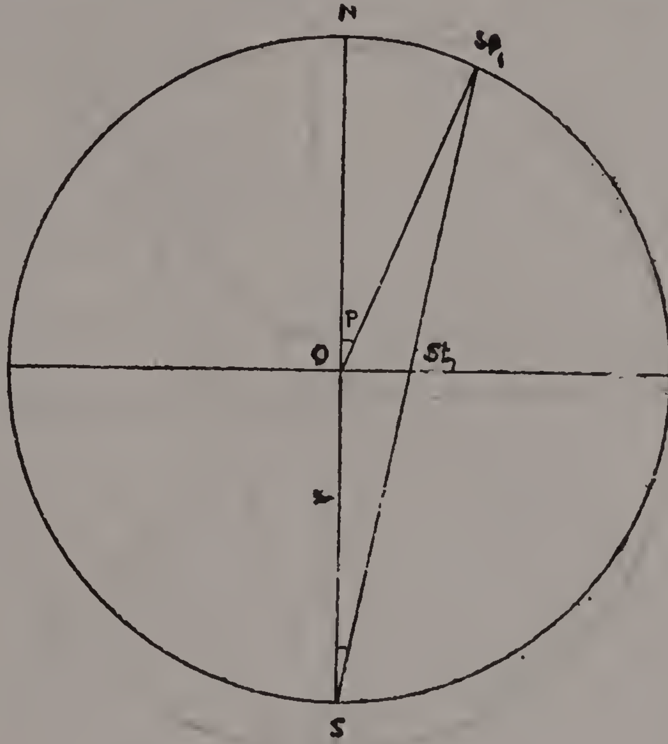
ಘನ ಮತ್ತು ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪಗಳ ಹೋಲಿಕೆ

ಈ ಎರಡು ವಿಕ್ಷೇಪಗಳಲ್ಲೂ ಘನ ಅಥವಾ ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳನ್ನು ಕೈಬಿಡಲಾಗಿದೆ. ಎರಡು ವಿಕ್ಷೇಪಗಳ ತಳಗಳೂ ಸಮತಲವಾಗಿವೆ ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿದೆ. ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳ ದೂರವು ಉತ್ತರ ಧ್ರುವದಿಂದ, ಪರಿಧಿಯ ಮುಖಾಂತರ, ಸ್ಪರ್ಶರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಹೋಗುವುದು. ದಕ್ಷಿಣಾರ್ಧ ಗೋಳದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಕ್ಷೇಪಗಳಲ್ಲೂ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ವರ್ಜಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಅತಿ ದೂರದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು, ಆದರೆ ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದೇ ಇಲ್ಲ. ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿಲ್ಲದಿರುವುದು ಗಣನೀಯ ಪ್ರತಿಕೂಲವೇನಲ್ಲ.

ನೊನೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಉಪಯೋಗಗಳು

ಈ ವಿಕ್ಷೇಪವಲ್ಲಿ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ವಲಯ ಸಂಬಂಧಗಳು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ. ವಿಕ್ಷೇಪ ತಳವು ಸಮತಲವಾಪುದಾದರೂ ಗೋಳಕ್ಕೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನ್ವಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದುದ ರಿಂದ ಈ ವಿಕ್ಷೇಪ ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಅದರ ಕಾಲ್ಪನಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಕ್ಕೆ ಉಪಯುಕ್ತವಾಪುದಲ್ಲ. ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ, ಈ ವಿಕ್ಷೇಪವು ಅಂತರಮುಖ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಬಿಂಬ ಕೋನಮಾಪಕದಿಂದ ಅಳೆ ಯಲು ಬಹು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ.

ಗೋಳ ಮತ್ತು ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪಗಳ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಬಂಧ



ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ

NSP_1 = ಗೋಳ ಕೋನ

N, S ಮತ್ತು SP_1 = ಗೋಳ ಬಿಂದುಗಳು

O ಮತ್ತು St_1 = ಘನ ಬಿಂದುಗಳು

O ಮತ್ತು St_1 ಗಳು N ಮತ್ತು SP_1 ಗಳಿಗೆ ಸಮ

$\therefore O = N ; \quad St_1 = SP_1$

OSt_1 ಘನ ರೇಖನ ಕೋನ NSP_1 ಗೋಳ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾಗಿದೆ.

$NOSP_1$ $(NSP_1) = P$ ಆಗಿರಲಿ

$OS\ St_1$ ಸಮಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ

$\widehat{OS}\,St_1 = \frac{1}{2}\,P^\circ = \frac{1}{2}\,N\widehat{OS}P_1$

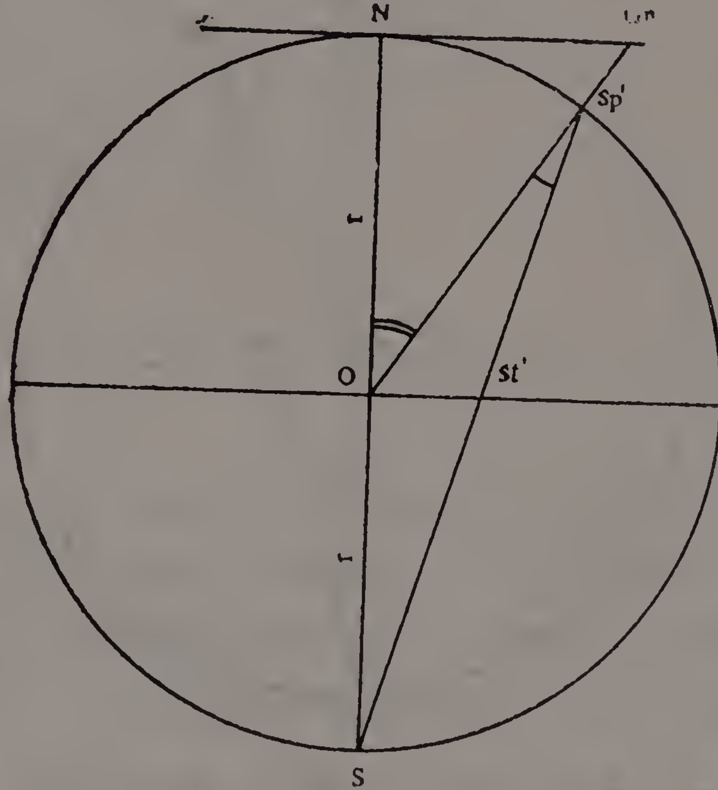
$\tan \widehat{OS}\,St_1 = \frac{OSt_1}{OS}$ (OS ತ್ರಿಜ್ಯ, r)

$\tan \frac{1}{2}\,P = \frac{OSt_1}{r}$

$OSt_1 = r \tan \frac{1}{2}\,P$

ಅಂದರೆ ಘನ ರೇಖನ ಕೋನವು ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುರೂಪ ಗೋಳ ಕೋನದ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪ ಮತ್ತು ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪಗಳ ನಡುವಣ ಸಂಬಂಧ



N ಮತ್ತು Sp_1 ಗಳು ಗೋಳ ಬಿಂದುಗಳು

O ಮತ್ತು St_1 ಗಳ ಘನ ರೇಖನ ಬಿಂದುಗಳು

Gn_1 ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದು

$N\widehat{O}Sp_1$ ಗೋಳ ಕೋನ (P)

$NOGn_1$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ

$\tan NOGn_1 = \frac{NGn_1}{NO}$

$\tan NOGn_1 = \tan P = \angle NOSp_1$

$$\tan P = \frac{NGn_1}{r}$$

$$NGn_1 = r \tan P$$

$OSSp_1$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ

$$OSSp_1\ (OSSt_1) = OSp_1S$$

$$NOGn_1 = OSSp_1 + OSp_1S$$

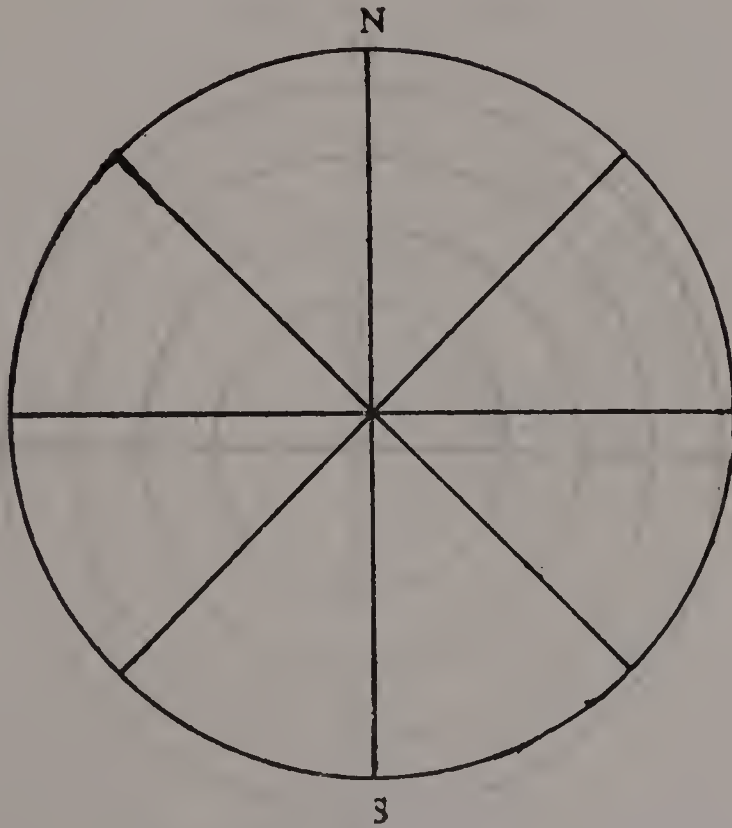
$$= 2\ OSSt_1$$

ನೊಮೊನಿಕ್ ಕೋನವು ಘನ ರೇಖನ ಕೋನದ ಎರಡರಷ್ಟಿರುವುದು.

ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಭಾಗಗಳು

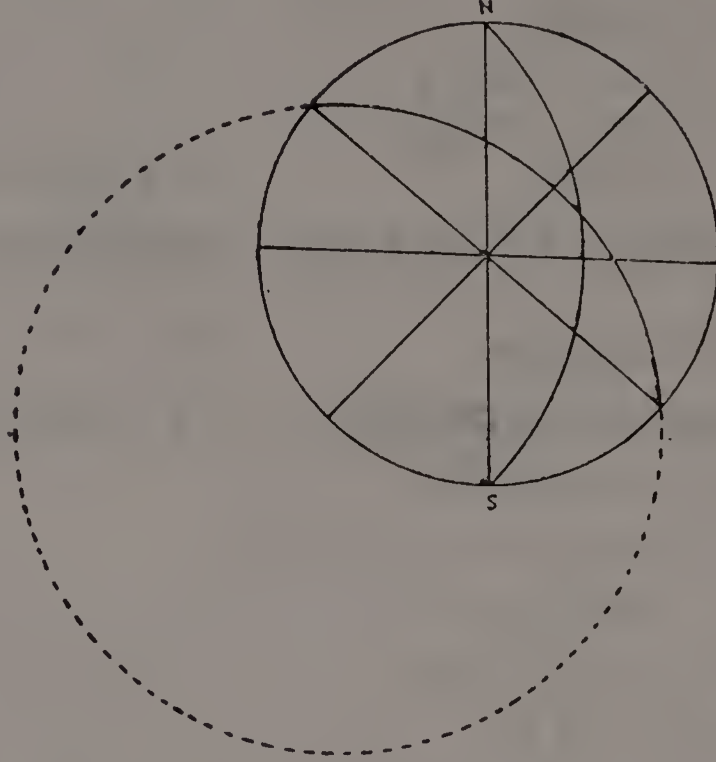
1 ಮೂಲ ಅಥವಾ ಪ್ರಧಾನವೃತ್ತ
2 ಉದಗ್ರ ಮಹಾವೃತ್ತಗಳು
3 ಓರೆ ಮಹಾವೃತ್ತಗಳು
4 ಕ್ಷಿತಿಜ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು
5 ಉದಗ್ರ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು
6 ಓರೆ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು

ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಕ್ಷಿತಿಜ ಮಹಾವೃತ್ತವು ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ವೃತ್ತ

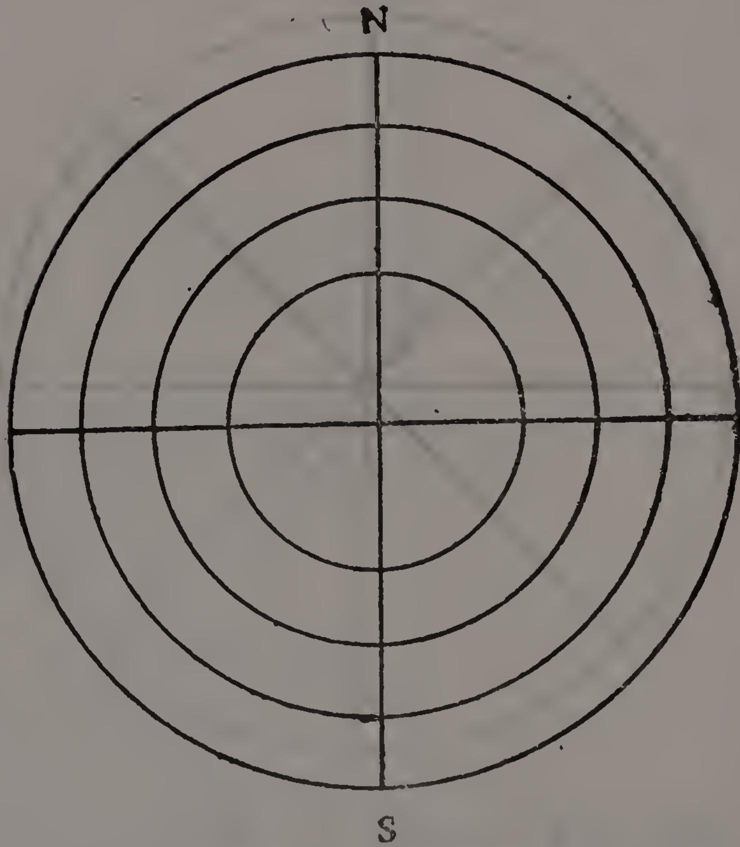


ವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದು ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳ ಅತ್ಯಂತ ಪ್ರಮುಖ ವಲಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಮೂಲವೃತ್ತ (Primitive circle) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಗೋಳ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಉದಗ್ರ ಮಹಾವೃತ್ತಗಳು ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಮೂಲವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸಗಳಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿತವಾಗುತ್ತವೆ; ಓರೆ ಮಹಾವೃತ್ತಗಳು ಮೂಲ ವೃತ್ತದ ಹೊರ

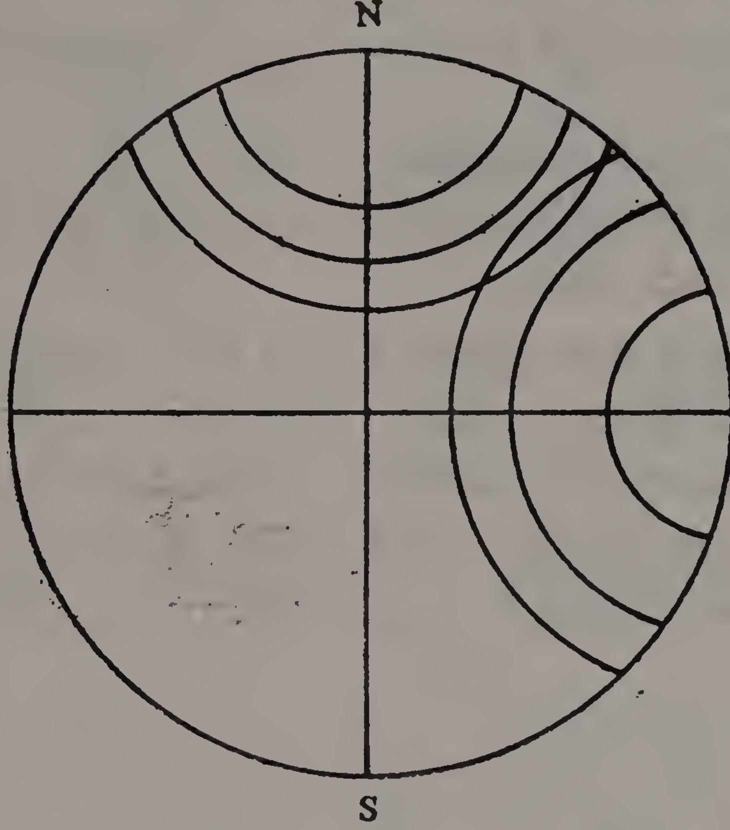


ಓರೆ ಮಹಾವೃತ್ತಗಳು

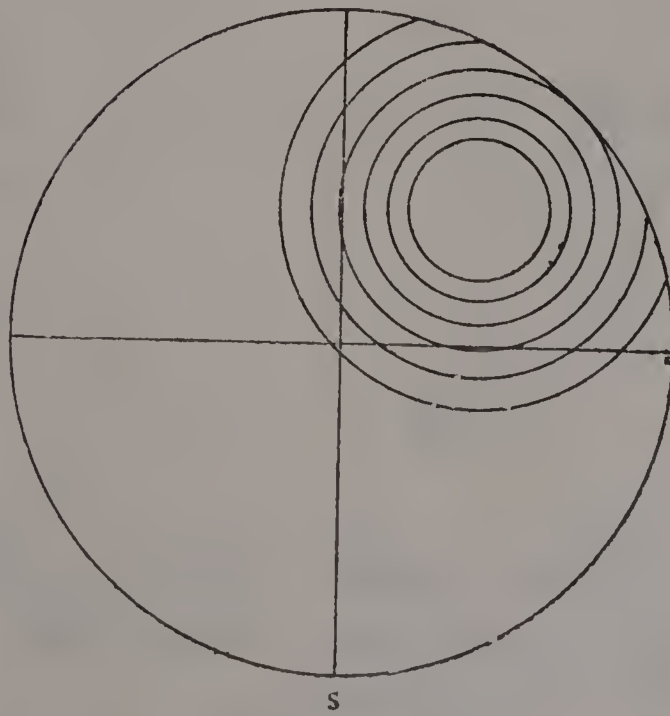


ಕ್ಷಿತಿಜ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು

ಗಿನ ಬಿಂದುವು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತ ಚಾಪಗಳಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿತವಾಗುತ್ತವೆ. ಇವು ವ್ಯಾಸಗಳ ಎರಡು ತುದಿಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.



ಉದಗ್ರ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು



ಓರೆ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು

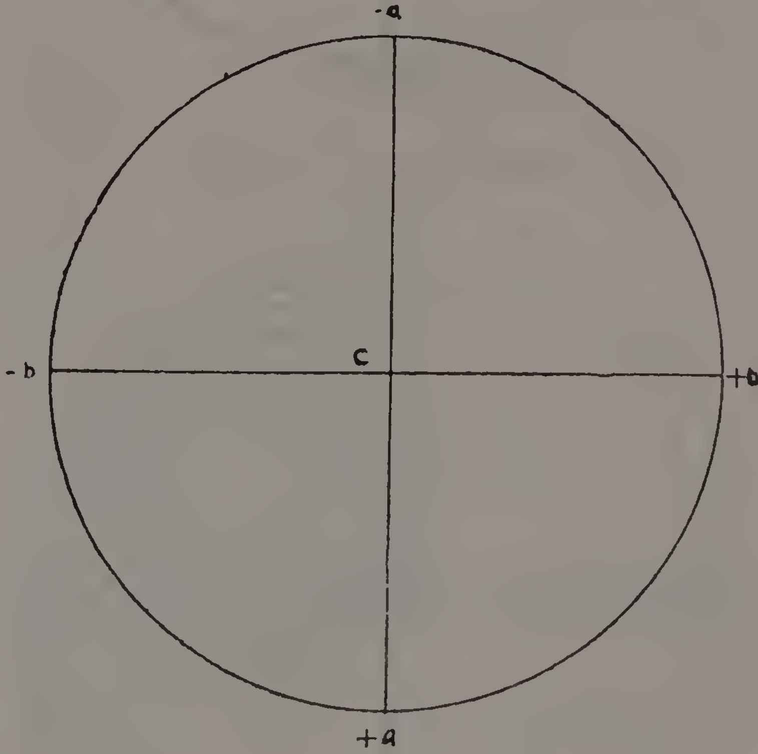
ಕ್ಷಿತಿಜ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವನ್ನೇ ತಮ್ಮ ಕೇಂದ್ರವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿ, ಮೂಲವೃತ್ತದ ಒಳಗೆ ಪೂರ್ಣ ವೃತ್ತಗಳಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

ಉದಗ್ರ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ಹೊಂದಿ ವೃತ್ತಚಾಪಗಳಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿತವಾಗುತ್ತವೆ. ಓರೆ ಲಘು ವೃತ್ತಗಳು ವೃತ್ತಚಾಪಗಳಾಗಿ ಅಥವಾ ಮೂಲ ವೃತ್ತದ ಒಳಗೆ ಪೂರ್ಣ ವೃತ್ತಗಳಾಗಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುವು. ಮೂಲವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವು ಈ ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಘನರೇಖನ ನಕ್ಷೆ (Stereogram)

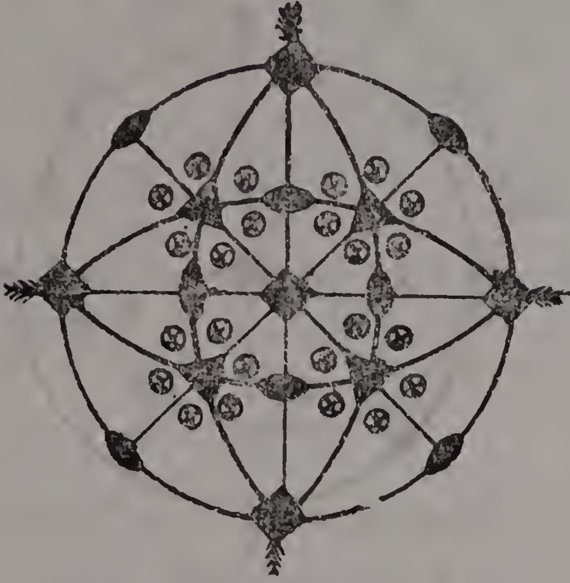
ಸ್ಫಟಿಕ ವರ್ಗಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಘನರೇಖನ ನಕ್ಷೆ ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಮೂಲವೃತ್ತವು ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಭಾಗ. ಇದು ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖಗಳ ಪ್ರಧಾನ ವಲಯವಾಗುವುದು. ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಸಮತಲ ವ್ಯಾಸಗಳು ಪ್ರಮುಖತೆಯಲ್ಲಿ ದ್ವಿತೀಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಪಡೆದಿವೆ. ಇವು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಹಿಂದು ಮುಂದಿನ ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಇವೆರಡರ ಛೇದನ ಬಿಂದುವು ಲಂಬಾಕ್ಷವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ವ್ಯಾಸಗಳೆರಡು ಸಹ ಪ್ರಮುಖ ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖ



ವಲಯಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳು ಅನುರೂಪ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷದ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಡುವುವು. ವ್ಯಾಸಗಳು ಗೋಳವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ —a, + a, + b, — b ಬಿಂದುಗಳು ಈ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಮುಖ ಭಾಗಗಳು.

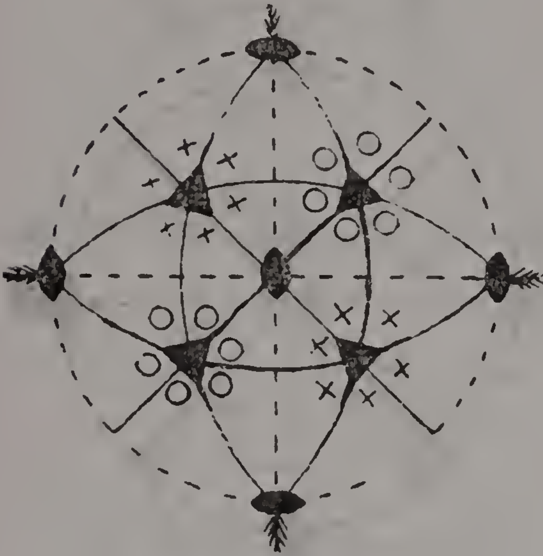
32 ಸ್ಫಟಿಕವರ್ಗಗಳ ಘನ ರೇಖನ ನಕ್ಷೆಗಳು



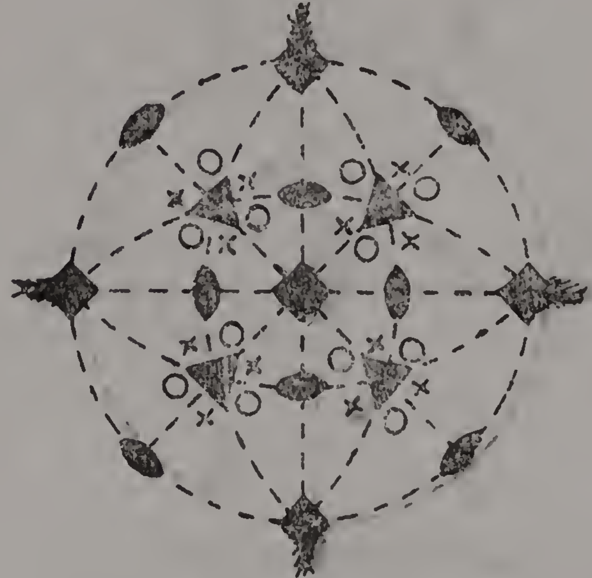
ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ



ಪಂಚಭುಜೀಯ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗ



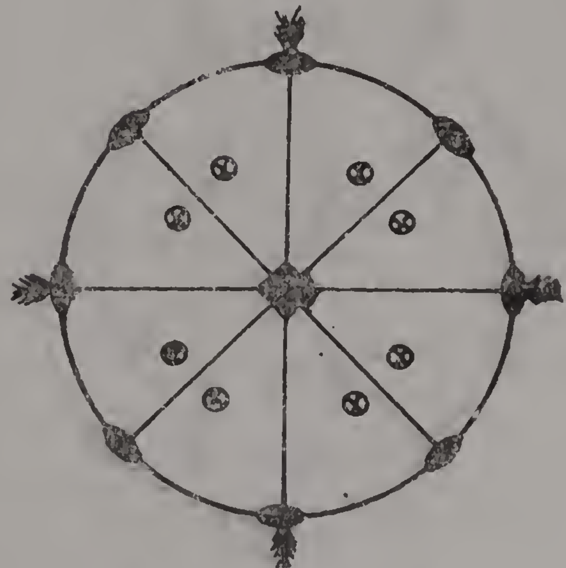
ಚತುರ್ಮುಖಿ ವರ್ಗ



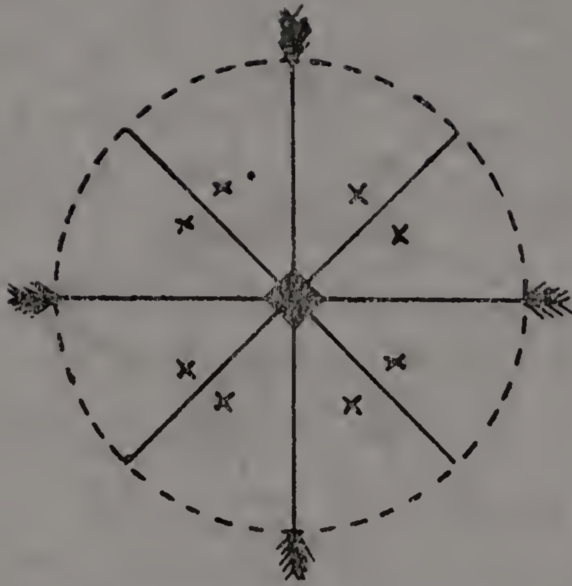
ಗೈರಾಯ್ಡಲ್ ವರ್ಗ



ಐ. ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ



ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ



ಟಿ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ



ಟಿ. ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗ



ಟಿ. ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ



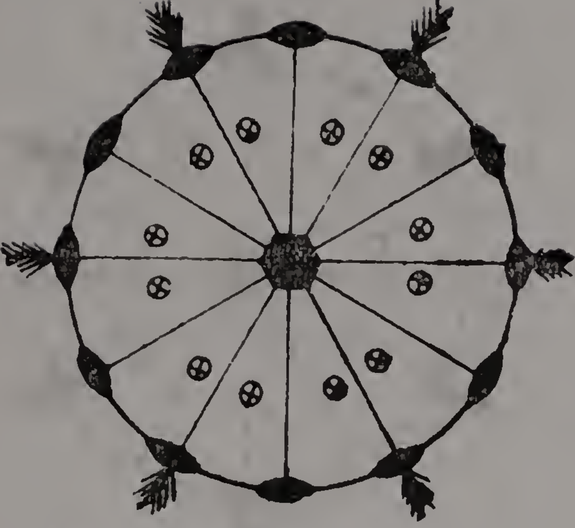
ಟಿ. ಸ್ಫೀನಾಯ್ಡಲ್ ವರ್ಗ



ಟಿ. ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರಲ್ ವರ್ಗ



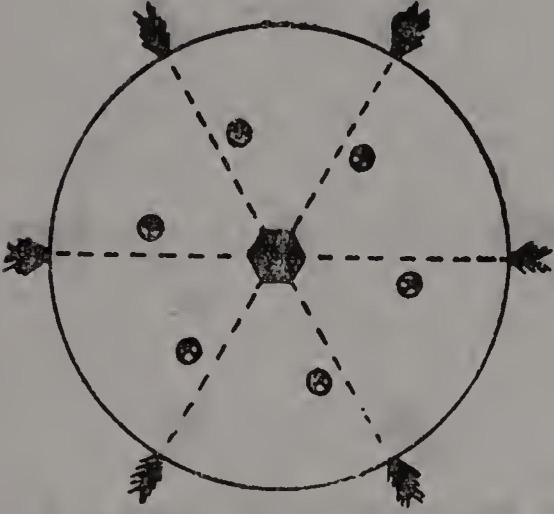
ಟಿ. ಸ್ಫೀನಾಯ್ಡಲ್ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ



ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ



ಹೆ. ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ



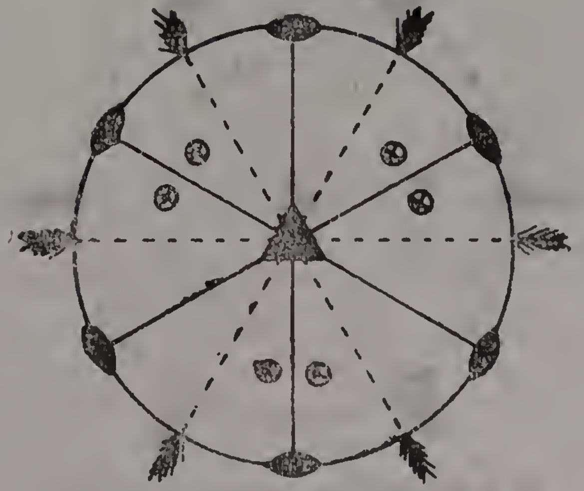
ಹೆ. ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗ



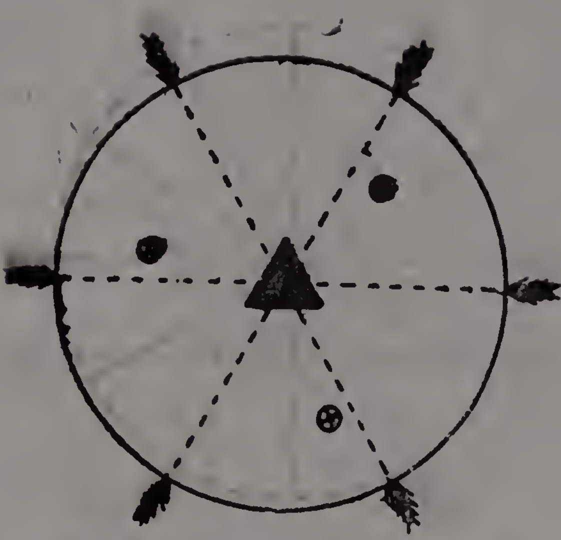
ಹೆ. ಗೋಪುರ ಅರೆಮುಖಿ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ



ಹೆ. ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರಲ್ ವರ್ಗ



ತ್ರಿಮುಖಿ ವರ್ಗ


ತ್ರಿಮುಖ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ

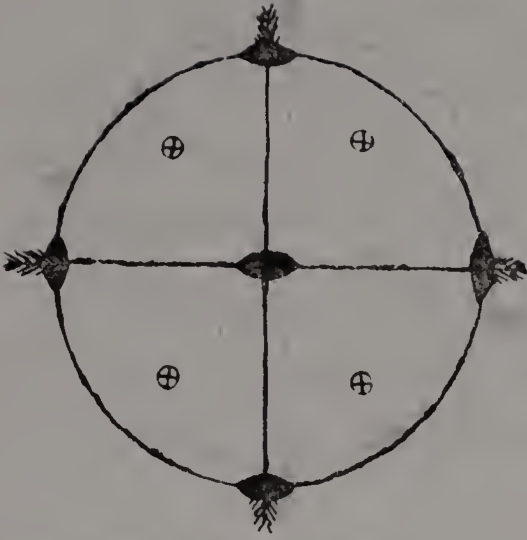

ವಜ್ರಮುಖಿ ವರ್ಗ


ವಜ್ರಮುಖಿಯ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ


ವಜ್ರಮುಖಿಯ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ


ಟ್ರಪಿಜೊಹೆಡ್ರಲ್ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ

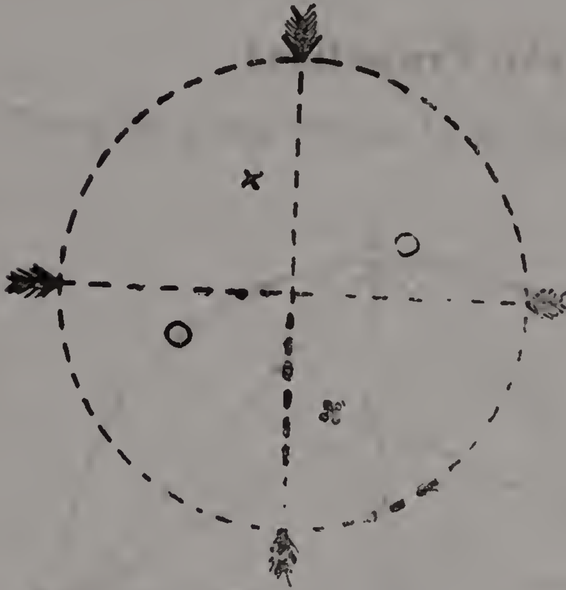

ತ್ರಿಮುಖ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿಯ ಅರ್ಧರೂಪ ವರ್ಗ



ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ



ಆ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ



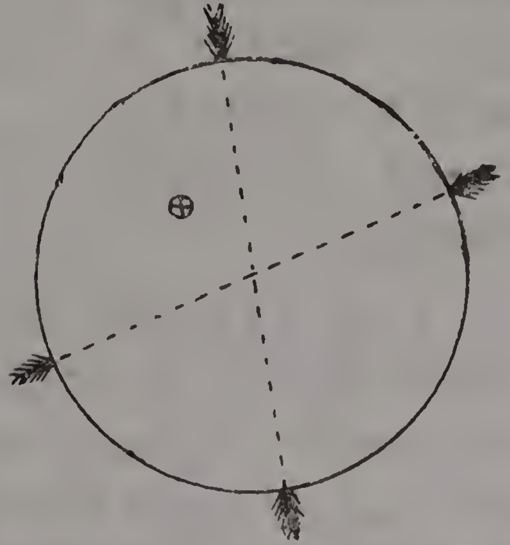
ಆ. ಸ್ಫಿನಾಯ್ಡಲ್ ವರ್ಗ



ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ



ಮಾ, ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ



ಕ್ಲೈನೊಹೆಡ್ರಲ್ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ



ಟ್ರೈಕ್ಲಿನಿಕ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ



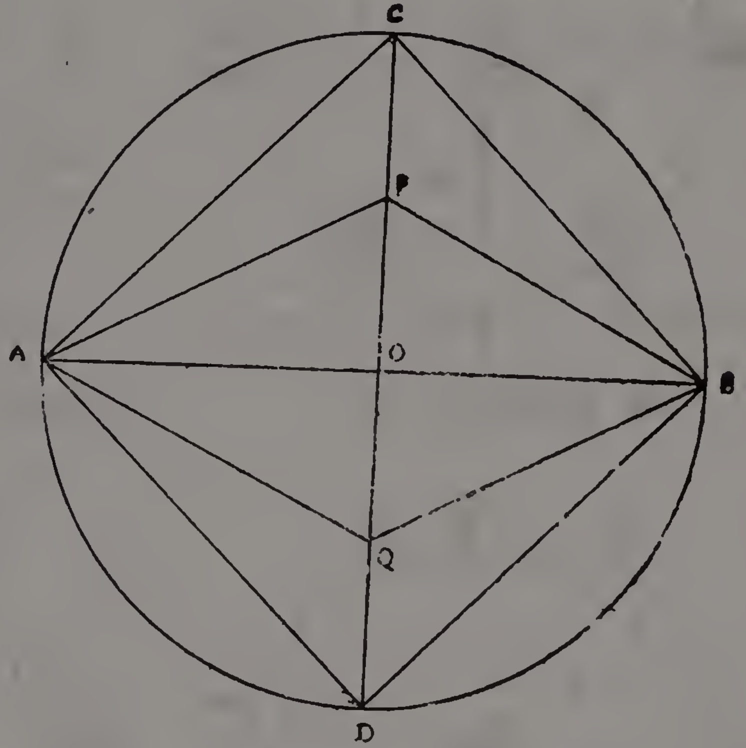
ಸಮಸೂತ್ರರಹಿತ ವರ್ಗ

ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಸೂತ್ರ

(Cardinal Principle of Stereographic Projection)

ವೃತ್ತವಲಯ ಬಿಂದು ಅಥವಾ ವಲಯ (Pole of a zone circle or zone):

ದತ್ತ ವೃತ್ತವಲಯದ ಎಲ್ಲ ಬಿಂದುಗಳಿಗೂ 90° ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುವಿಗೆ ವೃತ್ತವಲಯ ಬಿಂದು ಎಂದು ಹೆಸರು.



CD ಯು ಒಂದು ವೃತ್ತವಲಯ. A ಮತ್ತು B ಗಳು ಈ ವಲಯದ ಎಲ್ಲ ಬಿಂದುಗಳಿಗೂ 90° ದೂರದಲ್ಲಿರುವುವು. ಆದುದರಿಂದ A ಅಥವಾ B ಯು CD ವೃತ್ತವಲಯಕ್ಕೆ ಧ್ರುವ ಬಿಂದುಗಳಾಗುವುವು.

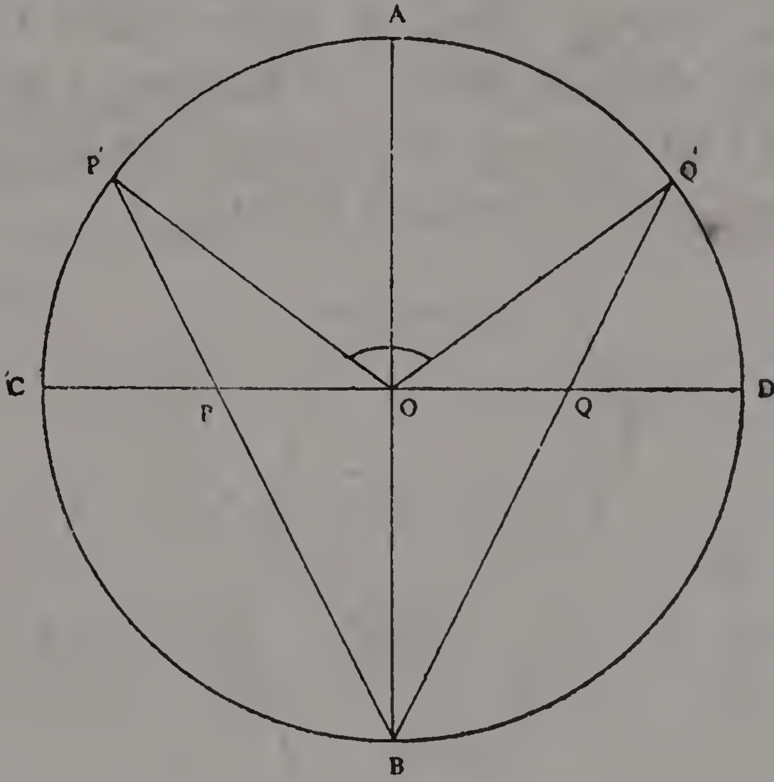
ಒಂದು ವೃತ್ತವಲಯದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು, ಆ ವಲಯದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಛೇದಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೆ, ಆ ಛೇದಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಣ ಚಾಪವು, ಆ ಎರಡು ಮುಖಗಳ ಮಧ್ಯದ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದು. ಇದನ್ನು ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನಸೂತ್ರ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

P ಮತ್ತು Q ಗಳು CD ವೃತ್ತವಲಯದ ಎರಡು ನಿರ್ದೇಶಿತ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿರಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು CD ವಲಯುದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವವಾದ B ಬಿಂದುವಿನೊಡನೆ ಸೇರಿಸಿ. ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಗಳನ್ನು P ಮತ್ತು Q ಗಳ ಕಡೆಗೆ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಧಿಯನ್ನು P^1 ಮತ್ತು Q^1 ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

P^1Q^1 ಮಧ್ಯದ ಚಾಪ $= P \wedge Q$

P^1O ಮತ್ತು Q^1Oಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

$\angle P^1OQ^1$ ಕೋನವು P^1Q^1 ಚಾಪದ ಕೋನ.



ಈ ಸೂತ್ರ ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ ವೃತ್ತವಲಯದ ನಿರ್ದೇಶಿತ ಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ ಗುರುತಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವುದು.

AXB ವೃತ್ತವಲಯದ ಧ್ರುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು

AXB ಯು ಒಂದು ವಲಯ ವೃತ್ತ. X ಬಿಂದುವು AB ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ CD ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿದೆ. ವೃತ್ತವಲಯದ ಧ್ರುವಬಿಂದುವು ಅದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ AB ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ CD ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುವುದು.

ರಚನೆ

O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದರಲ್ಲಿ AXB ದತ್ತ ವೃತ್ತವಲಯ. AB ಯನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು O ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ

ಹಾಯುವುದರಿಂದ AOB ಯು ವ್ಯಾಸವಾಗುವುದು. ಇದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ COD ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ AXB ವೃತ್ತವಲಯವು COD ಯನ್ನು X ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ವೃತ್ತವಲಯದ ಮೇಲಿರುವ A, X ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ A ಮತ್ತು B ಗಳು ಧ್ರುವಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. COD ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುವ X ಬಿಂದುವು ಮಾತ್ರ ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತದೆ. ಈಗ COD ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆ X ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 90° ದೂರದಲ್ಲಿರುವY ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸ ಬೇಕಾಗಿದೆ. X ಬಿಂದುವನ್ನು COD ವ್ಯಾಸದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವವಾದ B ಯೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ, BXನ್ನು X ಕಡೆಗೆ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು X^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. X^1O ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಈ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ $\angle X^1OY^1=90°$ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ. Y^1 ಬಿಂದುವನ್ನು B ಯೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ. Y^1B ರೇಖೆಯು COD ವ್ಯಾಸವನ್ನು Y ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. Y ಬಿಂದುವು AXB ವೃತ್ತವಲಯದ ಗುರುತಿಸಬೇಕಾದ ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದು.

X ಮತ್ತು Y ಬಿಂದುಗಳು CD ವಲಯದಲ್ಲಿವೆ. ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ X ಮತ್ತು Y ಗಳ ಮಧ್ಯದ ಕೋನವು Y^1X^1 ನಡುವಣ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮ. ರಚನೆಯ ಪ್ರಕಾರ X^1Y^1 ಗಳ ನಡುವಣ ಕೋನವು 90° ಇದೆ. ∴ X ಮತ್ತು Y ಗಳ ನಡುವಣ ಕೋನವೂ 90° ಇದೆ.

X^1, Y^1 ಗಳು X, Y ಗಳ ಸಮ ತ್ರಿಜ್ಯಕೋನ.

∴ Y ಯು AXB ವೃತ್ತವಲಯದ ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದು.

ARB ವೃತ್ತವಲಯದ R ಬಿಂದುವು AB ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ MM¹ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆ ಇಲ್ಲದಿದ್ದಾಗ, ಧ್ರುವಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು

ARB ಯು ಒಂದು ವಲಯ ವೃತ್ತ. ಇದರ ಧ್ರುವಬಿಂದು ಅದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ MM¹ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆಯೇ ಇರುವುದು ಸರಿಯಷ್ಟೆ.

ರಚನೆ

O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ARB ಯು ಒಂದು ದತ್ತ ವೃತ್ತವಲಯ. A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆ O ಮೂಲಕ ಹಾಯುವುದರಿಂದ AOB ಯು ಒಂದು ವ್ಯಾಸ. AOB ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ MOM¹ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. R ಬಿಂದುವು MOM¹ ನ ಮೇಲೆ ಇಲ್ಲ. ARB ವೃತ್ತವಲಯ MOM¹ ಅನ್ನು Pನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ARBP ವೃತ್ತವಲಯದಲ್ಲಿ A, R ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳು ಧ್ರುವಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. MOM¹ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುವ P ಬಿಂದುವು ಮಾತ್ರ ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತದೆ. MOM¹ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆ P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 90° ದೂರದಲ್ಲಿರುವ Q ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. P ಬಿಂದುವನ್ನು MOM¹ ವ್ಯಾಸದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವವಾದ B ಯೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ. BPಯನ್ನು P ಕಡೆಗೆ ಅದು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು P¹ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. P¹Oನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ∟P¹OQ¹ = 90° ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ. Q¹ ಬಿಂದುವನ್ನು B ಯೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ. Q¹B ರೇಖೆಯು MOM¹ ವ್ಯಾಸವನ್ನು Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. Q ಒಂದು ARB ವೃತ್ತವಲಯದ ಗುರುತಿಸಬೇಕಾದ ನಿರ್ದೇಶಿತ ಬಿಂದು.

P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳು AB ವಲಯದಲ್ಲಿವೆ. ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ P ಮತ್ತು Qಗಳ ನಡುವಣ ಕೋನ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯಲ್ಲಿರುವ P¹Q¹ ಗಳ ಮಧ್ಯದ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮ.

P^1Q^1 ಮಧ್ಯದ ಕೋನ$=90^\circ$ (ರಚನೆ)

$\therefore$ P ಮತ್ತು Q ಗಳ ಮಧ್ಯದ ಕೋನವೂ 90° ಇರುವುದು.

P^1Q^1 ಗಳು P ಮತ್ತು Q ಗಳ ಸಮತ್ರಿಜ್ಯಕೋನಗಳು.

$\therefore$ Q ಬಿಂದುವು ARPB ವೃತ್ತಲಯದ ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದು.

ದತ್ತ ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದುಗಳ ಕೋನಮೌಲ್ಯಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಘನ ನಿಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಕೆಲವು ಜ್ಯಾಮಿತಿ ರಚನೆಗಳ ಪರಿಚಯ ಆವಶ್ಯಕ. ಇವು ಹರಳುಗಳ ಘನ ನಿಕ್ಷೇಪ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ ವಾಗುತ್ತವೆ.

ಲೆಕ್ಕ 1

ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದುವೊಂದರ (Pole) ಮೂಲಕ ಸದೃಶ ಮಹಾವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು.

ದತ್ತ

P ಯು ಒಂದು ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದು. ಅದಕ್ಕೆ ಸದೃಶ ಮಹಾವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ಅಂದರೆ P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 90° ದೂರವಿರುವ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ಒಂದು ವೃತ್ತ ವಲಯ (Zone Circle) ವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. ಇದು ಘನ ನಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ.

ರಚನೆ

O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. P ಎಂಬುದು ಈ ವೃತ್ತದೊಳಗಿನ ಒಂದು ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದು. P ಮೂಲಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ MM^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. MM^1 ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ NN^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. N^1 ಬಿಂದು MM^1 ವ್ಯಾಸದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವ. N^1,P ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು ಮೂಲವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯನ್ನು P^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. P^1Oಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಈ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ $\angle P^1OQ^1=90^\circ$ ಇರುವ ಹಾಗೆ

ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ. Q^1 ಮತ್ತು N^1 ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು MM^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. Q ಮತ್ತು N, Q ಮತ್ತು N^1 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಇವು ರಚಿಸಲಿರುವ ವಲಯುವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾಗಳು (Chords). QN ಮತ್ತು QN^1 ಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿ. ಅರ್ಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು X ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. X ಬಿಂದುವು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ, XQ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು Q, N^1 ಮತ್ತು N ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ಚಾಪವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದೇ Pಯು ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದುವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತವಲಯ.

P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳು MM^1 ವಲಯದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು. N^1 ಬಿಂದುವು MM^1 ವ್ಯಾಸದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವ. N^1P ಮತ್ತು N^1Q ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಅವುಗಳು ಮೂಲ ವೃತ್ತವನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ P^1 ಮತ್ತು Q^1 ಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿದೆ. $\angle Q^1OP^1 = 90°$ (ರಚನೆ) $\therefore$ P^1Q^1 ಗಳ ಮಧ್ಯದ ಕೋನ 90° ಇದೆ. P^1Q^1 ಗಳು PQ ಗಳ ಸಮ ತ್ರಿಜ್ಯಕೋನ (Radian Equivalents) ಗಳಾದುದರಿಂದ, P ಮತ್ತು Q ಗಳ ನಡುವಣ ಕೋನವೂ 90° ಇರುತ್ತದೆ (ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಸೂತ್ರ). ಆದುದರಿಂದ P ಬಿಂದು Q ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 90° ದೂರದಲ್ಲಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ NQN^1 ವೃತ್ತ P ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಮಹಾವೃತ್ತ.

ಲೆಕ್ಕ 2

ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು ಮತ್ತು ಅದರ ಒಳಗಿನ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಮಹಾವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು.

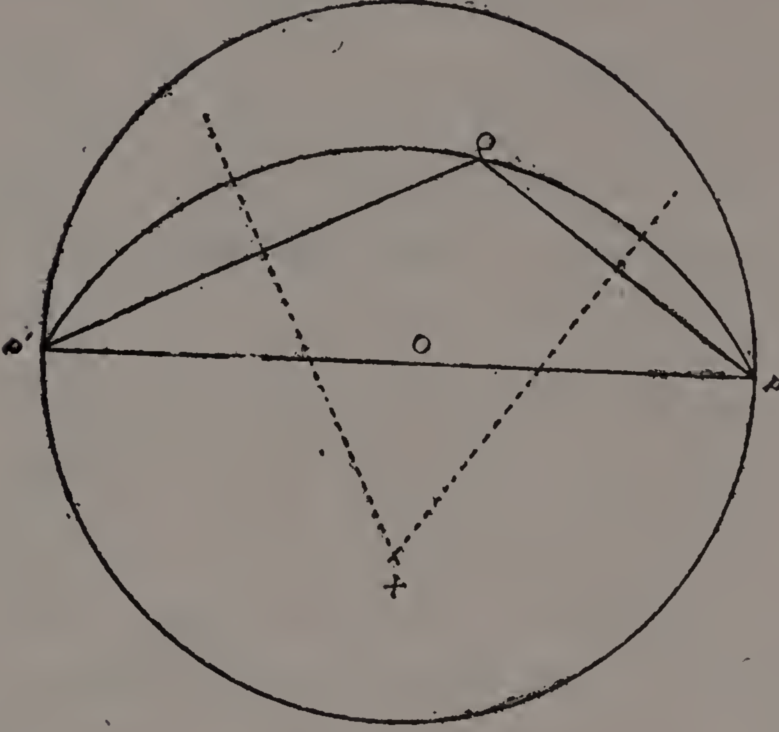
ದತ್ತ

P ಮತ್ತು Q ಗಳು ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದುಗಳು. P ಬಿಂದುವು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು. ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿ, P ಮತ್ತು Q ಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ಮಹಾವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು.

ರಚನೆ

ಮೂಲ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿರುವ P ಬಿಂದುವಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿರುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು. ಆದುದರಿಂದ P ಯ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು P^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ಈಗ P^1, Q ಮತ್ತು P ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ವೃತ್ತವನ್ನು

ಎಳೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ. P^1Q ಮತ್ತು QP ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಇವು ನಾವು ಎಳೆಯಲಿರುವ ವೃತ್ತದ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳು. P^1Q ಮತ್ತು QP ಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿ. ಅರ್ಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು X ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. X ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ, XQ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ವೃತ್ತವು P^1,Q ಮತ್ತು P ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವುದು. ಇದೇ ನಾವು ಎಳೆಯಬೇಕಾಗಿರುವ ಮಹಾವೃತ್ತ.



P^1 ಬಿಂದು P ಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿರುವ ಬಿಂದು (ರಚನೆ). ಆದುದರಿಂದ P^1 ಮತ್ತು P ಗಳು ಸಮತ್ರಿಜ್ಯ ಕೋನಗಳು. ಈಗ P^1,Q ಮತ್ತು P ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಎಳೆಯಬೇಕಾದ ಮಹಾವೃತ್ತ ಇದೇ.

ಲೆಕ್ಕ 3

ಮೂಲವೃತ್ತದ ಒಳಗಿರುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ಮಹಾ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು.

ದತ್ತ

P ಮತ್ತು Q ಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಒಳಗಿನ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು. ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿ P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ಮಹಾವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

ರಚನೆ

O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳು ಇದರ ಒಳಗಿವೆ. ಇವೆರಡರಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದರ (P ಬಿಂದುವಿನ) ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು M ಮತ್ತು M^1 ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ. MM^1ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿ NN^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. N^1P ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು Pಯ ಕಡೆಗೆ ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು P^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ

ಛೇದಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. P^1 ಮತ್ತು Q ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು O ಕಡೆಗೆ ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು P^{11} ಎಂಬಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. N^1 ಮತ್ತು P^{11} ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು P^{11} ಕಡೆಗೆ, ವಿಸ್ತರಿಸಿದ M^1M ರೇಖೆಯನ್ನು R ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. R ಎಂಬುದು ನಾವು ಎಳೆಯಲಿರುವ ವೃತ್ತವು ಹಾಯುವ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದು. QP ಮತ್ತು QR ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿ. ಅರ್ಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು X ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ. X ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ, XP ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿರುವ ಚಾಪವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ಮೂಲ ವೃತ್ತವನ್ನು A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.

A,Q, PB ಯು P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ (ನಾವು ಎಳೆಯಬೇಕಾದ) ವೃತ್ತ.

P^1 ಬಿಂದುವು P ಯ ಸಮತ್ರಿಜ್ಯಕೋನ.

P^{11} ಬಿಂದುವು P^1ಗೆ ಅಭಿಮುಖ ಪರಿಧಿಬಿಂದು.

$\therefore$ R ಬಿಂದುವು ಸಹ P^1ಗೆ ಅಭಿಮುಖ ಪರಿಧಿಬಿಂದು.

ಈಗ P, Q ಮತ್ತು R ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಮಹಾವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಹೀಗೆ R, AQPB ಯು ಮೂಲ ವೃತ್ತದ ಒಳಗಿರುವ P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ಮಹಾವೃತ್ತ.

ಲೆಕ್ಕ 4

ದತ್ತ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ದತ್ತ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಲಘು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು.

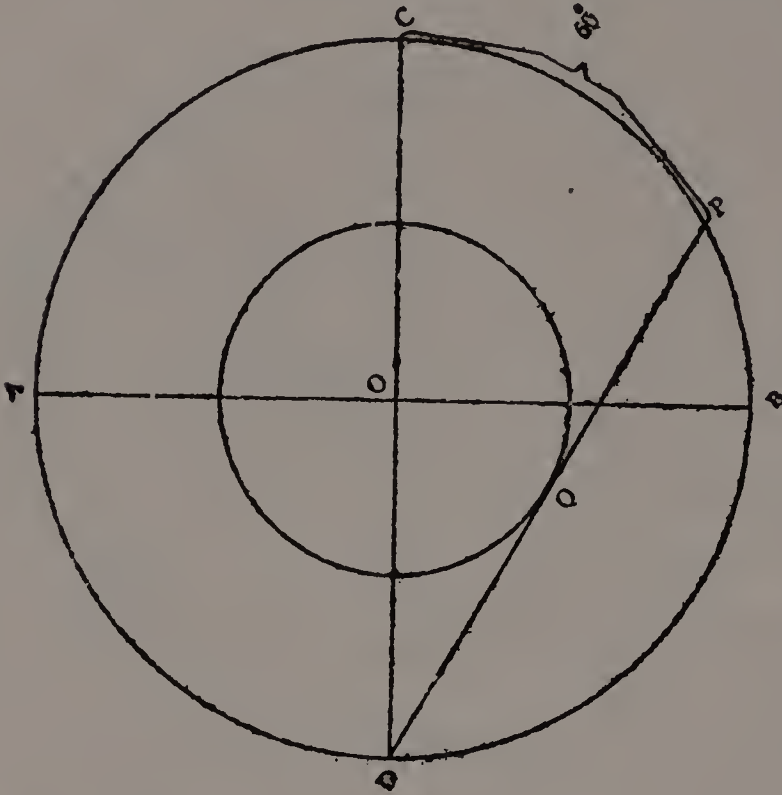
ದತ್ತ

O ಬಿಂದುವು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ. ಎಳೆಯಬೇಕಾದ ಲಘು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ 60°.

ರಚನೆ

O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ AB ಮತ್ತು CD ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಯಾವುದಾದರೊಂದು ವ್ಯಾಸದಿಂದ

ಪರಿಧಿಯಮೇಲೆ (C ಯಿಂದ) ಘನಕೋನಮಾಪಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, 60° ಇರುವ P ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. AOB ವ್ಯಾಸದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವವಾದ B ಬಿಂದುವಿನೊಡನೆ Pಯನ್ನುಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು AOBಯನ್ನು Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. O ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ, OQ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನುಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು 60° ತ್ರಿಜ್ಯದ ಲಘು ವೃತ್ತ.



C ಬಿಂದುವು O ಬಿಂದುವಿನ ಸಮತ್ರಿಜ್ಯಕೋನ. ರಚನೆಯ ಪ್ರಕಾರ P ಯು Q ಬಿಂದುವಿನ ಸಮತ್ರಿಜ್ಯಕೋನ. Pಯು C ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 60° ದೂರದಲ್ಲಿದೆ. ∴ Q ಬಿಂದುವು ಸಹ O ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 60° ದೂರದಲ್ಲಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ OQ ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತವು ನಾವು ಎಳೆಯಬೇಕಾದ ಲಘು ವೃತ್ತವಾಗುತ್ತದೆ.

ಲೆಕ್ಕ 5

ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ದತ್ತ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಲಘು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು.

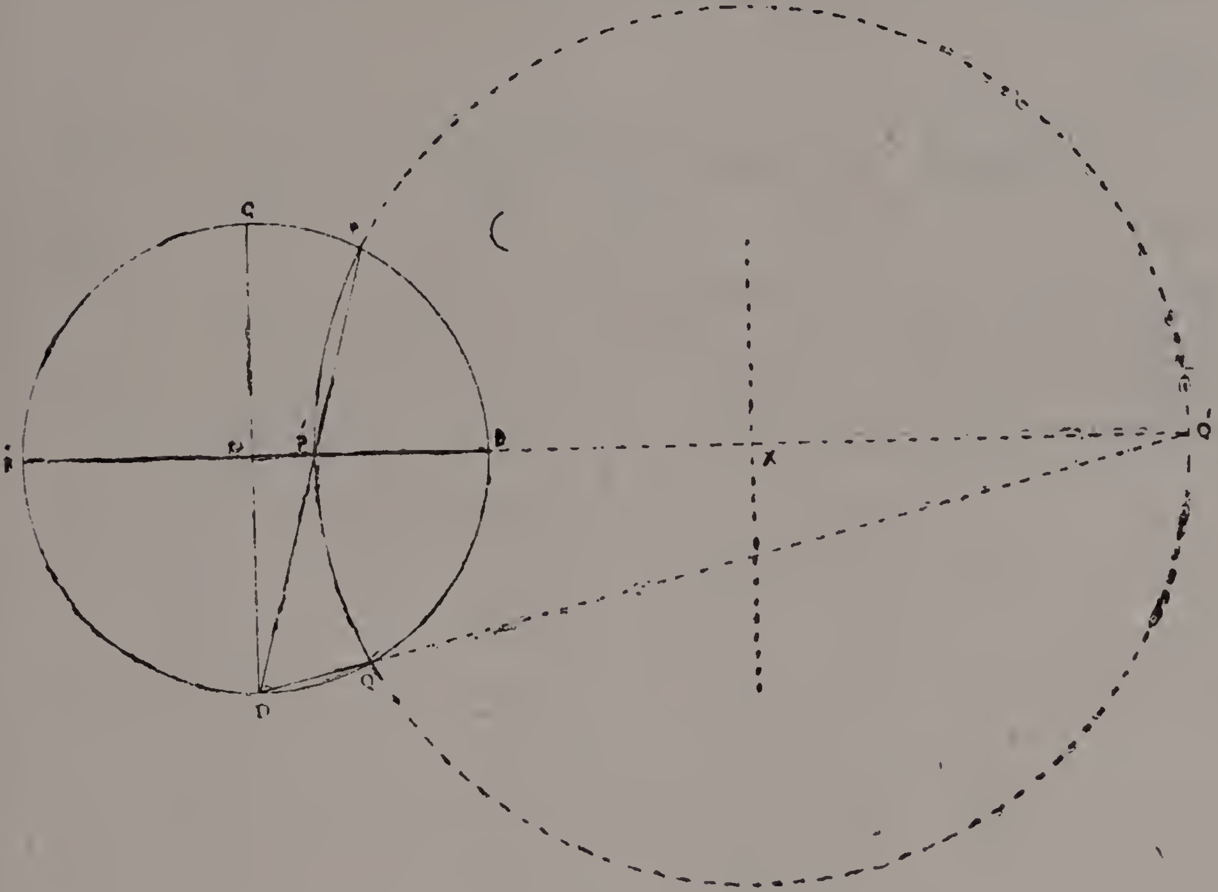
ದತ್ತ

O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ B ಎಂಬುದು ಒಂದು ಬಿಂದು. B ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 60° ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಒಂದು ಲಘು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

ರಚನೆ

ದತ್ತ ಬಿಂದುವಾದ B ಯ ಮೂಲಕ BB^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ CD ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. B ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 60° ಇರುವ ಹಾಗೆ BP ಮತ್ತು BQ ಚಾಪಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. B ಬಿಂದುವಿಗೆ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವವಾದ D ಯೊಡನೆ P ಮತ್ತು Q ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. PDಯು BOB^1

ವ್ಯಾಸವನ್ನು P^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. B^1OB ವ್ಯಾಸವನ್ನು B ಕಡೆಗೂ, DQ ರೇಖೆಯನ್ನು Q ಕಡೆಗೂ ವೃದ್ಧಿಸಿ. ಇವೆರಡೂ Q^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.



P^1Q^1 ನಾವು ಎಳೆಯಲಿರುವ ಲಘು ವೃತ್ತದ ಒಂದು ವ್ಯಾಸ. P^1Q^1 ರೇಖೆಯನ್ನು X ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸಿ. X ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಯೂ, XQ^1 ತ್ರಿಜ್ಯ ವಾಗಿಯೂ ಇರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ವೃತ್ತವು P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಇದೇ ನಾವು ಎಳೆಯಬೇಕಾದ ಲಘು ವೃತ್ತ.

BP ಮತ್ತು BQ ಗಳು 60° ಚಾಪಗಳು (ರಚನೆ)

P^1 ಬಿಂದುವು P ಬಿಂದುವಿನ ಸಮತ್ರಿಜ್ಯಕೋನ

Q^1 ಬಿಂದುವು Q ಬಿಂದುವಿನ ಸಮತ್ರಿಜ್ಯಕೋನ

$\therefore$ P^1 ಅಥವಾ Q^1 ಗಳು B ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 60° ದೂರದಲ್ಲಿರುವುವು.

$\therefore$ ಇದು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯಲ್ಲಿರುವ B ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 60° ತ್ರಿಜ್ಯ ದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವ ಲಘು ವೃತ್ತ.

ಲೆಕ್ಕ 6

ಮೂಲವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವಲ್ಲದ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಲಘು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.

ದತ್ತ

O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಒಳಗೆ A ಎಂಬುದು ಒಂದು ಬಿಂದು. A ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 60° ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ಲಘು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

ರಚನೆ

ಮೂಲವೃತ್ತಕ್ಕೆ A ಬಿಂದುವನ್ನು ಹಾಯುವ MOM^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ NON^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. A ಯನ್ನು N^1 ಬಿಂದುವಿನೊಡನೆ ಸೇರಿಸಿ, ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು A ಕಡೆಗೆ ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು A^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. A^1 ಬಿಂದುವು A ಯ ಸಮತ್ರಿಜ್ಯಕೋನ. A^1 ಬಿಂದುವಿನ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 60° ಚಾಪಗಳಿಂದ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು P ಮತ್ತು Q ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ. MOM^1 ವ್ಯಾಸದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವವಾದ N^1 ಬಿಂದುವಿನೊಡನೆ P ಮತ್ತು Q ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. PN^1 ರೇಖೆಯು MOM^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು P^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. N^1Q ರೇಖೆಯನ್ನು Q ಕಡೆಗೂ, MOM^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು M^1 ಕಡೆಗೂ ಪರಸ್ಪರ Q ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. P^1Q^1 ರೇಖೆಯು ನಾವು ರಚಿಸಲಿರುವ ಲಘು ವೃತ್ತದ ಒಂದು ವ್ಯಾಸ. ಇದನ್ನು X ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸಿ. X ಬಿಂದುವು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಯೂ, XP^1 ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿಯೂ ಇರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

A^1P ಮತ್ತು A^1Q ಗಳು $= 60°$ (ರಚನೆ)

A^1 ಬಿಂದುವು A ಯ ಸಮತ್ರಿಜ್ಯಕೋನ

P^1 ಮತ್ತು Q^1 ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P ಮತ್ತು Q ಗಳ ಸಮತ್ರಿಜ್ಯ ಕೋನಗಳು.

$\therefore$ AP^1 ಅಥವಾ $AQ^1 = 60°$

$\therefore$ ಇದು ನಾವು ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿರುವ ಲಘುವೃತ್ತ.

ಲೆಕ್ಕ: 7

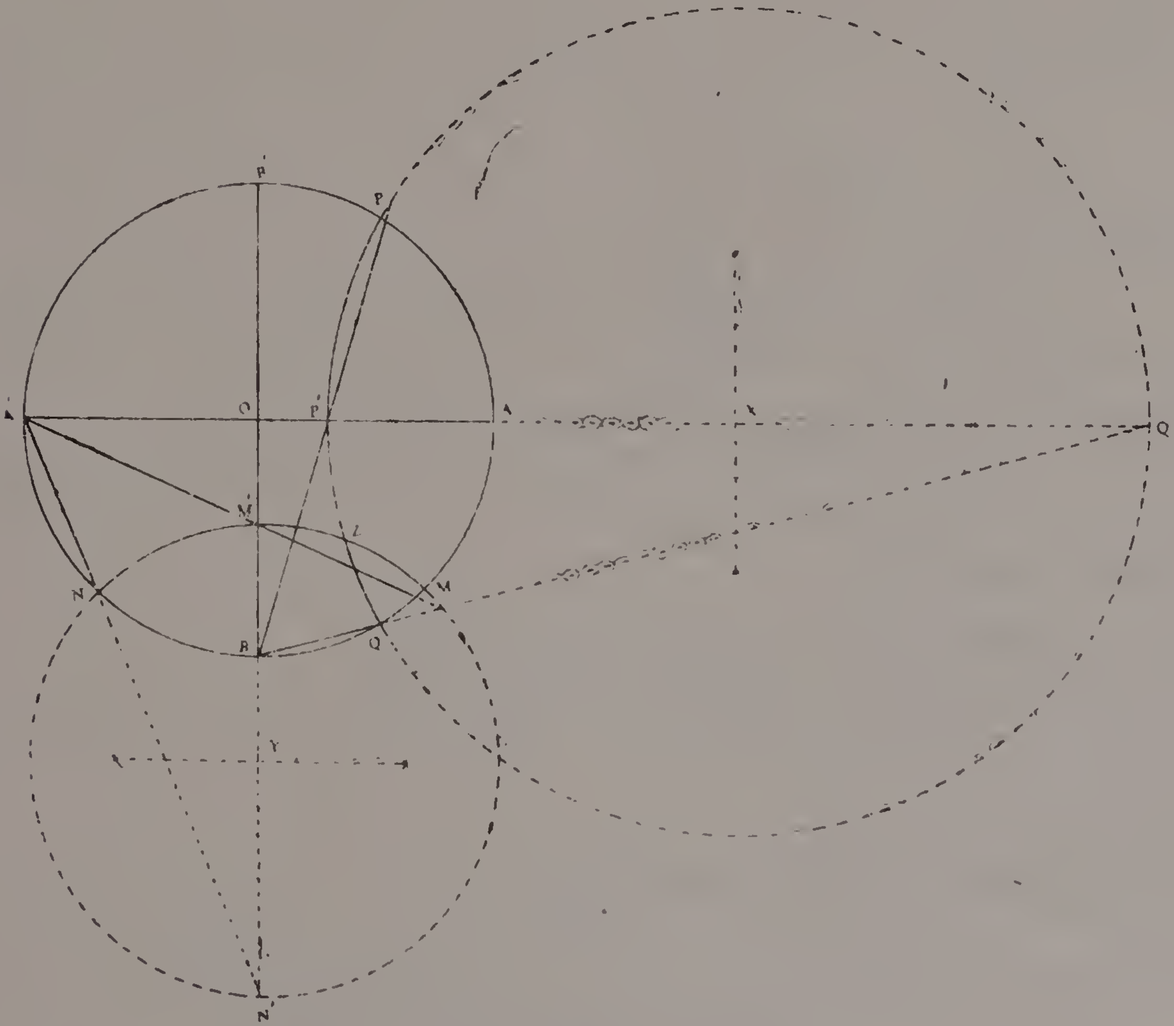
ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಗೊತ್ತಾದ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ದತ್ತ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು.

ದತ್ತ

A ಮತ್ತು B ಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಮೇಲಿರುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು. A ಯಿಂದ 70° ಮತ್ತು B ಯಿಂದ 50° ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು.

ರಚನೆ

A ಬಿಂದುವು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು 70° ತ್ರಿಜ್ಯದ ಲಘು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. B ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು 50° ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಲಘುವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು Z ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಇದೇ ನಾವು ಗುರುತಿಸಬೇಕಾದ ನಿರ್ದೇಶಿತ ಬಿಂದು.



ಮೂಲವೃತ್ತಕ್ಕೆ A ಬಿಂದುವನ್ನು ಹಾಯುವ A^1OA ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ BOB^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. A ಯಿಂದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 70° ಚಾಪದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸುವ P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳನ್ನು

ಗುರುತಿಸಿ. BP ಮತ್ತು BQ ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. BPಯು A^1OA ವ್ಯಾಸವನ್ನು P^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. BQ ರೇಖೆಯನ್ನು Q ಕಡೆಗೂ, A^1OA ಯನ್ನು A ಕಡೆಗೂ, ಇವೆರಡು ಪರಸ್ಪರ Q^1ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. P^1Q^1 ರೇಖೆಯು ನಾವು ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿರುವ 70° ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಲಘು ವೃತ್ತದ ಒಂದು ವ್ಯಾಸ. ಇದನ್ನು X ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸಿ, X ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು XP^1 ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ಲಘು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

B ಯಿಂದ ಪರಿಧಿಯಮೇಲೆ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 50° ಚಾಪದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸುವ N ಮತ್ತು M ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. A^1N ಮತ್ತು A^1Mಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. AM ರೇಖೆ BOB^1 ವ್ಯಾಸವನ್ನು M^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. A^1Nನ್ನು N ಕಡೆಗೂ, B^1OBಯನ್ನು B ಕಡೆಗೂ, ಅವೆರಡು ಪರಸ್ಪರ N^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. N^1M^1 ರೇಖೆ ನಾವು ರಚಿಸಲಿರುವ 50° ತ್ರಿಜ್ಯದ ಮತ್ತೊಂದು ಲಘುವೃತ್ತದ ಒಂದು ವ್ಯಾಸ. ಇದನ್ನು Y ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸಿ. Y ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು YM^1 ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಒಂದು ಲಘು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಪರಸ್ಪರ Z ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಇದೇ ನಾವು ಗುರುತಿಸಬೇಕಾಗಿರುವ ನಿರ್ದೇಶಕ ಬಿಂದು.

AP ಮತ್ತು AQ = 70° ; BM ಮತ್ತು NB = 50° (ರಚನೆ) ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ P^1,Q^1,M^1 ಮತ್ತು N^1 ಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P,Q,M ಮತ್ತು N ಗಳ ಸಮತ್ರಿಜ್ಯ ಕೋನಗಳು.

$\therefore$ AP^1 ಗಳ ಮಧ್ಯದ ಕೋನದೂರ = 70° ಮತ್ತು BM^1 ಗಳ ಮಧ್ಯದ ಕೋನ ದೂರ = 50°.

ಇವೆರಡು ವೃತ್ತಗಳು Z ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ.

$\therefore$ Z ಬಿಂದುವು A ಯಿಂದ 70° ಮತ್ತು B ಯಿಂದ 50° ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಅಭ್ಯಾಸ
ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಮುಖ ವಲಯಗಳು

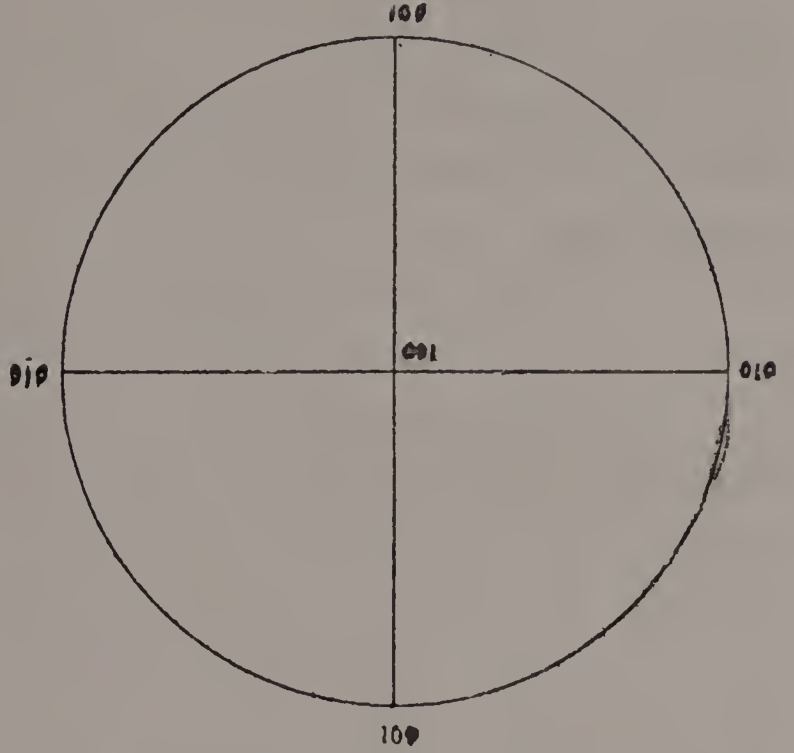
1 ಮೂಲವೃತ್ತ.
2 ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳು.
3 ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳು.

ಓರೆ ಮಹಾ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಚಾಪಗಳು.
ಲಘು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಚಾಪಗಳು.

ಮೂಲವೃತ್ತ

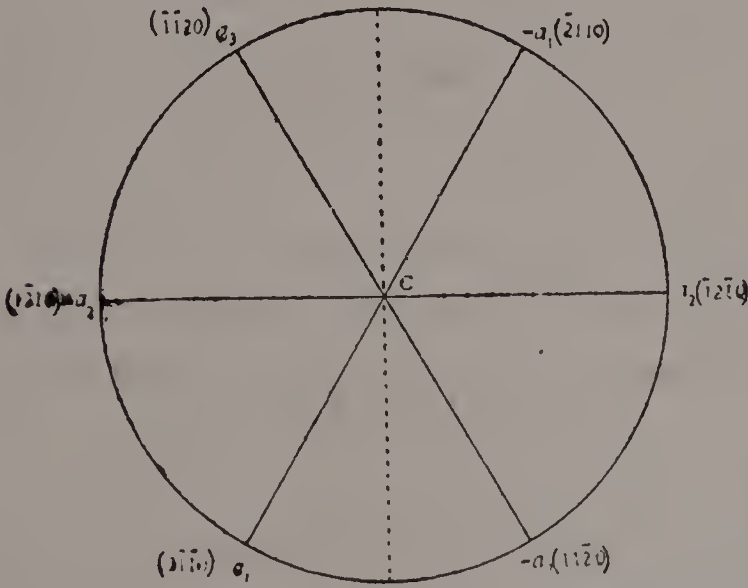
ಲಂಬಾಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಮುಖಗಳ ಬಿಂದುಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಷಣ್ಮುಖಿ (010), ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ (110) ಮತ್ತು ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿ (210)ಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಮೇಲಿರುವುವು.



ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣದ ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ (110), ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ (010) ಮತ್ತು ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ (320) ಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಮೇಲಿರುವುವು.

ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ (10$\bar{1}$0), ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕ (11$\bar{2}$0) ಮತ್ತು ದ್ವಿಪಟ್ಟಕ (21$\bar{3}$0) ಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಮೇಲಿರುವುವು.



ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣ

ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಮತ್ತು ಟ್ರೈಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಕಗಳು (110) ಚಿಕ್ಕ (010) ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ (100) ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ.

ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಕ (110), ಓರೆ ಪಿನಕಾಯಿಡ್(010)ಮತ್ತು ಮಹಾಪಿನಕಾಯಿಡ್ (010) ಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಗ್ರ ವ್ಯಾಸ

ಇದು ಹಿಂದು ಮುಂದಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಮುಖಗಳು ಉದಗ್ರ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುವುವು.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಷಣ್ಮುಖಿ, ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿಗಳು ಈ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ.

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಮತ್ತು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳು ಈ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುವುವು.

ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಗುಮ್ಮಟಗಳು ಇದರ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ.

ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸ

ಇದು ಪಾರ್ಶ್ವ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಮುಖಗಳು ಈ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಷಣ್ಮುಖಿ, ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿಗಳೂ ; ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಮತ್ತು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣಗಳ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಮತ್ತು ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರಗಳೂ ; ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ಗುಮ್ಮಟಗಳೂ ಈ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ.

ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳು

ಎಲ್ಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳು ಈ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಅಷ್ಟಮುಖಿ, ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ, ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ ಮತ್ತು ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿಗಳೂ; ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಮತ್ತು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣಗಳ ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ ಮತ್ತು ದ್ವಿಗೋಪುರಗಳೂ; ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದ ಗೋಪುರಗಳೂ ಈ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲಿರುವುವು.

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್, ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಮತ್ತು ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣಗಳ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳು (001, 0001) ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳು ಛೇದಿಸುವಲ್ಲಿರುವುವು. ಈ ಬಿಂದು ಮತ್ತು ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನಬಿಂದು ಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇವು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಆರು ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಇರುವುವು. ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ (100) ಸಂಕೇತದ ಎರಡು ಷಣ್ಮುಖಿ ಮುಖಗಳೂ, (010) ಸಂಕೇತದ ಎರಡು ಷಣ್ಮುಖಿ ಮುಖಗಳೂ ಈ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿರುವುವು. ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕದ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಬಿಂದುಗಳು ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಮತ್ತು ಇತರ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮುಖಬಿಂದುಗಳು ಪ್ರಧಾನಬಿಂದುಗಳಾಗುತ್ತವೆ ; ಅಂದರೆ ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳು ಪ್ರಧಾನಬಿಂದು

ಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಐಸೋಮೆಟ್ರಿಕ್, ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್, ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಮತ್ತು ಇತರ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಉದಗ್ರ ವ್ಯಾಸ ಹಿಂದು ಮುಂದಿನ, ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸ ಪಾರ್ಶ್ವ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಉದಗ್ರ ವ್ಯಾಸವು ಯಾವ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನೂ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸ ಪಾರ್ಶ್ವ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇದಕ್ಕೆ 60° ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳು a_1 ಮತ್ತು a_3 ಸಮತಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಆರು. ಅವು ದ್ವಿತೀಯ ಪಟ್ಟಕದ $2\bar{1}\bar{1}0$, $\bar{2}110$, $1\bar{2}10$, $\bar{1}2\bar{1}0$, $\bar{1}\bar{1}20$, $11\bar{2}0$ ಆರು ಮುಖಗಳು.

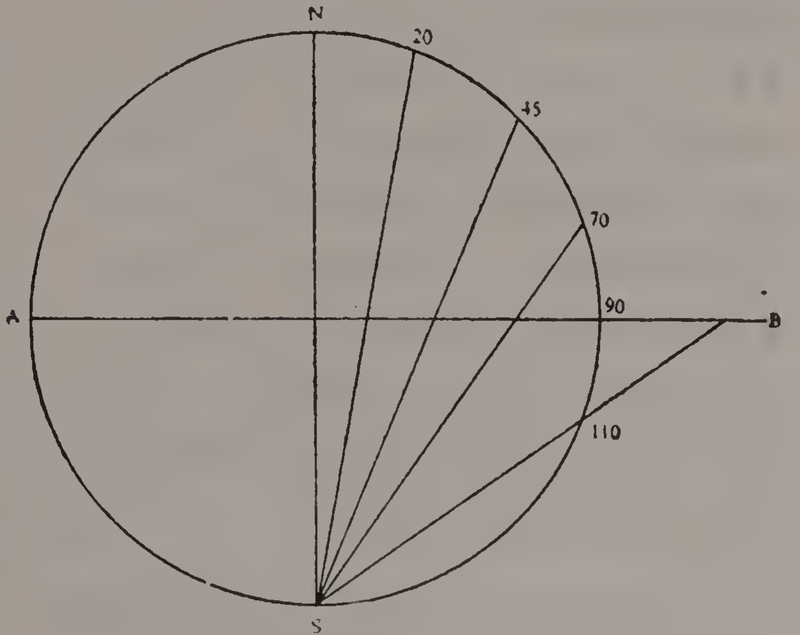
ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಅಳತೆಗಳು

ಈ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಘನಕೋನ ಮಾಪಕ (Stereographic Protractors or Scales) ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಮಾಡಬಹುದು.

ಫೆಡೊರಾಫ್‌ನ ವಕ್ರಮಾನ ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ

Federov's Curved ruler

2″ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಎರಡು ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಒಂದು ವ್ಯಾಸದ ತುದಿಯಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ವ್ಯಾಸದ ತುದಿಯವರೆಗಿನ ವೃತ್ತಭಾಗವನ್ನು 4 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ($22\frac{1}{2}°$ ಅಂತರದ) ವಿಭಜಿಸಿ. ಇವುಗಳನ್ನು ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವದೊಡನೆ ಸೇರಿಸಿ. ಇವು ಗೋಳ ಬಿಂದುಗಳು. ಈ ರೇಖೆಗಳು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಛೇದಿಸುವುದರಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಬಿಂದುಗಳು ಘನರೇಖನ ಬಿಂದುಗಳು. ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸದ ರೇಖೀಯ ಬಿಂದುಗಳು 2″ ತ್ರಿಜ್ಯ ವೃತ್ತದ, ರೇಖಾವೃತ್ತಿ (Functions) ಗಳು. ಘನ ರೇಖನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ, ಅದು ಘನರೇಖನ ಪಟ್ಟಿ ಅಥವಾ ಕೋನ ಮಾಪಕವಾಗುವುದು.

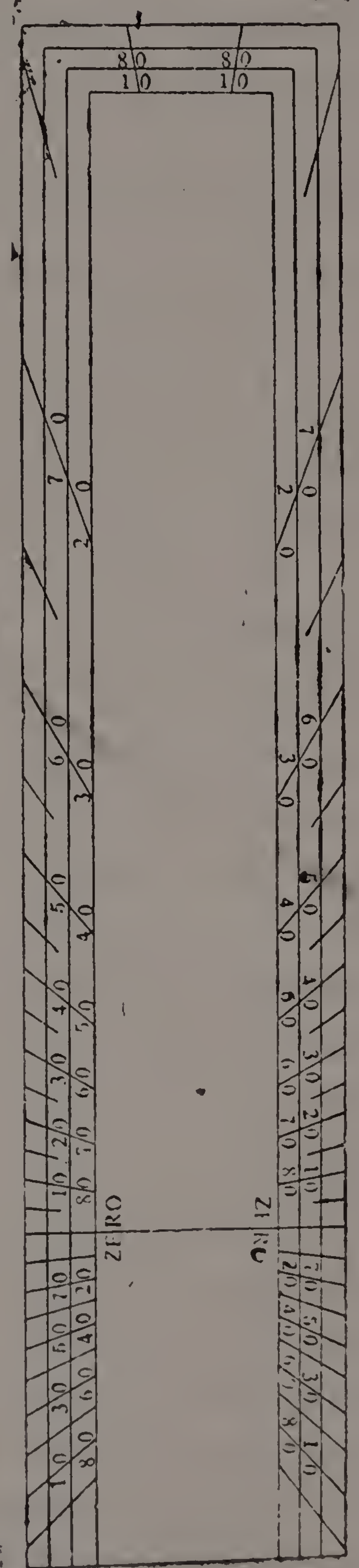


2″ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಮೂಲವೃತ್ತದಿಂದ ಗೋಳ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಆಧಾರದಮೇಲೆ ರಚಿತವಾದ ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ ಅಥವಾ ಸಲಕರಣೆಗಳಿಗೆ ಘನಕೋನ ಮಾಪಕ ಎಂದು ಕರೆಯು

ತ್ತೇವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ (1) ಪೆನ್‌ಫೀಲ್ಡ್ (2) ಹಚಿನ್‌ಸನ್ ಮತ್ತು (3) ಬಾರ್ಕರ್ ರವರುಗಳು ರಚಿಸಿದ ವಿವಿಧ ಕೋನ ಮಾಪಕಗಳಿವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪೆನ್‌ಫೀಲ್ಡ್ ಕೋನ ಮಾಪಕ ಬಹು ಸರಳವಾದುದು.

ಹಚಿನ್‌ಸನ್ ಘನಕೋನ ಮಾಪಕ

ಇದು ಒಂದು ಅಡಿ ಉದ್ದ, 2·5″ ಅಗಲದ ಮರದ ಪಟ್ಟಿ. ಪಟ್ಟಿಯ ಎಡಗಡೆಯಿಂದ $3\frac{1}{2}$″ ದೂರದಲ್ಲಿ 0 (ಪೂಜ್ಯ) ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಪಟ್ಟಿಯ ಅಂಚುಗಳು ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ ಬಿಂದುವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ರೇಖೆಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ಘನವಿಕ್ಷೇಪದ ಕೋನಗಳನ್ನೂ ಬಲಗಡೆ ನೊಮೊನಿಕ್ ಕೋನಗಳನ್ನೂ ಪಟ್ಟಿಯ ಎರಡು ಅಂಚುಗಳಲ್ಲೂ ಗುರುತಿಸಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಪಟ್ಟಿಯ ಪೂಜ್ಯ ರೇಖೆಯ ಎಡಭಾಗವನ್ನು ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಅಳೆಯುವುದಕ್ಕೂ, ಬಲಭಾಗವನ್ನು ನೊಮೊನಿಕ್ ದೂರಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವುದಕ್ಕೂ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಘನಕೋನಮಾಪಕದ ಕೆಳ ಅಂಚನ್ನು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಪರಿಧಿಯಕಡೆಗೆ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯುವುದಕ್ಕೂ, ಮೇಲಂಚನ್ನು ಪರಿಧಿಯಿಂದ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಕಡೆಗೆ ಅಳೆಯುವುದಕ್ಕೂ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಬಲಭಾಗದ ನೊಮೊನಿಕ್ ಕೋನಮಾಪಕದ ಕೆಳ ಅಂಚು ಪರಿಧಿಯಿಂದ ಕೇಂದ್ರದಕಡೆಗೆ ಅಳೆಯಲು, ಮೇಲಂಚು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಪರಿಧಿಯಕಡೆಗೆ ಅಳೆಯಲು ಅನುಕೂಲವಾಗುವ ಹಾಗೆ ರಚಿತವಾಗಿದೆ.



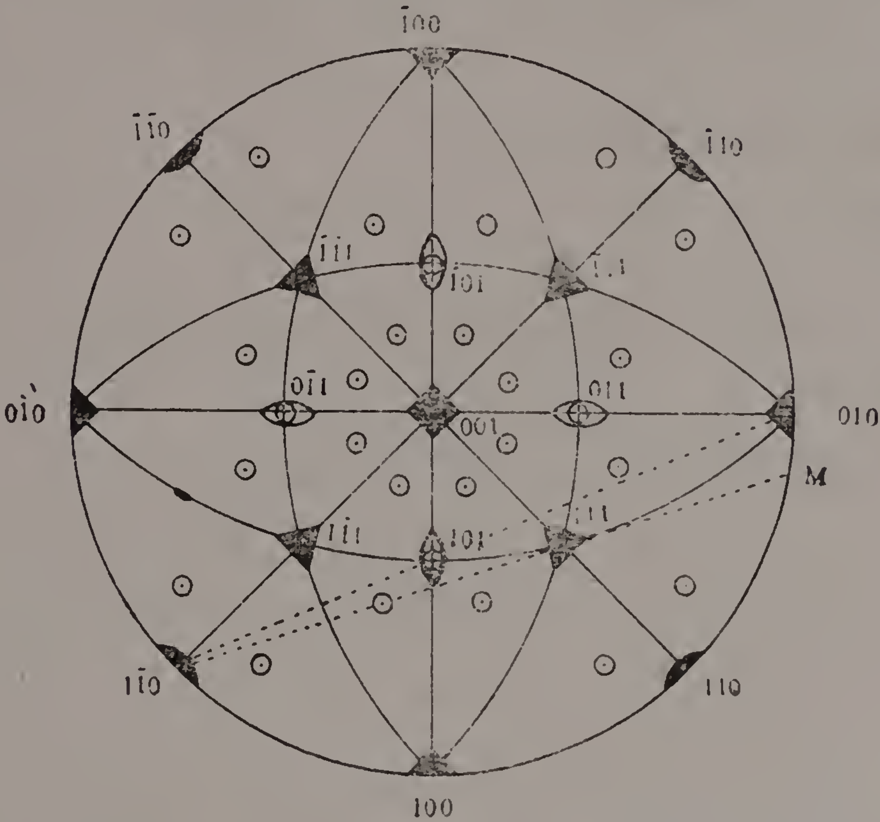
ಈ ಕೋನಮಾಪಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕಾದರೆ ಪೂಜ್ಯ ರೇಖೆಯು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆಯೂ, ಕೋನಮಾಪಕದ ಅಂಚು ನಾವು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕಾದ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೂ ಇರುವಂತೆ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಸ್ಫಟಿಕಗಳ ಘನವಿಕ್ಷೇಪ ರಚನೆ
ಕೆಳಕಂಡ ರೂಪಕೂಟವುಳ್ಳ ಸ್ಫಟಿಕದ ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪ ರಚನೆ.

ಷಣ್ಮುಖಿ 100, $\bar{1}00$, 010, $0\bar{1}0$, 001, $00\bar{1}$ = 6 ಮುಖಗಳು
ಅಷ್ಟಮುಖಿ 111, $11\bar{1}$, $\bar{1}11$, $\bar{1}1\bar{1}$, $\bar{1}\bar{1}1$, $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$, $1\bar{1}1$, $1\bar{1}\bar{1}$ = 8 ಮುಖಗಳು
ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ 110, $\bar{1}10$, $\bar{1}\bar{1}0$. $1\bar{1}0$; $10\bar{1}$, $\bar{1}01$, 101, $\bar{1}0\bar{1}$;
011, $01\bar{1}$, $0\bar{1}1$, $0\bar{1}\bar{1}$ = 12 ಮುಖಗಳು

ರಚನೆ :

2″ ತ್ರಿಜವ ಒಂದು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಹಾಗೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಹೀಗೆ ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಆರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದ ಹಾಗಾಯಿತು. 100 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅದರ ಎರಡು ಕಡೆ



ಗಳಲ್ಲಿಯೂ 45° ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಓರೆವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಓರೆವ್ಯಾಸಗಳ 4 ತುದಿಗಳು ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶ ಮುಖಿಯ 110 ಮುಖ ಗುಂಪಿನ ಬಿಂದುಗಳಾಗುವುವು. $1\bar{1}0$ ಬಿಂದುವನ್ನು 011 ಬಿಂದುವಿನೊಡನೆ ಸೇರಿಸಿ. ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆ ಉದಗ್ರವ್ಯಾಸವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವು 101 ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳಾಗುವುವು. ಇಲ್ಲಿ 101 ಮುಖದ ಪ್ರತಿಬಿಂದುವು ಸಹ ಇದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ (Encircle). O ಬಿಂದು ಕ್ರೇಂದ್ರವಾಗಿ 0–101 ತ್ರಿಜ್ಯವಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ ಬಿದ್ದ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನೂ ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಈ ಬಿಂದು

ಗಳು 101 ಮತ್ತು 011 ಮುಖ ಗುಂಪುಗಳ ಬಿಂದುಗಳಾಗುವುವು. ಹೀಗೆ ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯ ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಗುರುತಿಸಲಾಯಿತು. ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು $\bar{1}10$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 010 ಬಿಂದುವಿನ ಕಡೆಗೆ 55° ಚಾಪದಿಂದ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು M ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ. M ಬಿಂದುವನ್ನು $1\bar{1}0$ ಬಿಂದುವಿನೊಡನೆ ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು 110-$\bar{1}\bar{1}0$ ಓರೆ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವು 111 ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಬಿಂದುವಾಗುವುದು. O ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ, 0-111 ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಹೀಗೆ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಗುರುತಿಸಲಾಯಿತು. ಅನಂತರ ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದು.

ಗಾರ್ನೆಟ್ ಖನಿಜದ ಹರಳಿನ ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪ ರಚನೆ

ದತ್ತ

$100 \wedge 210 = 26° \ 34'$

$110 \wedge 211 = 30°$

$110 \wedge 112 = 54° \ 44'$

ಗಾರ್ನೆಟ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಗಳ ರೂಪ ಕೂಟವಿರುವುದು.

ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ	ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ
110, $\bar{1}10$, $\bar{1}\bar{1}0$, $1\bar{1}0$	211, $\bar{2}11$, $\bar{2}\bar{1}1$, $2\bar{1}1$, $\bar{2}1\bar{1}$, $2\bar{1}\bar{1}$, $21\bar{1}$, $\bar{2}\bar{1}\bar{1}$
101, $\bar{1}01$, $\bar{1}0\bar{1}$, $10\bar{1}$	121, $\bar{1}21$, $\bar{1}\bar{2}1$, $1\bar{2}1$, $\bar{1}2\bar{1}$, $1\bar{2}\bar{1}$, $12\bar{1}$, $\bar{1}\bar{2}\bar{1}$
011, $0\bar{1}1$, $01\bar{1}$, $0\bar{1}\bar{1}$	112, $\bar{1}12$, $\bar{1}\bar{1}2$, $1\bar{1}2$, $\bar{1}2\bar{1}$, $1\bar{1}\bar{2}$, $11\bar{2}$, $\bar{1}\bar{1}\bar{2}$

ರಚನೆ

2″ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. 100 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 45° ದೂರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಓರೆವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ಓರೆವ್ಯಾಸಗಳ ನಾಲ್ಕು ತುದಿಗಳು ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯ 110 ಮುಖ ಗುಂಪಿನ ನಾಲ್ಕು ಮುಖಬಿಂದುಗಳಾಗುವುವು. $1\bar{1}0$ ಬಿಂದುವನ್ನು 010 ಬಿಂದುವಿನೊಡನೆ ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು ಉದಗ್ರ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯ 101 ಮುಖ ಬಿಂದುವಾಗುವುದು. ಇಲ್ಲಿ 101 ಮುಖದ ಪ್ರತಿ ಮುಖವಿದೆ ಎಂದು

ಸೂಚಿಸಲು ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. O ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಯೂ, 0-101 ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿಯೂ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ ಉಳಿದ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನೂ ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಇವು 101 ಮತ್ತು 011 ಮುಖ ಗುಂಪುಗಳ ಬಿಂದುಗಳಾಗುವುವು. ಹೀಗೆ ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಗುರುತಿಸಲಾಯಿತು.

$100 \wedge 210 = 26^\circ\ 34'$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ, 100 ಬಿಂದುವಿನ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ $26^\circ\ 34'$ ಚಾಪದಿಂದ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇವು 210 ವ್ಯಾಸಗಳು. 211 ಮುಖ ಗುಂಪು ಇವುಗಳ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ. $110 \wedge 211 = 30^\circ$ ಇರುವುದರಿಂದ, 110 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 30° ತ್ರಿಜ್ಯದ ಲಘುವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕಾಗುವುದು. ಈ ವೃತ್ತವು 210 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು 211 ಮುಖ ಬಿಂದುವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಗುಂಪಿನ ಉಳಿದ ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು $(\bar{2}11, 2\bar{1}1, \bar{2}\bar{1}1)$ ಆಯಾಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0–211 ದೂರದಷ್ಟೇ ದೂರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. 121 ಗುಂಪಿನ ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು 120 ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. $110 \wedge 211$ ಕೋನ ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಮತ್ತು ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಗಳ ನಡುವಣ ಕೋನ. ಇದು 30° ಇದೆ. 211 ಮತ್ತು 121 ಮುಖಗಳ ಪರಸ್ಪರ ತದ್ರೂಪಗಳಾದುದರಿಂದ $110 \wedge 121$ ಕೋನವೂ 30° ಇರುವುದು. ಆದುದರಿಂದ 110 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ 30° ತ್ರಿಜ್ಯದ ಲಘುವೃತ್ತ 120 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು 121 ಮುಖ ಬಿಂದುವಾಗುತ್ತದೆ. 121 ಗುಂಪಿನ ಇತರ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. 112 ಮುಖಬಿಂದುಗಳು 110 ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆ ಇರುವುವು. $110 \wedge 112 = 54^\circ\ 44'$ ಇರುವುದರಿಂದ, 110 ಬಿಂದುವಿನ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ $54^\circ\ 44'$ ಚಾಪಗಳಿಂದ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು

ಗಳನ್ನು (M) ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು 110 ವ್ಯಾಸದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವವಾದ $1\bar{1}0$ ಬಿಂದುವಿನೊಡನೆ ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು 110 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವೇ 112 ಮುಖಬಿಂದು. 112 ಮುಖ ಗುಂಪಿನ ಇತರ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಹೀಗೆ ವಜ್ರೀಯದ್ವಾದಶಮುಖಿಯ 12 ಮುಖ ಬಿಂದು ಗಳನ್ನೂ, ಚತುರ್ವಿಂಶತಿಯ 24 ಮುಖಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ ಗುರುತಿಸಲಾಯಿತು. ಅನಂತರ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದು.

ಕೊಬಾಲ್ಟೈಟ್ (Co As S) ಖನಿಜದ ಹರಳಿನ ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪ ರಚನೆ

ಇದು ಪೈರಿಟೊಹೀಡ್ರಲ್ ವರ್ಗ ಅಥವಾ ಪೈರೈಟ್ ಮಾದರಿಗೆ ಸೇರಿದುದು.

ದತ್ತ

$100 \wedge 210 = 26^\circ\ 34'$
$210 \wedge 010 = 63^\circ\ 26'$
$001 \wedge 111 = 54^\circ\ 44'$
$111 \wedge 102 = 39^\circ\ 44'$
$210 \wedge 021 = 66^\circ\ 25'$

ಈ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ಕೆಳಕಂಡ ರೂಪ ಕೊಟವಿರುವುದು.

ಷಣ್ಮುಖಿ—100, $\bar{1}00$, 010, $0\bar{1}0$, 001, $00\bar{1}$ = 6 ಮುಖಗಳು.

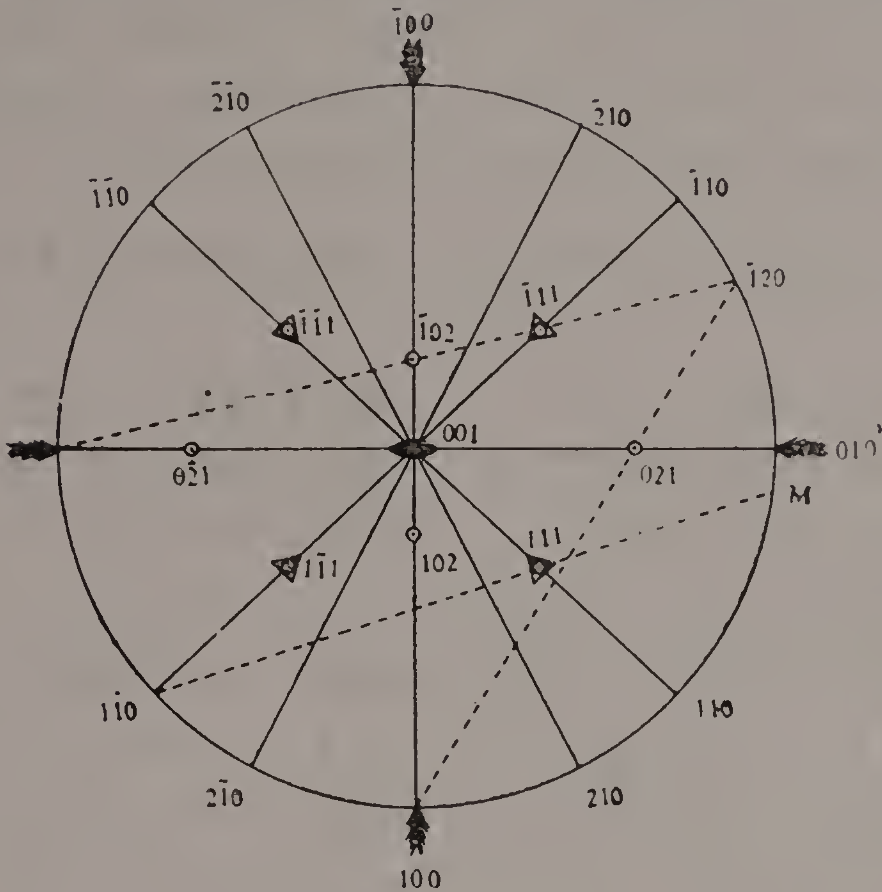
ಅಷ್ಟಮುಖಿ–111, $11\bar{1}$, $\bar{1}11$, $\bar{1}1\bar{1}$, $\bar{1}\bar{1}1$, $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$, $1\bar{1}1$, $1\bar{1}\bar{1}$ = 8 ಮುಖಗಳು.

ಪೈರಿಟೊರಿಂೀಡ್ರನ್–210 ಮುಖಗುಂಪು 4, 102 ಮುಖಗುಂಪು 4, 021 ಮುಖಗುಂಪು 4.

ರಚನೆ

2″ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬ ವಾಗಿರುವ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದರೆ ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಆರು ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದ ಹಾಗಾಯಿತು. ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಬಿಂದುಗಳು 110 ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ 100 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅದರ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 45° ಚಾಪಗಳಿಂದ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇವು 110 ಮುಖಗುಂಪುಗಳ ಬಿಂದುಗಳು. ಇವುಗಳ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳೇ 1.0 ವ್ಯಾಸಗಳು. $\bar{1}10$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 010 ಬಿಂದುವಿನ ಕಡೆಗೆ 54° 44′ ಚಾಪ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು M ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ. M ಬಿಂದುವನ್ನು $1\bar{1}0$ ಬಿಂದುವಿನೊಡನೆ ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆ 110

ಓರೆ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಭೇದಿಸುವ ಬಿಂದು $\bar{1}11$ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಬಿಂದುವಾಗವುದು. O ಬಿಂದುವು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ O–111 ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿವ ಮೂರು



ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಹೀಗೆ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಗುವುದು.

210 ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಬಿಂದು ಗುಂಪನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು, 100 ಬಿಂದುವಿನ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 27° ಚಾಪದಿಂದ ಭೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇವುಗಳ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ ವ್ಯಾಸಗಳು 210 ವ್ಯಾಸಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ತುದಿಗಳೇ 210 ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳು.

021 ಮುಖಬಿಂದು ಗುಂಪು 010 (ಕ್ಷಿತಿಜ) ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುವುವು. 010 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ $\bar{1}10$ ಕಡೆಗೆ 27° ಚಾಪ ಭೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು 010 ವ್ಯಾಸದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವವಾದ 100 ಒಡನೆ ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆ ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಭೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವು 021 ಮುಖಬಿಂದು. ಇಷ್ಟೇ ದೂರದಲ್ಲಿ ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸದ ಆಚೆಕಡೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಇವೇ 021 ಮುಖಬಿಂದುಗಳು.

102 ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು $\bar{1}20$ ಬಿಂದುವನ್ನು ಉದಗ್ರ ವ್ಯಾಸದ ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವಬಿಂದುವಾದ $0\bar{1}0$ ಬಿಂದುವಿನೊಡನೆ ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು ಉದಗ್ರ

ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಬಿಂದುವು $\bar{1}02$ ಮುಖಬಿಂದು. O ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇಷ್ಟೇ ದೂರದಲ್ಲಿ ಉದಗ್ರ ವ್ಯಾಸದ ಆಚೆಕಡೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಎರಡನ್ನೂ ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಹೀಗೆ ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿಯ ಮುಖಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಗುರುತಿಸಲಾಯಿತು. ಅನಂತರ ಪೈರಿಟೊಹೀಡ್ರಲ್ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದು.

ಅನಟೇಸ್ (TiO_2) ಖನಿಜದ ಹರಳಿನ ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ರಚನೆ

ದತ್ತ

$001 \wedge 101 = 60° 38'$	$335 \wedge 111 = 11° 52'$
$001 \wedge 113 = 39° 57'$	$201 \wedge 110 = 11° 14'$
$113 \wedge 335 = 16° 3'$	$113 \wedge 110 = 50° 3'$

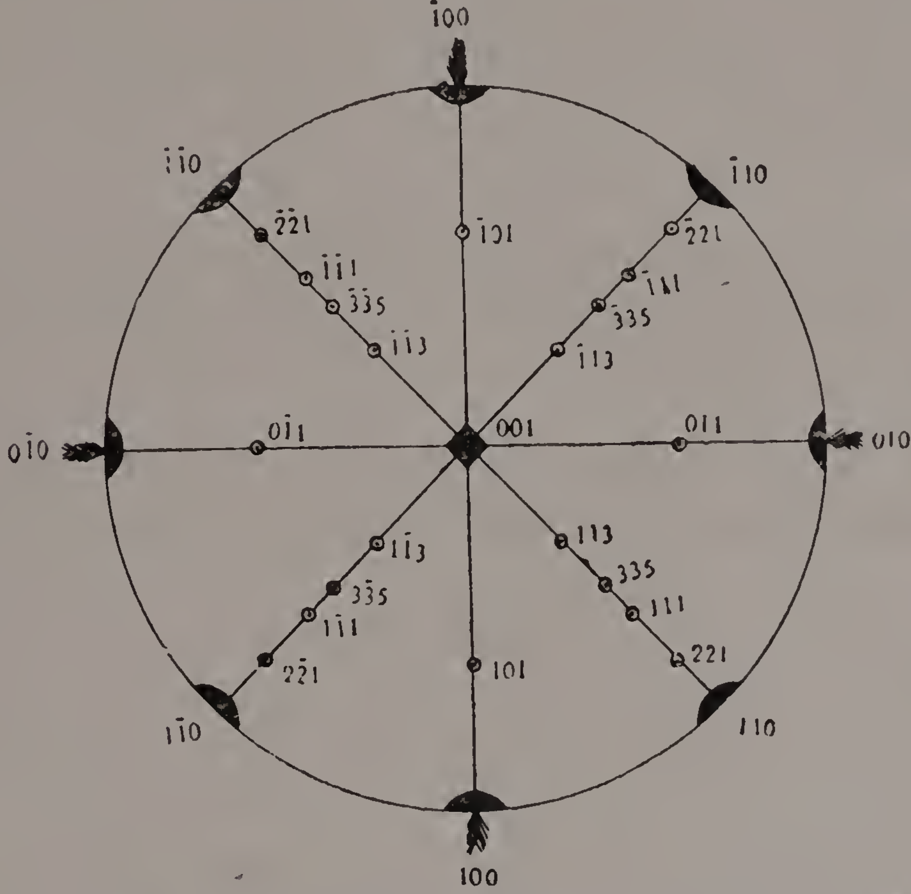
ಅನಟೇಸ್ ಖನಿಜ ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣದ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವ ಜಿರ್ಕಾನ್ ಗುಂಪಿಗೆ ಸೇರಿದುದು. ಈ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರದ 101 ಮುಖಗುಂಪು (4) ಮತ್ತು 011 ಮುಖಗುಂಪು (4)=8 ಮುಖಗಳು; ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ 113 ಮುಖ ಗುಂಪು (8), 335 ಮುಖಗುಂಪು (8), 111 ಮುಖಗುಂಪು (8), 221 ಮುಖಗುಂಪು (8), ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ಮುಖಗುಂಪು (4)—ಇವುಗಳ ರೂಪ ಕೂಟವಿರುವುದು.

ರಚನೆ

2″ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಒಂದು ಮೂಲವೃತ್ತನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.

100 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 45° ಛಾಪದಿಂದ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇವು 110 ಮುಖಬಿಂದುಗಳು. ಇವುಗಳ ಮೂಲಕ ಎರಡು ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇವುಗಳ ತುದಿಗಳೇ ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ ಮುಖಬಿಂದುಗಳು. ಬಾರ್ಕರ್ ಕೋನ ಮಾಪಕದಿಂದ ಉದಗ್ರ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆ 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 60° 38′ ಇರುವ ಹಾಗೆ 101 ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇಷ್ಟೇದೂರದಲ್ಲಿ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ ಉಳಿದ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಇವು ಪ್ರತಿ ಮುಖಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸಹ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು, ಇವುಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಹೀಗೆ ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರದ ನಾಲ್ಕು 101 ಮುಖಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು 011 ಮುಖಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಯಿತು.

ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 40° ದೂರದಲ್ಲಿ 4 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇವು 113 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ ಮುಖಗಳು. ಇವುಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. $113 \wedge 335 = 16°\ 3'$ ಇರುವುದರಿಂದ ಹಚಿನ್‌ಸನ್ ಕೋನ ಮಾಪಕದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅದೇ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ, 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 56° (39° 57′ + 16° 3′) ದೂರದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು



ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಇವು 335 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ ಮುಖಗಳು. ಅವೇ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 68° ದೂರದಲ್ಲಿ 4 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇವು 111 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ ಮುಖಬಿಂದುಗಳು. ಇವುಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಇದೇ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 79° ದೂರದಲ್ಲಿ 4 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಇವು 221 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರದ ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳು. ಹೀಗೆ 113, 335, 111 ಮತ್ತು 221 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರಗಳ ಮುಖಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಯಿತು. ಅನಂತರ ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದ ಸಮ ಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದು.

ಜಿರ್ಕಾನ್ ಖನಿಜದ ಹರಳಿನ ಘನವಿಕ್ಷೇಪ ರಚನೆ

ದತ್ತ

$100 \wedge 311 = 31°\ 43'$

$110 \wedge 331 = 20°\ 12'$

$110 \wedge 111 = 47^\circ\ 50'$

$311 \wedge 3\bar{1}1 = 32^\circ\ 57'$

($310 \wedge 3\bar{1}0 = 32^\circ\ 56'$ ಅಥವಾ $100 \wedge 310 = 16^\circ 28'$ ಎಂದು ನಾವು ಊಹಿಸಬಹುದು)

ಜಿರ್ಕಾನ್ ಹರಳುಗಳು ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣದ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕ 110 (4), ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರಗಳು 331 (8) ಮತ್ತು 111 (8) ಹಾಗೂ ದ್ವಿಗೋಪುರದ 311 (8) ಮತ್ತು 131 (8)—ಗಳ ರೂಪ ಕೂಟವಿರುವುದು.

ರಚನೆ

2″ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪ್ರಮುಖ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.

111 ಮತ್ತು 331 ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳು 110 ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ. 110 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 45° ಚಾಪದಿಂದ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇವು ಪ್ರಥಮ ಪಟ್ಟಕದ (110) ಮುಖಬಿಂದುಗಳು. ಇವುಗಳ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು 110 ವ್ಯಾಸಗಳೆನ್ನುತ್ತೇವೆ.

110 ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆ 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 42° 10′ (90°—47° 50′=42° 10′) ಇರುವ ಹಾಗೆ ಬಾರ್ಕರ್ ಕೋನಮಾಪಕದಿಂದ 111 ಮುಖ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 111 ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಷ್ಟುದೂರ ವಿದೆಯೋ ಅಷ್ಟೇ ದೂರದಲ್ಲಿ 110 ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ, ಉಳಿದ ಮೂರು ಬಿಂದು ಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ.

110 ∧ 331=20° 12′ ಇರುವುದರಿಂದ, 110 ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆ, 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 69° 48′ (90°—20° 12′=69° 48′) ದೂರದಲ್ಲಿ 331 ಮುಖ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇಷ್ಟೇ ದೂರದಲ್ಲಿ 110 ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ ಇತರ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ.

311 ಮತ್ತು 131ಗಳ ಮುಖಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 310 ಮತ್ತು 130 ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ ಇರುತ್ತವೆ. 310 ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಲು 100 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ 16° 28′ ಚಾಪಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು ಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇವುಗಳ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳೇ 310 ವ್ಯಾಸಗಳು. ಇದೇ ರೀತಿ 010 ಬಿಂದುವಿನ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ 16° 28′ ಚಾಪಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳು 130 ವ್ಯಾಸಗಳಾಗುತ್ತವೆ.

311 ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು 100 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 32° ಯ ಲಘು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. ಈ ವೃತ್ತ 310 ಮತ್ತು $3\bar{1}0$ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುದ ಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 311 ಮತ್ತು $3\bar{1}1$ ಮುಖಬಿಂದುಗಳು. 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇಷ್ಟೇ ದೂರವಿರುವಂತೆ (001—311), 130 ಮತ್ತು $\bar{1}30$ ವ್ಯಾಸ ಗಳ ಮೇಲೆ 131 ಮುಖ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಹುದು. ಈ ಎಲ್ಲ ಬಿಂದು ಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಹೀಗೆ ದ್ವಿಗೋಪುರ ಮುಖಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಯಿತು. ಅನಂತರ ಈ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಟೊಪಾಜ್ ಖನಿಜದ ಹರಳಿನ ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪ ರಚನೆ

ದತ್ತ

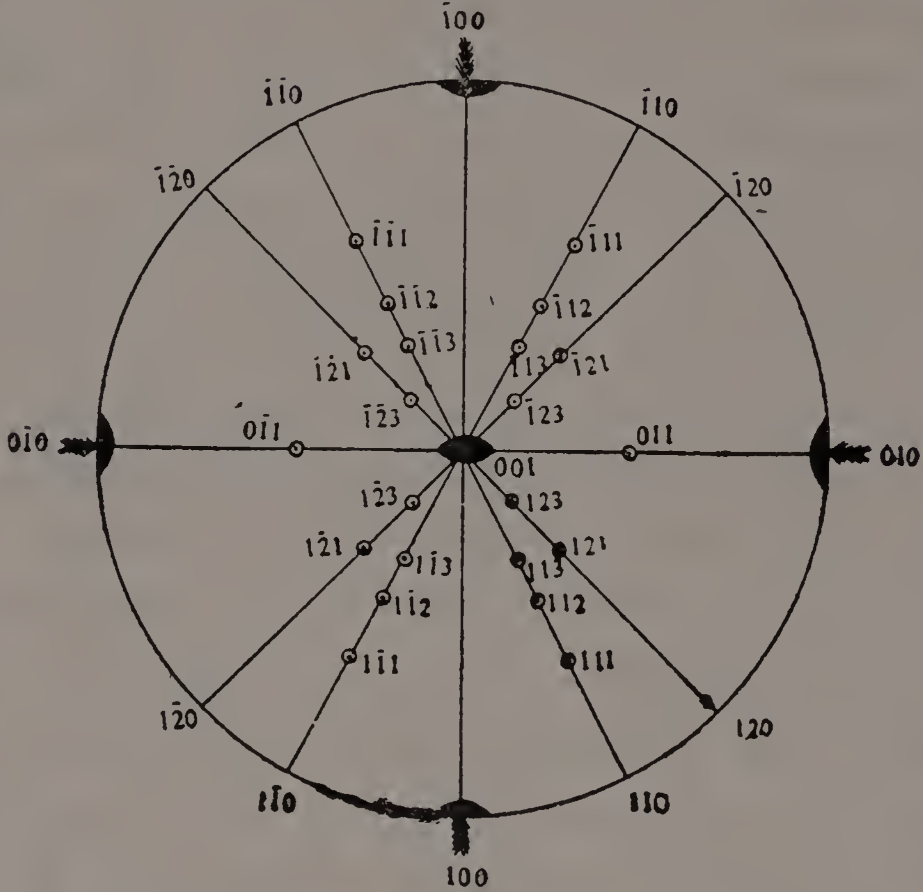
100 ∧ 110=27° 52′	113 ∧ 112=11° 21′
110 ∧ 120=18° 44′	001 ∧ 121=41° 12′
001 ∧ 111=63° 54′	001 ∧ 123=18° 41′
112 ∧ 111=18° 19′	001 ∧ 011=43° 39′

ಟೊಪಾಜ್ ಹರಳುಗಳು ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿದವು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ (100), ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್

(010), ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ (001), ಪಟ್ಟಕ (110 ಮತ್ತು 120) ಗಳು, ಚಿಕ್ಕ ಗುಮ್ಮಟ (011) ಮತ್ತು (111, 112, 113, 121, 123) ಗೋಪುರಗಳ ಕೂಟವಿರುವುದು.

ರಚನೆ

2″ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬ ವಾಗಿರುದ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ



ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಹೀಗೆ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಚಿಕ್ಕ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದ ಹಾಗಾಯಿತು. 100 ಬಿಂದು ವಿನ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 28° ಚಾಪದಿಂದ ಛೇದಿಸುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ. ಇವು 110 ಮತ್ತು $1\bar{1}0$ ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳು. ಇವು ಗಳ ಮೂಲಕ ಎರಡು ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈಗ 110 ಪಟ್ಟಕ ಮುಖಬಿಂದು ಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದುದಾಯಿತು. 110 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 010 ಕಡೆಗೆ 19° ದೂರದಲ್ಲಿ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇದು 120 ಬಿಂದು. ಇದೇ ರೀತಿ $1\bar{1}0$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ $0\bar{1}0$ ಕಡೆಗೆ 19° ದೂರದಲ್ಲಿ $1\bar{2}0$ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇವೆರಡರ ಮೂಲಕ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಗೋಪುರ ರೂಪಗಳ ಪೈಕಿ 111, 112 ಮತ್ತು 113 ರೂಪಗಳು 110 ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ; 121 ಮತ್ತು 123 ರೂಪ ಗಳು 120 ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುವುವು. ಘನ ಕೋನಮಾಪಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ,

001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 110 ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ 63° 54′ ದೂರದಲ್ಲಿ 111 ಮುಖ ಬಿಂದು ಗುಂಪನ್ನೂ, 45° 35′ (63° 54′—18° 19′=45° 35′) ದೂರದಲ್ಲಿ 112 ಮುಖಬಿಂದು ಗುಂಪನ್ನೂ, 34° 14′ (45° 35′—11° 21′=34° 14′) ದೂರದಲ್ಲಿ 113 ಮುಖಬಿಂದು ಗುಂಪನ್ನೂ ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಇದೇ ರೀತಿ 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 18° 41′ ದೂರದಲ್ಲಿ 123 ಮುಖಬಿಂದು ಗುಂಪನ್ನೂ, 40° 12′ ದೂರದಲ್ಲಿ 121 ಮುಖಬಿಂದು ಗುಂಪನ್ನೂ ಗುರುತಿಸಿ ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಚಿಕ್ಕ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮುಖಬಿಂದುಗಳು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ. 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸದ ಎರಡು ಕಡೆ 43° 39′ ದೂರದಲ್ಲಿ 011 ಮುಖಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಅನಂತರ, ಈ ವರ್ಗದ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬೇಕು.

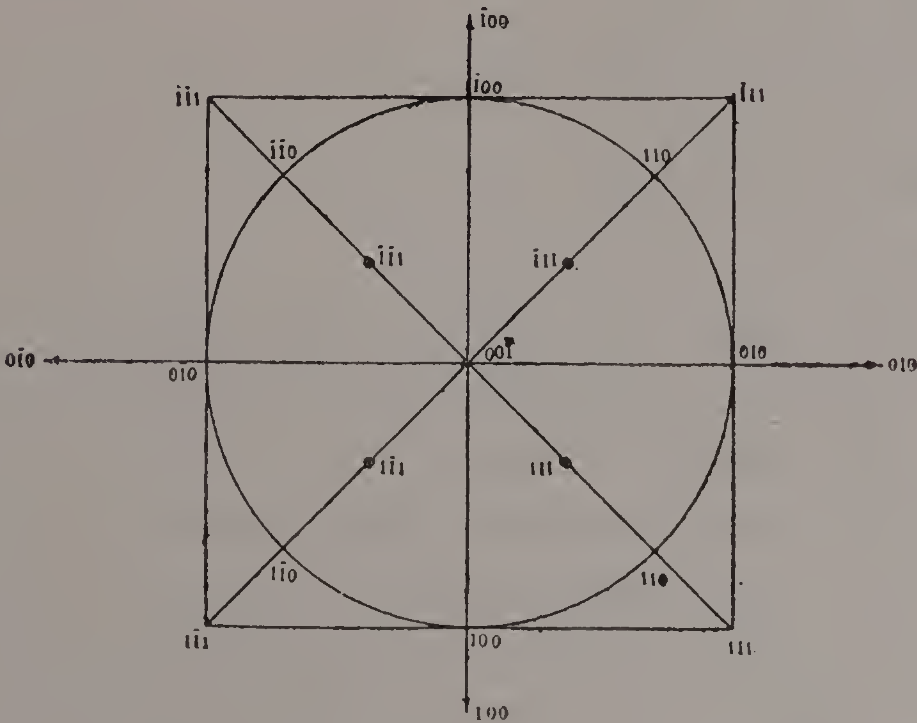
ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ಹರಳೊಂದರ ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪ

ದತ್ತ

$001 \wedge 111 = 54° \ 44'$

ರಚನೆ

2″ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಮೂಲವೃತ್ತ ಎಳೆದು, ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ; ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರು



ತಿಸಿ. ಈಗ ಷಣ್ಮುಖಿಯ ಆರು ಘನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಯಿತು. 100 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಪರಿಧಿಯಮೇಲೆ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ, 45° ದೂರದಲ್ಲಿ 110 ಮತ್ತು

$1\bar{1}0$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಈ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ 54° 44′ ದೂರದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಇವೇ ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಬಿಂದುಗಳು.

ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಹೊರಗಡೆ ಇರುತ್ತವೆಯಾದುದರಿಂದ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ, ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಶರಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಗುರುತಿಸಿ. ಶರಚಿಹ್ನೆಯ ಹತ್ತಿರ ಅನುರೂಪ ಪ್ರಮುಖ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಇವು 100 ಮತ್ತು 010 ಮುಖಗಳ ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳು. ಘನ ಕೋನಮಾಪಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, 001 ∧ 111 = 54° 44′ ಇರುವ ಹಾಗೆ, ವಿಸ್ತರಿಸಿದ 110 ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ಬಿಂದುಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಹೊರಗೆ ಇರುವುವು. ಮಾನರೂಪದ ಈ ನಾಲ್ಕು ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಚಚ್ಚೌಕ ಆಕಾರವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಚಚ್ಚೌಕ. ಇದು ದತ್ತ ಹರಳಿನ ನೊಮೊನೊ ನಕ್ಷೆ (Gnomonogram).

ಅನಟೇಸ್ ಖನಿಜದ ಹರಳಿನ ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪ

ಈ ಖನಿಜವು ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ

001 ∧ 101 = 60° 38′
010 ∧ 011 = 29° 22′
113 ∧ 110 = 50° 3′
001 ∧ 111 = 67° 52′

ರಚನೆ

2″ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಘನ ವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈಗ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ ಮತ್ತು ದ್ವಿಪಟ್ಟಕದ ನಾಲ್ಕು ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದ ಹಾಗಾಯಿತು. 100 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 45° ದೂರದಲ್ಲಿ 110 ಮತ್ತು 110 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇವು 110 ವ್ಯಾಸಗಳು. ಇವುಗಳ ಮೇಲೆ, 113 ಮತ್ತು 111 ಪ್ರಥಮ ಗೋಪುರ ಮುಖ ಬಿಂದುಗಳಿರುವುವು. ಘನಕೋನಮಾಪಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 67° 52′ ದೂರದಲ್ಲಿ 111 ಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ, 39° 57′

(90°—50° 3′=39° 57′) ದೂರದಲ್ಲಿ 113 ಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ದ್ವಿತೀಯ ಗೋಪುರದ ಮುಖಬಿಂದುಗಳಾದ 101 ಬಿಂದುಗಳು ಉದಗ್ರ ವ್ಯಾಸದಮೇಲೆ, 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 60°38′ ದೂರದಲ್ಲಿವೆ;

011 ಬಿಂದುಗಳು ಅಷ್ಟೇ ದೂರದಲ್ಲಿ ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿವೆ. ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ.

ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪ ರಚಿಸಲು ಉದಗ್ರ, ಕ್ಷಿತಿಜ ಮತ್ತು ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ, ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಶರಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಗುರುತಿಸಿ, ಸಮೀಪದಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಈಗ 101, 011 ಬಿಂದುಗಳ ಅನುರೂಪ ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ. ಇದೇ ರೀತಿ 113 ಮತ್ತು 111 ಬಿಂದುಗಳ ಅನುರೂಪ ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ. 113 ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಒಳಗಿರುವುವು, ಆದರೆ 111 ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳು ಹೊರಗೆ ಇರುವುವು. 111 ಮಾನ ರೂಪದ ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಇದಕ್ಕೆ ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಚಚ್ಚೌಕನೆಯ ಆಕಾರವಿರುವುದು. ಇದರ ರೇಖೆಗಳು ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶಕ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲ. ಇದು ಅನಟೇಸ್ ಹರಳಿನ ನೊಮೊನೊ ನಕ್ಷೆ.

ಜಿರ್ಕಾನ್ ಖನಿಜದ ಹರಳಿದ ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪ

ಈ ಖನಿಜವು ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣದ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತದೆ.

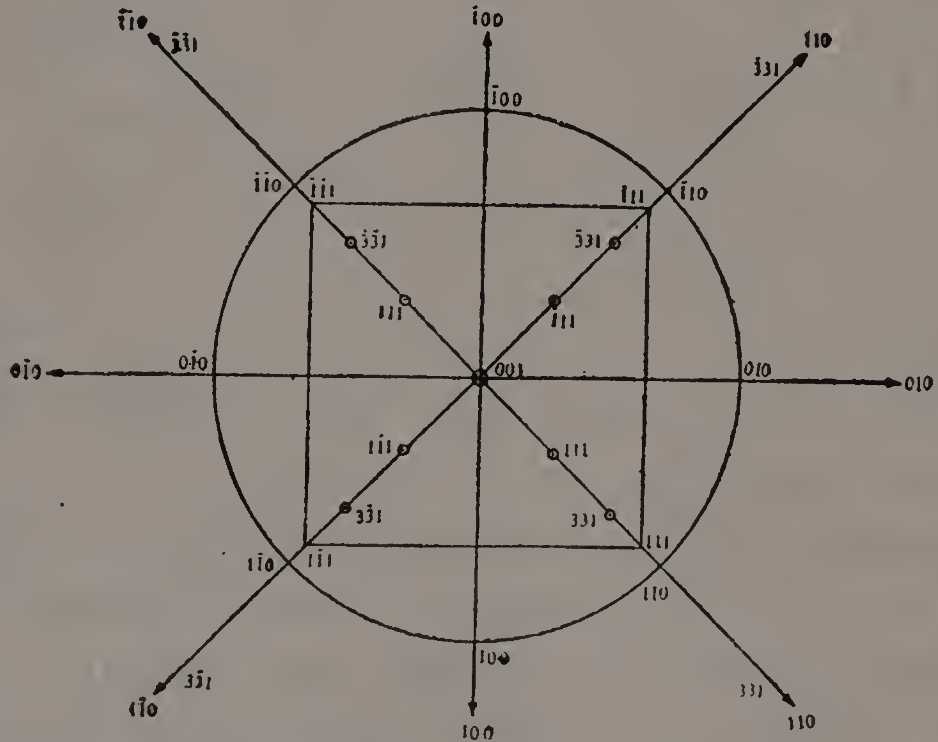
ದತ್ತ

$110 \wedge 331 = 20° \ 12'$

$110 \wedge 111 = 47° \ 50'$

ರಚನೆ

2″ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಹಾಗೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಕೇಂದ್ರ ಬಿಂದುವನ್ನು ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. ಈಗ 100 ಮುಖಬಿಂದುಗಳು, 010 ಮುಖಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು 001 ಮುಖಬಿಂದು



ಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದ ಹಾಗಾಯಿತು. 331 ಮತ್ತು 111 ಮುಖಬಿಂದುಗಳು 110 ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ. ಈ ವ್ಯಾಸಗಳು 100 ಬಿಂದುವಿನ ಆಕಡೆ ಒಂದು, ಈಕಡೆ ಇನ್ನೊಂದು, 45° ದೂರದಲ್ಲಿರುವುವು. ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಘನಕೋನಮಾಪಕದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಈ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ 110 ಬಿಂದುಗಳಿಂದ 20° 12′ ದೂರದಲ್ಲಿ 331 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು, 47° 50′ ದೂರದಲ್ಲಿ 111 ಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ ಗುರುತಿಸಿ. ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ವಿಸ್ತರಿಸಿ, ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಶರಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ

ಅನುರೂಪ ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ವಿಸ್ತರಿಸಿದ 110 ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ 111 ಮತ್ತು 331 ಬಿಂದುಗಳ ಅನುರೂಪ ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. 331 ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿರುತ್ತವೆ, ಆದರೆ ಮಾನರೂಪವಾದ 111 ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಒಳಗಿರುವುವು. ಇವುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಒಳಗೆ ಚಚ್ಚೌಕ ಆಕಾರವಾಗುವುದು. ಇದು ಜಿರ್ಕಾನ್ ಹರಳಿನ ನೊಮೊನೊ ನಕ್ಷೆ.

ಟೊಪಾಜ್ ಖನಿಜದ ಹರಳಿನ ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪ

ಈ ಖನಿಜವು ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ

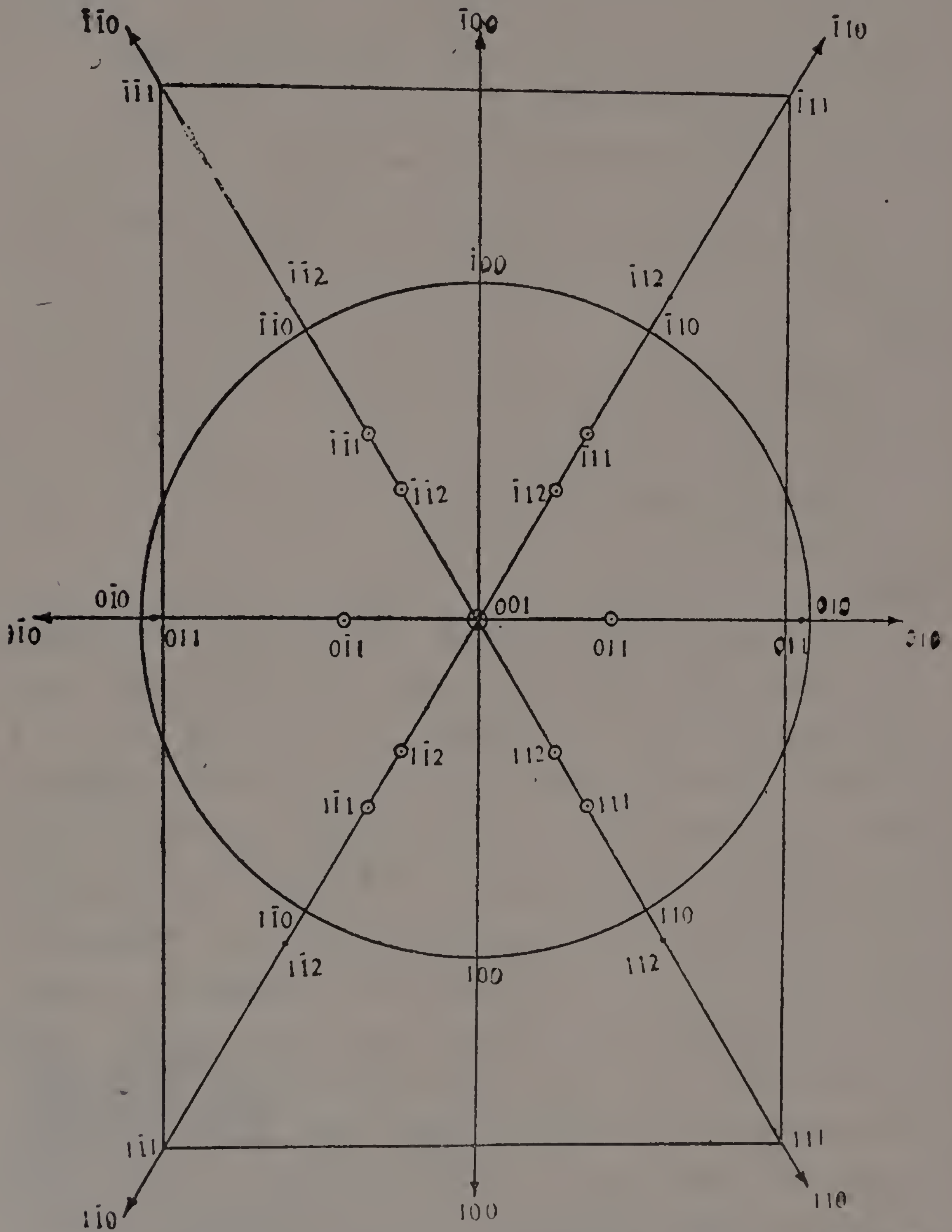
$100 \wedge 110 = 27^\circ\ 52'$
$001 \wedge 011 = 43^\circ\ 39'$
$001 \wedge 112 = 45^\circ\ 35'$
$112 \wedge 111 = 18^\circ\ 19'$

ರಚನೆ

2″ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಉದಗ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಹೀಗೆ ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ (001), ಚಿಕ್ಕ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಪಿನಕಾಯಿಡ್ (010 ಮತ್ತು 100) ಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಯಿತು. ಘನಕೋನ ಮಾಪಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, 001 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆ, ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ 43° 39′ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ 011 ಮತ್ತು $0\bar{1}0$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ. 110 ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, ಅದರ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ, ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ 27° 52 ಚಾಪದಿಂದ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇವು 110 ಮುಖಬಿಂದುಗಳು. ಇವುಗಳ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ ವ್ಯಾಸಗಳು 110 ವ್ಯಾಸಗಳು. 111 ಮತ್ತು 112 ಮುಖಬಿಂದುಗಳು ಇವುಗಳ ಮೇಲಿರುವುವು. ಘನಕೋನಮಾಪಕದ ಸಹಾಯದಿಂದ, 001 ಬಿಂದುವಿಗೆ 45° 35′ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ 112 ಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ, 63° 54′ (45° 35′+18° 19′) ದೂರದಲ್ಲಿರುವ 111 ಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಪರಿವೇಷ್ಟಿಸಿ.

ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪ ರಚಿಸಲು ಉದಗ್ರ, ಕ್ಷಿತಿಜ ಮತ್ತು ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ. ಅವುಗಳ ತುದಿಯನ್ನು ಶರಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಗುರುತಿಸಿ, ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಪ್ರಧಾನ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಈಗ 011 ಬಿಂದುಗಳ ಅನುರೂಪ

ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕ್ಷಿತಿಜ ವ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ. ಅವು ಮೂಲವೃತ್ತದ ಒಳಗೇ ಇರುವುವು. ಓರೆ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೇಲೆ 112 ಮತ್ತು 111 ಮುಖಬಿಂದುಗಳ ಅನುರೂಪ ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಎರಡು ರೂಪಗಳ ಮುಖಬಿಂದು



ಗಳೂ ಮೂಲವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿರುವುವು. ಮೂನರೂಪವಾದ 111ರ ನೊಮೊನಿಕ್ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಇದು ಮೂಲವೃತ್ತವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಆಯಾಕಾರವಾಗುವುದು. ಇದು ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದ ಟೋಪಾಜ್ ಹರಳಿನ ನೊಮೊನೊ ನಕ್ಷೆ.

ಹರಳಿನ ವಲಯ ಸಂಬಂಧ

Zonal relationship in Crystals

ಮುಖಗಳು, ಏಣುಗಳು ಮತ್ತು ಅಕ್ಷಗಳು ಹರಳಿನ ಭಾಗಗಳು. ಇವುಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತವು ಸಹಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂಬಂಧಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಮಾಡಲು ಘನವಿಕ್ಷೇಪ ಮತ್ತು ನೊಮೊನಿಕ್ ವಿಕ್ಷೇಪಗಳು ಸಹಾಯಕವಾಗುವುವು. ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಮುಖಗಳು ಹರಳಿನ ಸುತ್ತಲೂ ನಾನಾ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಹಂಚಿವೆ. ಈ ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ವಲಯಗಳು (Zones) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಒಂದೇ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ಮುಖಗಳಿಗೆ ‘ ಸಹವಲಯ ಮುಖಗಳು ’ (Cozonal faces ಅಥವಾ Tautozonal faces) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ಏಣುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುವು.

ಒಂದು ವಲಯದ ಎರಡು ಮುಖಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳು ಗೊತ್ತಿದ್ದರೆ, ಅದೇ ವಲಯದ ಇತರ ಮುಖಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಬೇರೆ ವಲಯಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದ ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಸಹ ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಇದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ವಲಯಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು (Zone symbol) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗುವುದು.

ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ (Zonal symbol) ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನ

ಒಂದೇವಲಯದ ಎರಡು ದತ್ತ ಮುಖಚಿಹ್ನೆಗಳಿಗೆ ನಿಷ್ಕರ್ಷಕ ಸೂತ್ರ (Theory of Determinants) ವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ, ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಒಂದು ಮುಖದ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು ಪಾರ್ಶ್ವಾಭಿಮುಖವಾಗಿ ಎರಡುಸಾರಿ ಬರೆದು, ಅದರ ಕೆಳಗೆ ಇನ್ನೊಂದರ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನೂ ಎರಡುಸಾರಿ ಬರೆಯಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ (100) ಮತ್ತು (110) ಗಳು ಒಂದೇ ವಲಯದ ಎರಡು ಮುಖಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಯಾಗಿರಲಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬೇಕು.

100 100
110 110

ಅನಂತರ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟು, ಉಳಿದವುಗಳನ್ನು ಕೆಳಕಾಣಿಸುವ ರೀತಿ ಅಡ್ಡಗುಣಿಸ (Cross Multiplication) ಬೇಕು.

1 | 00 10 | 0
1 | 10 11 | 0

1. $0 \times 0 = 0$
2. $0 \times 1 = 0$

1. $0 \times 1 = 0$
2. $1 \times 0 = 0$

1. $1 \times 1 = 1$
2. $0 \times 1 = 0$

ಕೊನೆಯದಾಗಿ ಮೊದಲನೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಲ್ಲಿ ಆಯಾ ಎರಡನೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಳೆದು, ಉಳಿಯುವ ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು. ಇದೇ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ.

$$0 - 0 = 0$$
$$0 - 0 = 0$$
$$1 - 0 = 1$$

$\therefore$ 001 ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ.

ಒಂದೇವಲಯದ 3 ಮುಖಗಳ ನಿಯಮ

Rule of 3 faces in a Zone

ಈ ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ ಒಂದು ವಲಯದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಮುಖಗಳಿದ್ದರೆ, ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಮುಖದ ಘಾತಸೂಚಿಯು ಉಳಿದೆರಡು ಮುಖಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಮೊತ್ತದಷ್ಟಿರುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ (100), x ಮತ್ತು (010) ಮುಖಗಳು ಒಂದೇವಲಯದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲೊಂದು ಇದ್ದರೆ

$$x = 100 + 010 = 110$$

$\therefore$ x ಮುಖದ ಘಾತಸೂಚಿ 110 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ನಿಷ್ಕರ್ಷಕ ಸೂತ್ರವು ಎರಡು ವಲಯಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮುಖಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಪ್ರತಿವಲಯದ ಎರಡು ಮುಖಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳು ಗೊತ್ತಾದರೆ ಅವುಗಳ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಈ ಎರಡು ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಗೆ ಅದೇ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಮತ್ತೆ ಅನ್ವಯಿಸಿದರೆ ಬರುವ ಚಿಹ್ನೆಯು ಎರಡು ವಲಯಗಳ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮುಖದ ಘಾತಸೂಚಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಗಂಧಕದ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ 010 ಮತ್ತು 113 ಒಂದು ವಲಯದ ಮುಖಗಳು ; 111 ಮತ್ತು 011 ಇನ್ನೊಂದು ವಲಯದ ಮುಖಗಳು ಆಗಿರಲಿ.

ಒಂದನೇ ವಲಯಚಿಹ್ನೆ

0 | 10 01 | 0

1 | 13 11 | 3

$$3 - 0 = 3$$
$$0 - 0 = 0$$
$$0 - 1 = \bar{1}$$

$= 30\bar{1}$

ಎರಡನೇ ವಲಯಚಿಹ್ನೆ

1	1 1	1 1	1	$1 - 1 = 0$
				$0 - 1 = \bar{1}$
0	1 1	0 1	1	$1 - 0 = 1$

ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮುಖದಚಿಹ್ನೆ

0	$\bar{1}$ 1	0 $\bar{1}$	1	$1 - 0 = 1$
				$3 - 0 = 3$
3	0 $\bar{1}$	3 0	$\bar{1}$	$0 - \bar{3} = 3$

= 133 ಮುಖವು ಎರಡು ವಲಯಗಳಿಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿರುವುದು.

ವಲಯ ನಿಯಂತ್ರಕ ಸಮೀಕರಣ

Zone Control Equation

ಒಂದು ವಲಯದ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳು ಗೊತ್ತಿದ್ದರೆ, ದತ್ತ ಘಾತಸೂಚಿಯ ಮುಖವು, ಈ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಮೊದಲು, ಗೊತ್ತಿರುವ ಮುಖಗಳ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಅನಂತರ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆಗೆ, ವಲಯ ನಿಯಂತ್ರಕ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಬೇಕು. (uvw) ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆಯಾಗಿರಲಿ ಮತ್ತು (hkl) ದತ್ತ ಮುಖದ ಘಾತಸೂಚಿಯಾಗಿರಲಿ. ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಪ್ರಕಾರ $hu+kv+lw=o$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ದತ್ತಮುಖವು ಈ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ: 110 ಮತ್ತು 111 ಒಂದು ವಲಯದ ಎರಡು ಮುಖಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳು. 112 ಘಾತಸೂಚಿಯ ಮುಖವು, ಈ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದೋ ಅಲ್ಲವೋ ನಿರ್ಧರಿಸೋಣ.

ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ

1	1 0	1 1	0	$1 - 0 = 1$
				$0 - 1 = \bar{1}$
1	1 1	1 1	1	$1 - 1 = 0$

$= (1\bar{1}0)$

ವಲಯ ನಿಯಂತ್ರಕ ಸಮೀಕರಣದ ಅನ್ವಯ

$$h \cdot u + k \cdot v + l \cdot w = o$$

$$1 \cdot 1 + 1 \cdot \bar{1} + 2 \cdot 0 = 0$$

$$1 - 1 + 0 = 0$$

$\therefore$ 112 ಮುಖವು ಈ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ಮುಖ.

ಉದಾಹರಣೆ: 123 ಮತ್ತು 121ಗಳು ವಲಯದ ಮುಖಗಳು, ಹಾಗೂ 132 ಮತ್ತು 112ಗಳು ಅದೇ ಹರಳಿನ ಇನ್ನೊಂದು ವಲಯದ ಮುಖಗಳು. ಈ ಎರಡು ವಲಯಗಳ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮುಖ ಯಾವುದು ? $\bar{1}32$ ಮುಖವು ಈ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ. ಅದು ಸೇರಿದುದಲ್ಲವಾದರೆ, ಯಾವ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

123 ಮತ್ತು 121 ಮುಖಗಳ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ

1	23	12	3	$2 - 6 = \bar{4}$
				$3 - 1 = 2$
1	21	12	1	$2 - 2 = 0$

$\bar{4}20$ ಅಥವಾ $\bar{2}10$ = ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ.

132 ಮತ್ತು 112 ಮುಖಗಳ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ

1	32	13	2	$6 - 2 = 4$
				$2 - 2 = 0$
1	12	11	2	$1 - 3 = \bar{2}$

$40\bar{2}$ ಅಥವಾ $20\bar{1}$ = ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ.

ಎರಡು ವಲಯಗಳ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಚಿಹ್ನೆ

2	10	$\bar{2}1$	0	$\bar{1} - 0 = \bar{1}$
				$0 - 2 = \bar{2}$
2	$0\bar{1}$	20	1	$0 - 2 = \bar{2}$

$\bar{1}\bar{2}\bar{2}$ = ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಚಿಹ್ನೆ.

ವಲಯ ನಿಯಂತ್ರಕ ಸಮೀಕರಣ ಅನ್ವಯ

$h \cdot u + k \cdot v + l \cdot w = o$

$\bar{1} \cdot \bar{1} + 3 \cdot \bar{2} + 2 \cdot \bar{2} = -9$

$\therefore$ $\bar{1}32$ ಮುಖವು $\bar{1}2\bar{2}$ ಮುಖದ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದಲ್ಲ.

ಹಾಗಾದರೆ $\bar{1}32$ ಮುಖವು ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಮುಖ ವಲಯಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದಾಗಿರಬೇಕು. ಅವು ಯಾವುವೆಂದರೆ

(1) 123 ಮತ್ತು 132
(2) 121 ಮತ್ತು 112
(3) 132 ಮತ್ತು 121
(4) 113 ಮತ್ತು 112

1.

1	23	12	3		$4 - 9 = \bar{5}$
					$3 - 2 = 1$
1	32	13	2		$3 - 2 = 1$

$= \bar{5}11$ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ.

$h \cdot u + k \cdot v + l \cdot w = 0$

$\bar{1} \cdot \bar{5} + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 10$

$\therefore$ $\bar{1}32$ ಈ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದಲ್ಲ.

2.

1	21	12	1		$4 - 1 = 3$
					$1 - 2 = \bar{1}$
1	12	11	2		$1 - 2 = \bar{1}$

$= 3\bar{1}\bar{1}$ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ.

$h \cdot u + k \cdot v + l \cdot w = o$

$\bar{1} \cdot 3 + 3 \cdot \bar{1} + 2 \cdot \bar{1} = -8$

$\therefore$ $\bar{1}32$ ಈ ವಲಯಕ್ಕೂ ಸೇರಿದುದಲ್ಲ.

3.

1	32	13	2
1	21	12	1

$3 - 4 = \bar{1}$
$2 - 1 = 1$
$2 - 3 = \bar{1}$

$= \bar{1}1\bar{1}$ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ.

$h \cdot u + k \cdot v + l \cdot w = 0$
$\bar{1} \cdot \bar{1} + 3 \cdot 1 + 2 \cdot \bar{1} = ?$
$1 + 3 + \bar{2} = 2$

$\therefore$ $\bar{1}32$ ಈ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸಹ ಸೇರಿದುದಲ್ಲ.

4.

1	23	12	3
1	12	11	2

$4 - 3 = 1$
$3 - 2 = 1$
$1 - 2 = \bar{1}$

$= 11\bar{1}$ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆ.

$h \cdot u + k \cdot v + l \cdot w = 0$
$\bar{1} \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot \bar{1} = ?$
$\bar{1} + 3 + \bar{2} = 0$

$\therefore$ $\bar{1}32$ ಮುಖವು 132 ಮತ್ತು 112 ಮುಖ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ

I ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಸ್ಫಟಿಕದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದ ಮುಖಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಅವುಗಳ ವಲಯ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) 120 ಮತ್ತು 110
ii) $\bar{1}00$ ಮತ್ತು $\bar{1}10$
iii) $\bar{1}10$ ಮತ್ತು $0\bar{1}0$
iv) 101 ಮತ್ತು 001
v) 120 ಮತ್ತು 121

vi) 010 ಮತ್ತು 113

vii) 111 ಮತ್ತು 011

viii) 0$\bar{1}$1 ಮತ್ತು 301

II ಕೆಳಗೆ ಎರಡು ವಲಯಗಳ ಎರಡೆರಡು ಮುಖಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಈ ವಲಯಗಳ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮುಖದ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) 121, 011 ಮತ್ತು 111, 110.

ii) $\bar{1}$00, $\bar{1}$11 ಮತ್ತು $\bar{2}$01, $\bar{1}$10.

iii) 100, 101 ಮತ್ತು 010, 011.

III ಕೆಳಗೆ ಒಂದೇ ವಲಯದ ಮೂರು ಮುಖಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ x ಮುಖದ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

i) 100, x ಮತ್ತು 001.

ii) 010, x ಮತ್ತು 011.

iii) 021, x ಮತ್ತು 001.

iv) 001, x ಮತ್ತು 110.

v) 121, x ಮತ್ತು 101.

vi) 101, x ಮತ್ತು 1$\bar{2}$1.

vii) 001, x ಮತ್ತು 120.

IV (a) 101 ಮತ್ತು $\bar{1}$10 ಗಳು ಒಂದೇ ವಲಯದ ಎರಡು ಮುಖಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳು. 111 ಘಾತಸೂಚಿಯ ಮುಖವು ಈ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

(b) 113 ಮತ್ತು 221 ಗಳು ಅನಟೇಸ್ ಹರಳಿನ ಒಂದೇವಲಯದ ಮುಖಗಳು ; 101 ಮತ್ತು 010 ಗಳು ಇನ್ನೊಂದು ವಲಯದ ಮುಖಗಳು. ಈ ಎರಡು ವಲಯಗಳ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ಮತ್ತು 121 ಈ ವಲಯಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದುದೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬು ದನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

(c) 103 ಮತ್ತು 133 ಗಳು ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಹರಳೊಂದರ ಒಂದೇ ವಲಯದ ಮುಖಗಳು; 011 ಮತ್ತು 213 ಗಳು ಮತ್ತೊಂದು ವಲಯದ ಮುಖಗಳು. ಈ ಎರಡು ವಲಯಗಳ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮುಖದ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ. 121 ಈ ವಲಯಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

(d) 001 ಮತ್ತು 021 ಗಳು ಟೊಪಾಜ್ ಹರಳಿನ ಒಂದು ವಲಯದ ಮುಖಗಳು; 100 ಮತ್ತು 111ಗಳು ಇನ್ನೊಂದು ವಲಯದ ಮುಖಗಳು. ಈ ಎರಡು ವಲಯಗಳ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮುಖ ಯಾವುದು? 211 ಮುಖವು ಈ ವಲಯಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

(e) 211 ಮತ್ತು 121 ಗಳು ಗಾರ್ನೆಟ್ ಹರಳಿನ ಒಂದು ವಲಯದ ಮುಖಗಳು; 110 ಮತ್ತು 112 ಗಳು ಮತ್ತೊಂದು ವಲಯದ ಮುಖಗಳು. ಈ ಎರಡು ವಲಯಗಳ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮುಖ ಯಾವುದು? 011 ಮುಖವು ಈ ವಲಯಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದುದೇ, ಅಲ್ಲವೇ ನಿರ್ಧರಿಸಿ; ಈ ವಲಯಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದುವಲ್ಲವಾದರೆ ಯಾವ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

ಉತ್ತರಗಳು

I i) $00\bar{1}$ ii) $00\bar{1}$ iii) 001 iv) $0\bar{1}0$ v) $2\bar{1}0$ vi) 301 vii) $0\bar{1}1$ viii) 313.

II i) $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ ii) $\bar{3}11$ iii) 001.

III i) 101 ii) 021 iii) 011 iv) 111 v) 111 vi) $1\bar{1}1$ vii) 121.

IV i) ಅಲ್ಲ ii) 111 ; ಅಲ್ಲ iii) $\bar{1}\bar{2}\bar{3}$; ಅಲ್ಲ iv) $\bar{1}00$; ಅಲ್ಲ v) 332 ; 011 ಮುಖವು 121 ಮತ್ತು 110 ಮುಖವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದು.

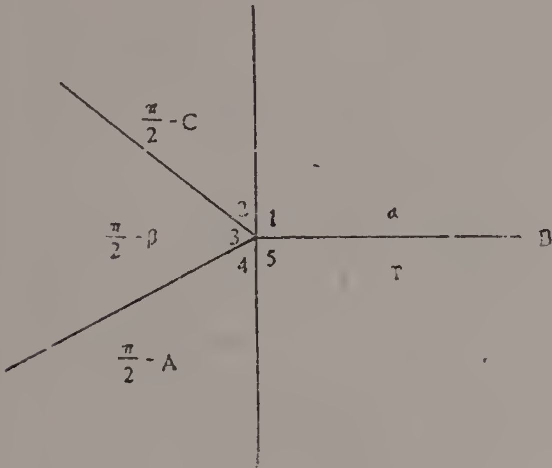
ನೇಪಿಯರ್ ನಿಯಮ

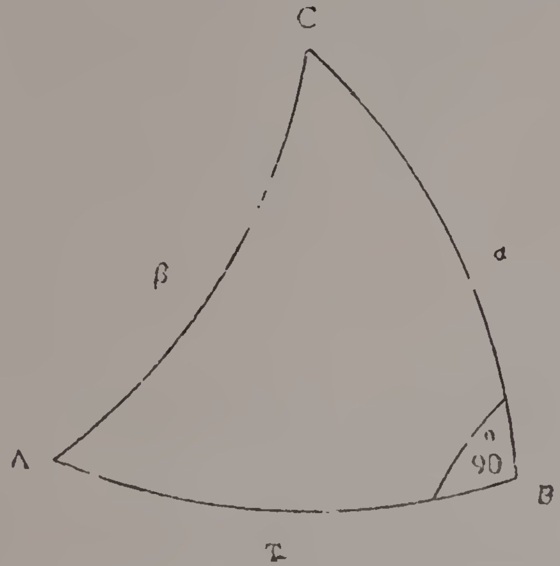
Napier's Rule

ಈ ನಿಯಮವು ಸ್ಫಟಿಕದ ಭಾಗಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಕ್ಕೆ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿದೆ. ಈ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವು ಅನೇಕ ಸಮಕೋನ ಗೋಳತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ. ಇತರ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಹಾಗೆ ಸಮಕೋನಗೋಳ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ 3 ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು 3 ಕೋನಗಳು ಇರುವುವು. ಈ ಆರುಭಾಗಗಳೂ ವೃತ್ತಚಾಪಗಳು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು 90° ಇರುತ್ತದೆ. ನೇಪಿಯರ್ ನಿಯಮವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಮಾಡುವಾಗ ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಬಿಟ್ಟು, ಉಳಿದ 5 ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಗಣನೆಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗುವುದು.

ನೇಪಿಯರ್ ನಕ್ಷೆ

ನೇಪಿಯರ್ ನಿಯಮವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಲು ನೇಪಿಯರ್ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬರೆಯಬೇಕು. ಮೊದಲು ಒಂದು ನೇರ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ರೇಖೆಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಬಲಗಡೆಗೆ ಒಂದು ಕ್ಷಿತಿಜ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ; ಎಡಗಡೆಗೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಕ್ಷಿತಿಜರೇಖೆಯು ಗೋಳ ತ್ರಿಭುಜದ ಸಮಕೋನವನ್ನು





ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಉಳಿದ 5 ಭಾಗಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ 5 ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗುವುದು. ಸಮಕೋನವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದು. ಉಳಿದ ಮೂರು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ಐದು ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಮಧ್ಯಭಾಗವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಆಗ ಅದರ ಎರಡು ಪಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿರುವ ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಭಾಗಗಳೆಂದೂ, ಉಳಿದೆರಡು ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಎದುರು ಭಾಗಗಳೆಂದೂ ಹೆಸರು.

ನೇಪಿಯರ್‌ನ ನಿಯಮ

sine (ಮಧ್ಯಭಾಗ) = tan (ಪಾರ್ಶ್ವಭಾಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ)

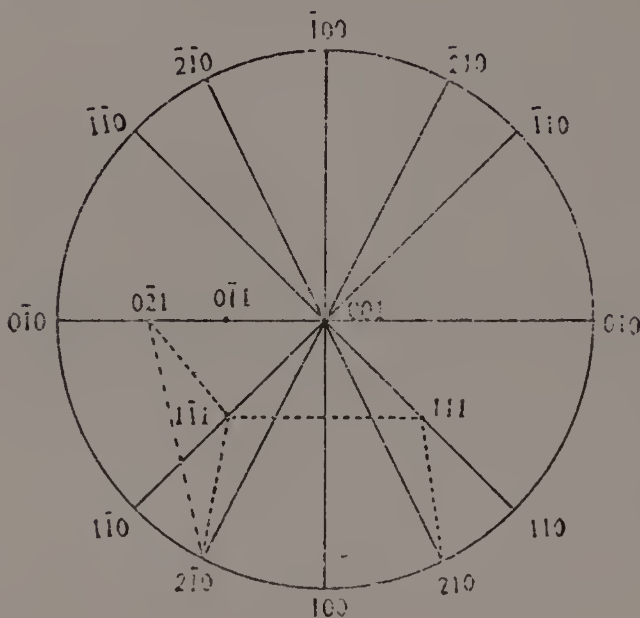
ಅಥವಾ

= cosine (ಎದುರು ಭಾಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ)

ಉದಾಹರಣೆ 1

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $100 \wedge 210 = 26^\circ\ 34'$ ಮತ್ತು $001 \wedge 1\bar{1}1 = 54^\circ\ 44'$ ಇದ್ದರೆ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
i) $111 \wedge 210$; ii) $2\bar{1}0 \wedge 0\bar{2}1$; iii) $111 \wedge 1\bar{1}1$.

I] $111 \wedge 210$



$001 \wedge 110 = 90^\circ$

$\because 001 \wedge 111 = 54^\circ\ 44'$

$\therefore 111 \wedge 110 = 35^\circ\ 16'$

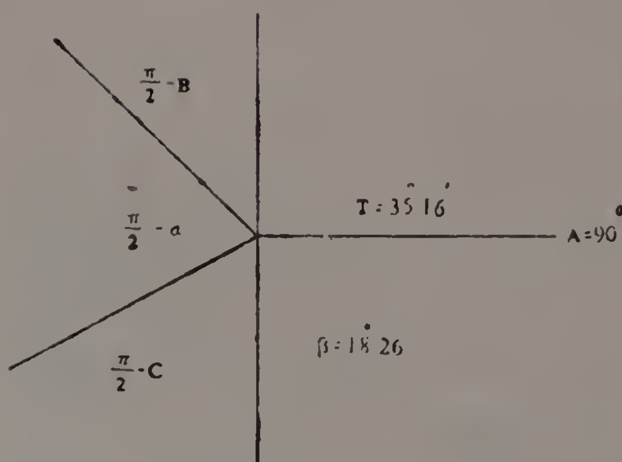
$\gamma = 35^\circ\ 16'$

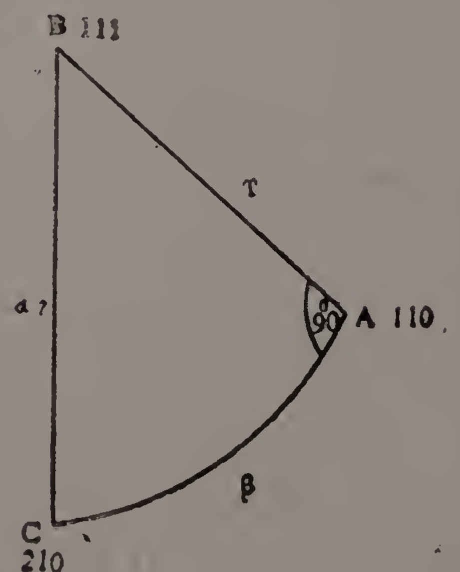
$100 \wedge 110 = 45^\circ$

$\because 110 \wedge 210 = 26^\circ\ 34'$

$\therefore 210 \wedge 110 = 18^\circ\ 26'$

$\beta = 18^\circ\ 26'$





$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\gamma \cdot \cos\beta$

$\therefore \cos\alpha = \cos\gamma \cdot \cos\beta$

$\therefore \log\cos\alpha = \log\cos\gamma + \log\cos\beta$

$= \log \text{los}\, 35^\circ 16' + \log\cos 18^\circ 26'$

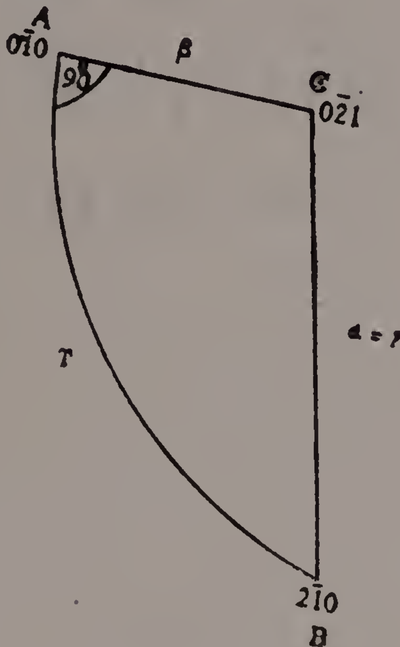
$= 9 \cdot 9119 + 9 \cdot 9771 = 19 \cdot 8890$

$19 \cdot 8890 - 10 = 9 \cdot 8890$

$\therefore \log\cos\alpha = 9 \cdot 8890$

$\alpha = 39^\circ\ 15' = 111 \wedge 210$

II] $2\bar{1}0 \wedge 0\bar{2}1$

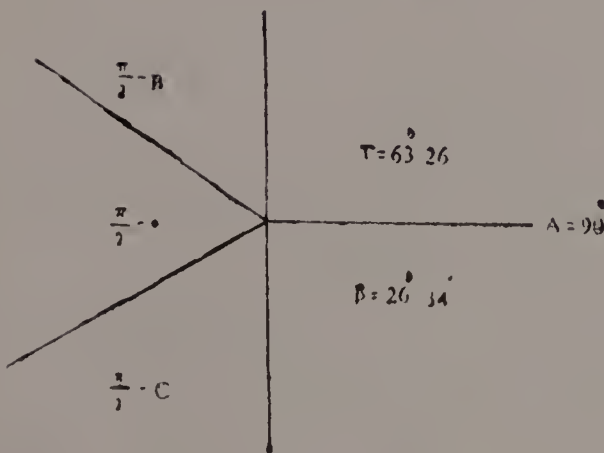


$110 \wedge 0\bar{1}0 = 90^\circ$

$\because 100 \wedge 2\bar{1}0 = 26^\circ\ 34'$

$\therefore 0\bar{1}0 \wedge 2\bar{1}0 = 90^\circ - 26^\circ\ 34' = 63^\circ\ 26'$

$\gamma = 63^\circ\ 26'$



$\because 100 \wedge 2\bar{1}0 = 26^\circ\ 34'$

$\therefore 0\bar{1}0 \wedge 0\bar{2}1 = 26^\circ\ 34'$

$\beta = 26^\circ\ 34'$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\gamma \cdot \cos\beta$

$\therefore \cos\alpha = \cos\gamma \cdot \cos\beta$

$\therefore \log\cos\alpha = \log\cos\gamma + \log\cos\beta$

$= \log\ \cos 63^\circ\ 26' + \log\cos$

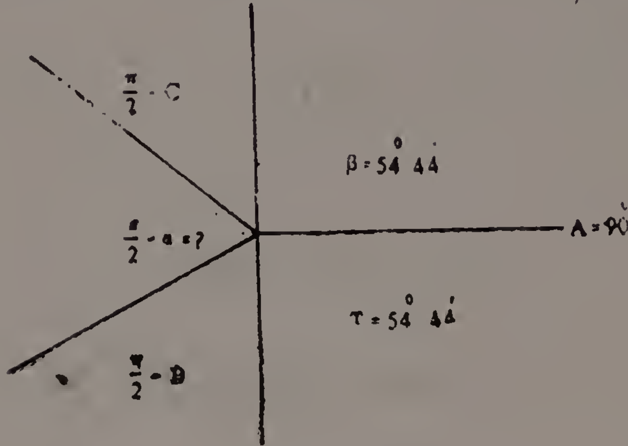
$26^\circ\ 34'$

$$= 9 \cdot 9515 + 9 \cdot 6505$$
$$= 19 \cdot 6020 - 10 = 9 \cdot 6020$$

$\therefore \log \cos \alpha = 9 \cdot 6020$

$$\alpha = 66^\circ\ 25' = 2\bar{1}0 \wedge 0\bar{2}1$$

III] $111 \wedge 1\bar{1}1$

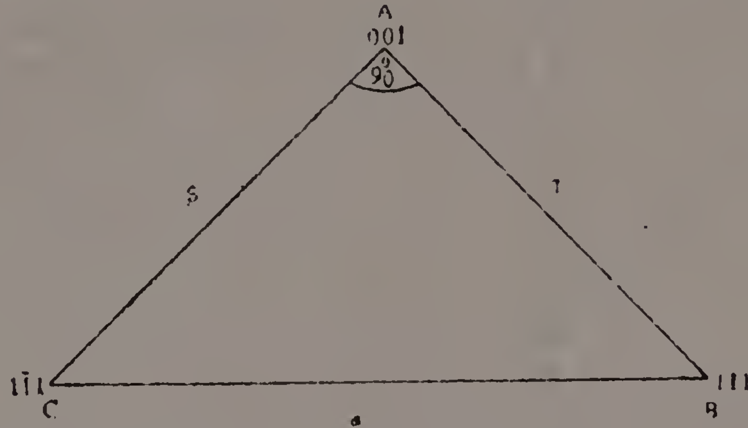


$001 \wedge 111 = 54^\circ\ 44'$ (ದತ್ತ)

$\therefore \gamma = 54^\circ\ 44'$

$001 \wedge 1\bar{1}1 = 54^\circ\ 44'$

$\therefore \beta = 54^\circ\ 44'$



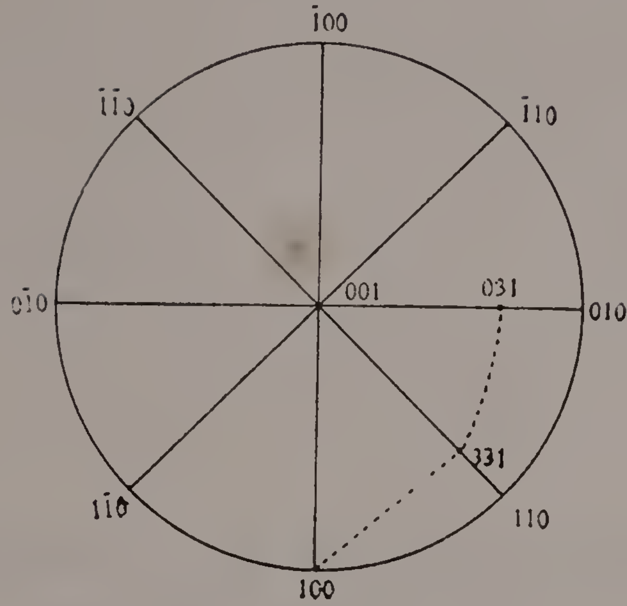
$$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \beta \cdot \cos \gamma$$
$$\cos \alpha = \cos \beta \cdot \cos \gamma$$
$$\log \cos \alpha = \log \cos 54^\circ\ 44' + \log \cos 54^\circ\ 44'$$
$$= 9 \cdot 7614 + 9 \cdot 7614$$
$$\log \text{Cos}\ \alpha = 19 \cdot 5228 - 10 = 9 \cdot 5228$$
$$\therefore \alpha = 70^\circ\ 32' = 111 \wedge 1\bar{1}1$$

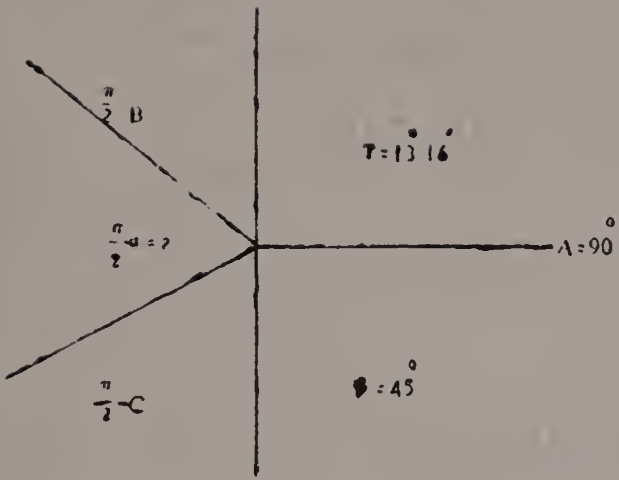
ಉದಾಹರಣೆ 2

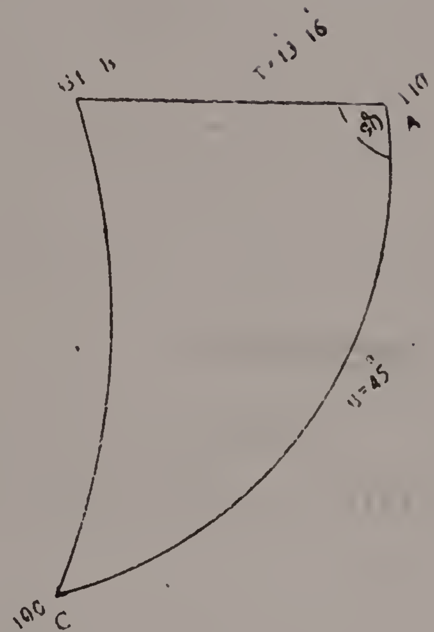
ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಹರಳೊಂದರಲ್ಲಿ $110 \wedge 331 = 13^\circ\ 16'$ ಇದ್ದರೆ, $001 \wedge 331$ ಮತ್ತು $001 \wedge 031$ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

I] $110 \wedge 331$

$$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \gamma \cdot \cos \beta$$
$$\cos \alpha = \cos \gamma \cdot \cos \beta$$



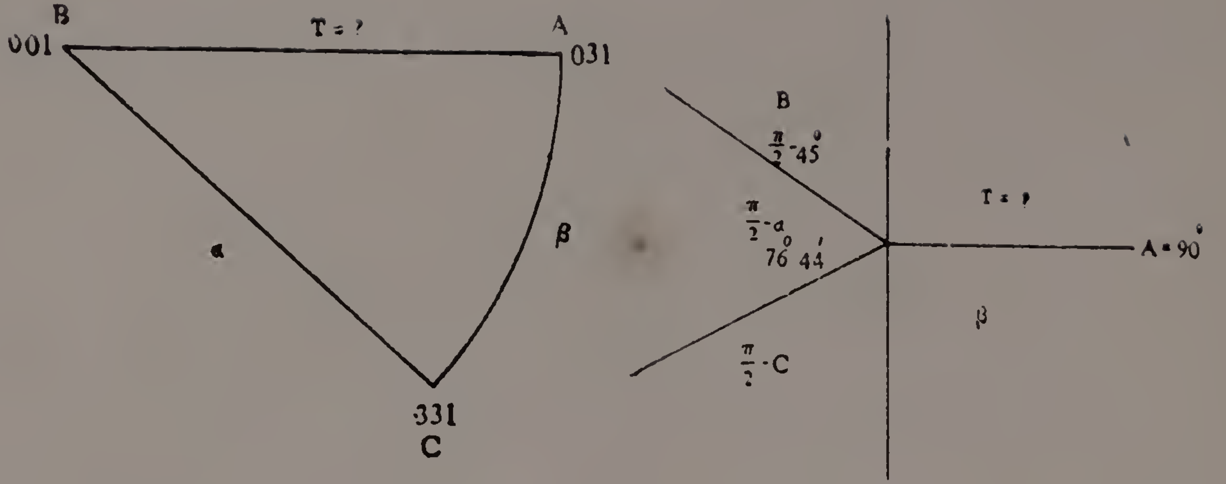




$$\log \cos \alpha = \log \cos 13^\circ 16' \cdot \log \cos 45^\circ$$
$$= 9\cdot 9883 + 9\cdot 8495 = 19\cdot 8378$$
$$= 19\cdot 8378 - 10 = 9\cdot 8378$$
$$= 46^\circ 30' = \alpha = 100 \wedge 331 \cdot$$

II] $001 \wedge 031$

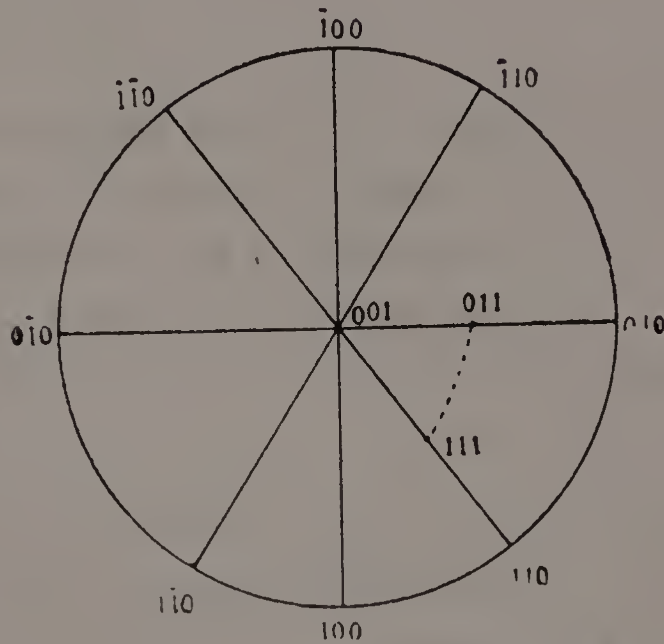
$$\sin (90^\circ - \text{B}) = \tan \alpha \cdot \tan \gamma$$
$$\sin 45^\circ = \tan 76^\circ 44' \cdot \tan \gamma$$
$$\cos 45^\circ = \cot 76^\circ 44' \cdot \tan \gamma$$
$$\therefore \tan \gamma = \frac{\cos 46^\circ}{\cot 76^\circ 44'}$$
$$= \cos 45^\circ + \cot 76^\circ 44'$$



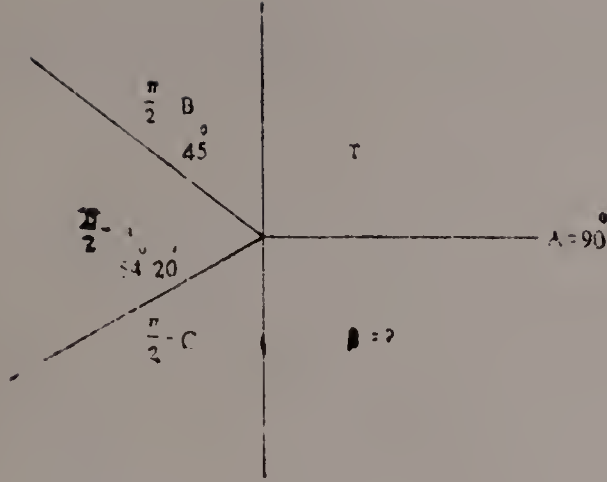
$$\therefore \log \tan \gamma = \log \cos 45^\circ + \log \tan 76^\circ\, 44'$$
$$= 9 \cdot 8495 + 10 \cdot 6275 = 20 \cdot 4770$$
$$= 20 \cdot 4770 - 10 = 10 \cdot 4770$$
$$\therefore \gamma = 71^\circ\, 34' = 031 \wedge 001$$

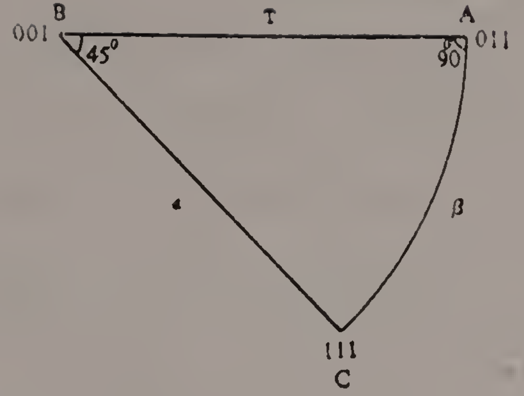
ಉದಾಹರಣೆ 3

ಚಾಲ್ಕೊಪೈರಟಿಸ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $001 \wedge 111 = 54^\circ\, 20'$ ಇದ್ದರೆ, $110 \wedge 011$ ಕೋನವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.



$$\sin \beta = \cos 90^\circ - \alpha \cdot \cos 90^\circ - B$$
$$= \sin \alpha \cdot \sin B \cdot$$

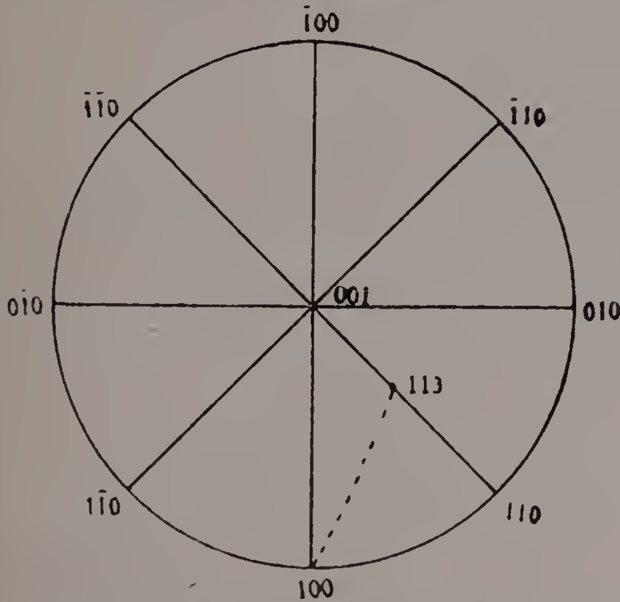


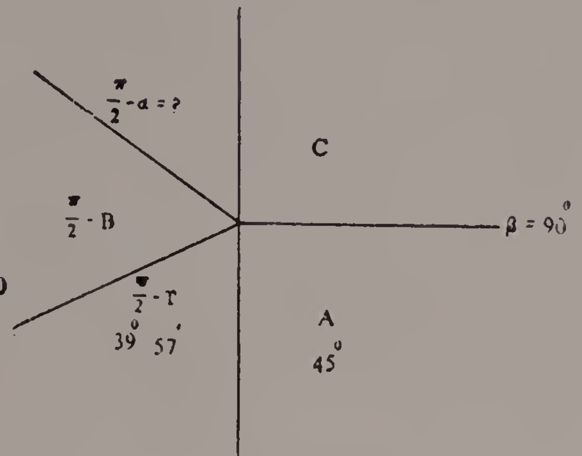


$$\log \sin \beta = \log \sin 54^\circ\ 20' + \log \sin 45^\circ$$
$$= 9 \cdot 9098 + 9 \cdot 8495 = 19 \cdot 7593$$
$$= 19 \cdot 7593 - 10 = 9 \cdot 7593$$
$$\beta = 35^\circ\ 4' = 011 \wedge 111$$

ಉದಾಹರಣೆ 4

ಅನಟೇಸ್ ಹರಳೊಂದರಲ್ಲಿ $110 \wedge 113 = 50^\circ 3'$ ಇದ್ದರೆ, $100 \wedge 113$ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.





$$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos (90^\circ - \gamma) \cdot \cos A$$
$$\therefore \cos \alpha = \sin \gamma \cdot \cos A$$
$$\therefore \log \cos \alpha = \log \sin 39^\circ\ 57' + \log \cos 45^\circ$$
$$= 9 \cdot 8077 + 9 \cdot 8495 = 19 \cdot 6572$$
$$= 19 \cdot 6572 - 10 = 9 \cdot 6572$$
$$\therefore \alpha = 62^\circ\ 59' = 100 \wedge 113$$

ಉದಾಹರಣೆ 5

ಅನಟೇಸ್ ಹರಳಿನ 100 ∧ 101 = 29° 32′ ಇದ್ದರೆ, 001 ∧ 111 ಕೋನವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ.

$$\sin(90° - c) = \tan\alpha \cdot \tan\beta$$

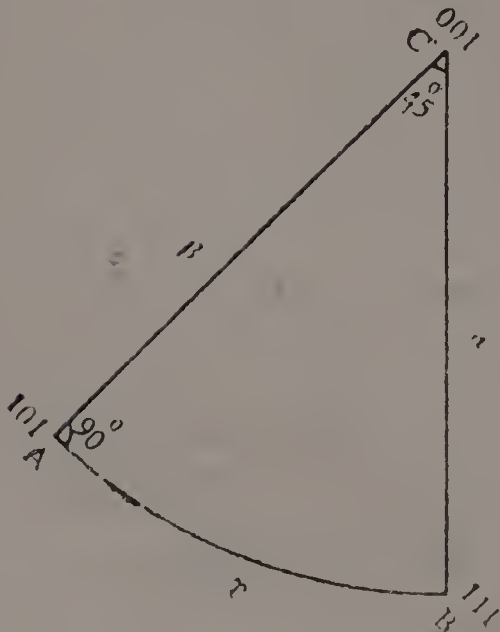
$$\cos c = \cot\alpha \cdot \tan\beta$$

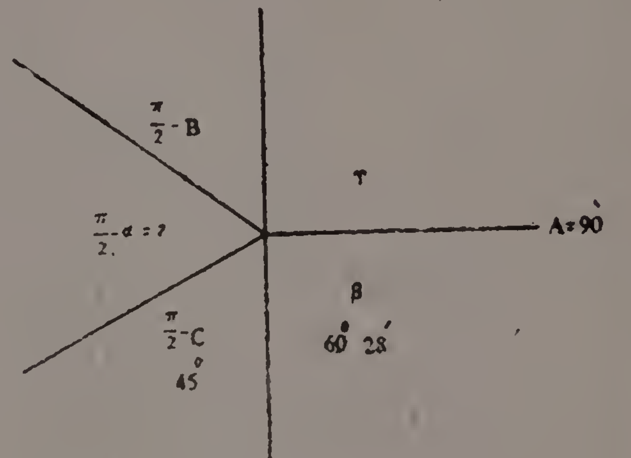
$$\cos c = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha}$$

$$\therefore \tan\alpha = \frac{\tan\beta}{\cos c}$$



$$\therefore \log\tan\alpha = \log\tan 60°\ 28' - \log\cos 45°$$
$$= 10 \cdot 2468 - 9 \cdot 8495$$
$$\underline{\ 10 \cdot \qquad\quad 10 \cdot\ }$$
$$0 \cdot 2468 - (-0 \cdot 1505)$$
$$= 0 \cdot 2468 + 0 \cdot 1505 = 0 \cdot 3973$$
$$= 0 \cdot 3974 + 10 = 10 \cdot 3973$$



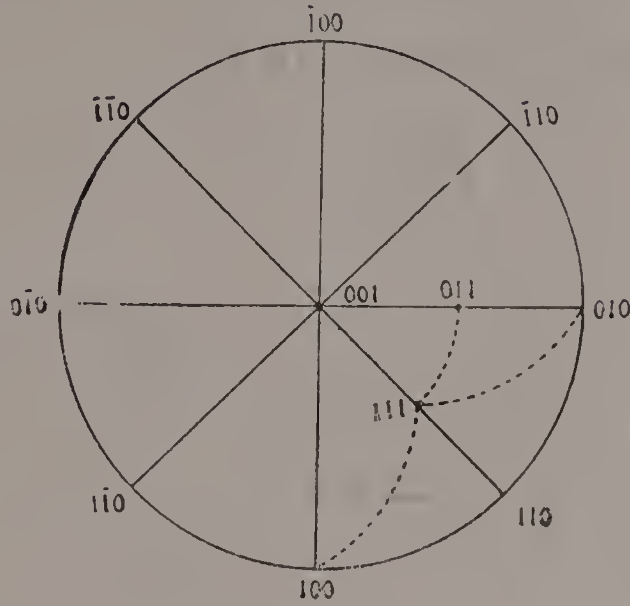


$$\therefore \ \log \tan \alpha = 10 \cdot 3973$$
$$= 68^\circ \ 10' = 001 \wedge 11$$

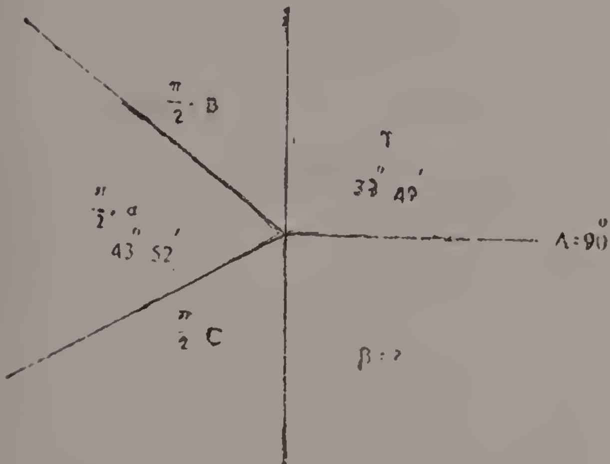
ಉದಾಹರಣೆ 6

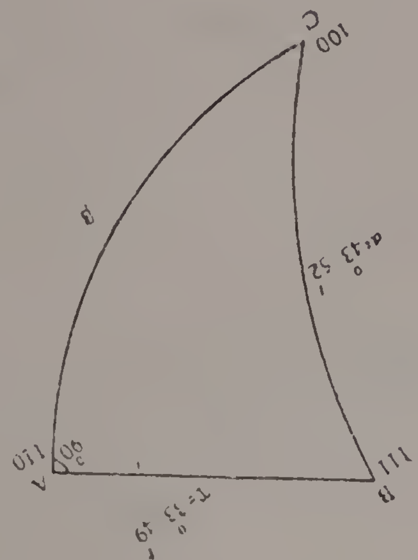
ಪೊಟಾಸಿಯಂ ಸಲ್ಫೇಟ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $100 \wedge 111 = 43^\circ \ 52'$ ಮತ್ತು $001 \wedge 111 = 56^\circ \ 11'$ ಇದ್ದರೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ i) $100 \wedge 110$ ii) $001 \wedge 011$ ಮತ್ತು iii) $010 \wedge 111$.

I] $100 \wedge 110$



$$\sin 90^\circ - \alpha = \cos \gamma \cdot \cos \beta$$
$$\cos \alpha = \cos \gamma \cdot \cos \beta$$
$$\therefore \cos \beta = \frac{\cos \alpha}{\cos \gamma}$$





$\therefore \log \cos \beta = \log \cos 43° \ 52' - \log \cos 33° \ 49'$

$= 9 \cdot 8579 - 9 \cdot 9195 = \bar{1} \cdot 9384$

$= \bar{1} \cdot 9384 + 10$

$\therefore \log \cos \beta = 9 \cdot 9384$

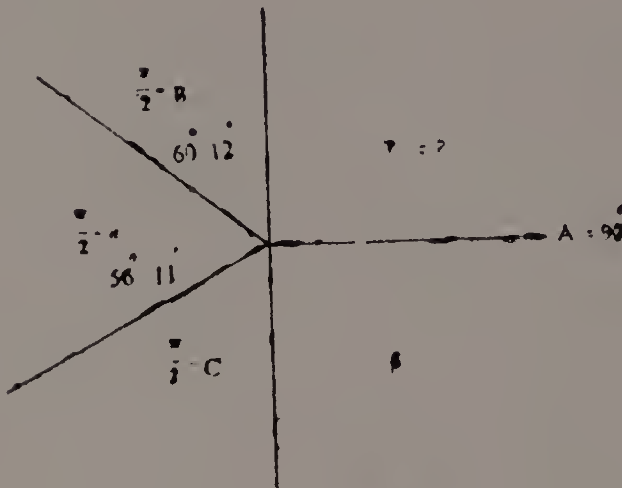
$\therefore \beta = 29° \ 48' = 100 \wedge 110.$

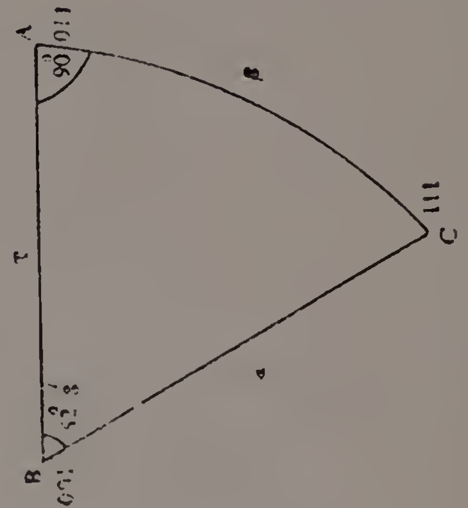
II] $001 \wedge 011$

$\sin 90° - B = \tan 90° - \alpha \cdot \tan \gamma$

$\cos B = \cot \alpha \cdot \tan \gamma$

$$= \frac{\tan \gamma}{\tan \alpha}$$





$\therefore \tan \gamma = \cos B \cdot \tan \alpha$

$\log \tan \gamma = \log \cos 60° \ 12' + \log \tan 56° \ 11'$

$= 9 \cdot 6963 + 10 \cdot 1740 = 19 \cdot 8703$

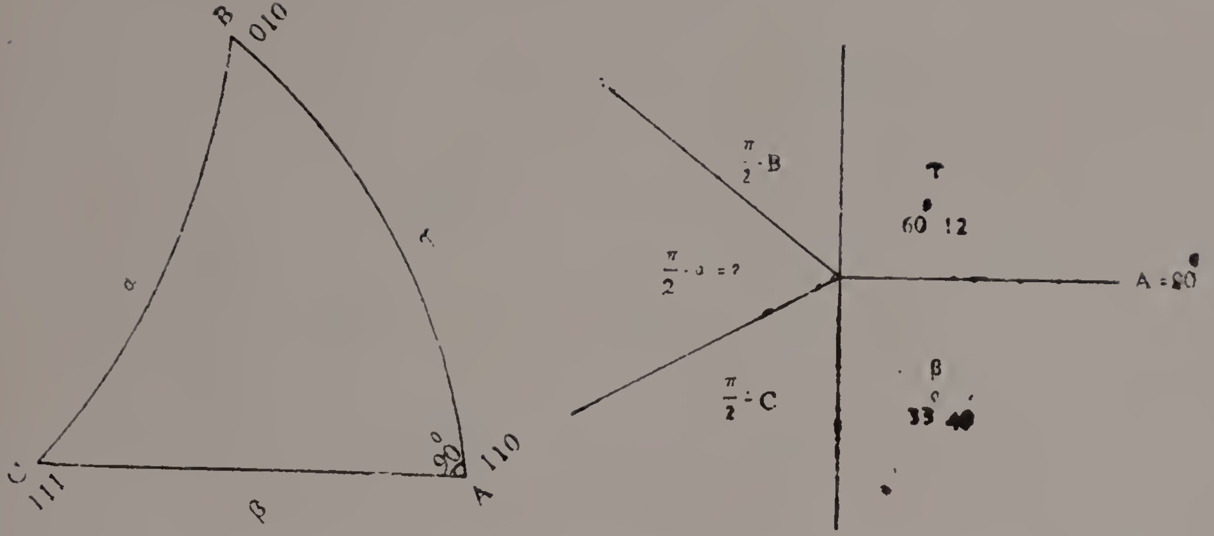
$= 19 \cdot 8703 - 10 = 9 \cdot 8703$

$\therefore \gamma = 36° \ 34' = 001 \wedge 011$

III] $010 \wedge 111$

$\sin 90° - \alpha = \cos \gamma \cdot \cos \beta$

$\cos \alpha = \cos \gamma \cdot \cos \beta$

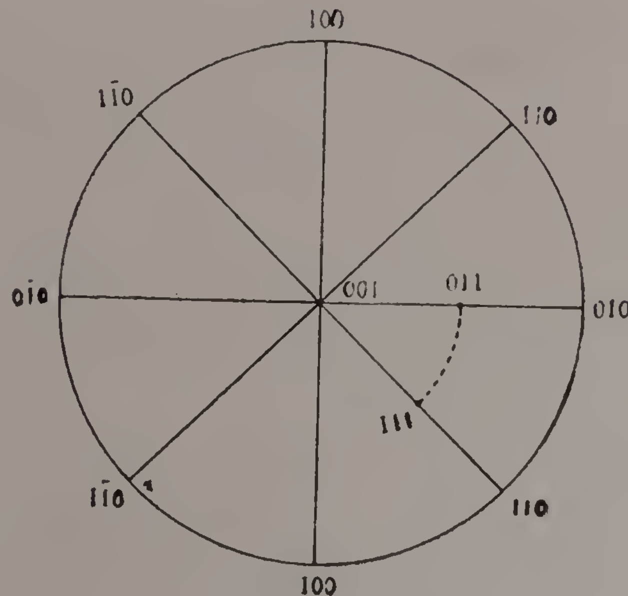


$$\therefore \log\cos\alpha = \log\cos 60^\circ 12' + \log\cos 33^\circ 49'$$
$$= 9\cdot6963 + 9\cdot9195 = 19\cdot6158$$
$$= 19\cdot6158 - 10 = 9\cdot6158$$
$$\therefore \alpha = 65^\circ 37' = 010\wedge111$$

ಉದಾಹರಣೆ 7

ಟೊಪಾಜ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $110\wedge1\bar{1}0 = 55^\circ 44'$ ಮತ್ತು $001\wedge011 = 43^\circ\ 39'$ ಇದ್ದರೆ, $001\wedge111$ ಕೋನವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ.

$$\sin 90^\circ - B = \tan 90^\circ - \alpha\cdot\tan\gamma$$
$$\cos B = \cot\alpha\cdot\tan\gamma$$
$$= \frac{\tan\gamma}{\cot\alpha}$$
$$\therefore \tan\alpha = \frac{\tan\gamma}{\cos B}$$



$$\therefore \log \tan \alpha = \log \tan 43^\circ\ 39' - \log \cos 62^\circ\ 8'$$
$$= 9 \cdot 9796 - 9 \cdot 6693$$
$$= 0 \cdot 3099 + 10$$
$$= 10 \cdot 3099$$
$$\alpha = 63^\circ\ 54' = 001 \wedge 111$$

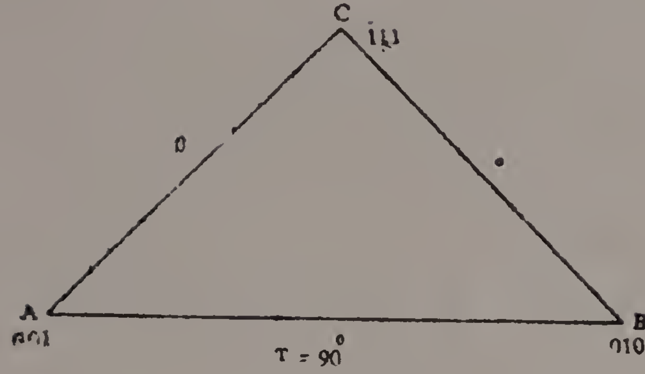
ಉದಾಹರಣೆ 8

ಟೊಪಾಜ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $0\bar{1}0 \wedge 0\bar{1}1 = 46^\circ\ 21'$, $\bar{1}00 \wedge \bar{1}\bar{1}0 = 27^\circ\ 52'$ ಮತ್ತು $113 \wedge 111 = 29^\circ\ 46'$ ಇದ್ದರೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ. 1) $001 \wedge 111$, 2) $\bar{1}11 \wedge 010$ ಮತ್ತು 3) $1\bar{1}3 \wedge 0\bar{1}0$.

1) $001 \wedge 111$

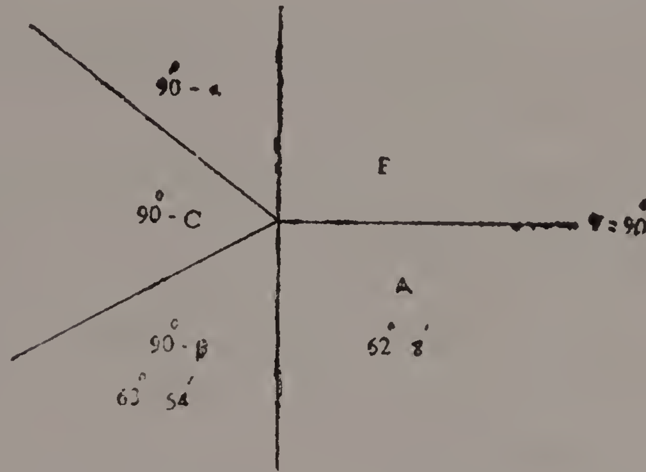
ಹಿಂದಿನ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಾಗಿದೆ.

2) $\bar{1}11 \wedge 010$



$$\sin 90° - \alpha = \cos 90° - \beta \cdot \cos A$$

$$\therefore \cos \alpha = \sin \beta \cdot \cos A$$



$$\therefore \log \cos \alpha = \log \sin 63° 54' + \log \cos 62° 8'$$

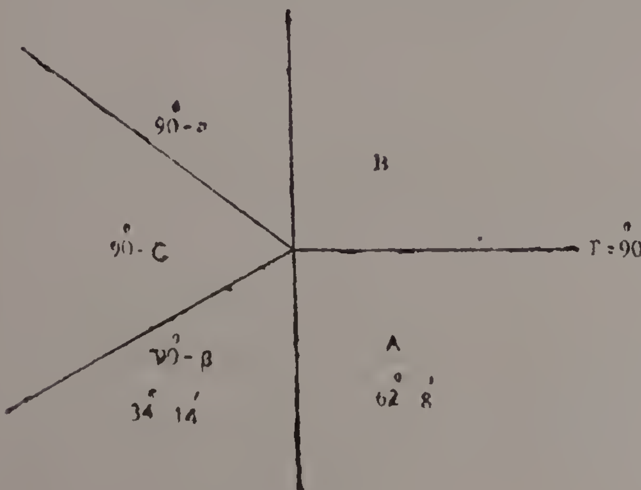
$$= 9 \cdot 9533 + 9 \cdot 6697 = 19 \cdot 6230$$

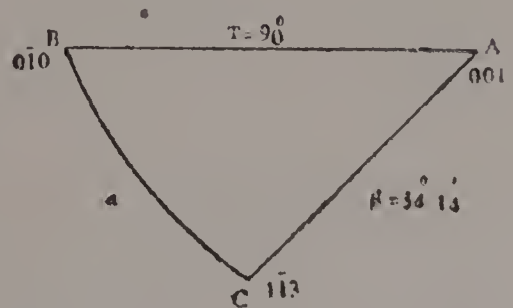
$$= 19 \cdot 6230 - 10 = 9 \cdot 6230$$

$$\alpha = 65° 11' = \bar{1}11 \wedge 010$$

3) $1\bar{1}3 \wedge 0\bar{1}0$

$$\sin 90 - \alpha = \cos 90 - \beta \cdot \cos A$$





$\therefore \cos \alpha = \sin \beta \cdot \cos A$

$\therefore \log \cos \alpha = \log \sin 34° \, 14' + \log \cos 62° \, 8'$

$= 9 \cdot 7502 + 9 \cdot 6697 = 19 \cdot 4199$

$= 19 \cdot 4199 - 10 = 9 \cdot 4199$

$\alpha = 74° \, 45' = 1\bar{1}3 \wedge 0\bar{1}0$

ಅಭ್ಯಾಸ

1. ಅನಟೇಸ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $001 \wedge 221 = 78° \, 45'$ ಇದ್ದರೆ, $110 \wedge 221$ ಕೋನವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ.
2. ಜಿರ್ಕಾನ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $110 \wedge 111 = 47° \, 50'$ ಇದ್ದರೆ, $1\bar{1}1 \wedge 0\bar{1}0$ ಕೋನ ಎಷ್ಟಿರುವುದು ?
3. ಸ್ಟೆಫೆನೈಟ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $110 \wedge \bar{1}10 = 64° \, 21'$ ಮತ್ತು $001 \wedge 111 = 52° \, 9'$ ಇದ್ದರೆ, ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ.

   a) $001 \wedge 101$ c) $0\bar{1}0 \wedge 1\bar{1}2$

   b) $0\bar{1}0 \wedge 0\bar{1}1$ d) $1\bar{1}1 \wedge \bar{2}23$

ಉತ್ತರಗಳು

1. 46° 7
2. 61° 40′
3. [a] 33° 20′ [b] 73° 32′ [c] 44° 14′ [d] 79° 12

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣ

Axial Ratio

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಎರಡನೆಯ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷದ ಉದ್ದವನ್ನು ಮಾನವಾಗಿ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು ಉಳಿದೆರಡು ಅಕ್ಷಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಇದರೊಡನೆ ಹೋಲಿಸಲಾಗುವುದು.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಅಕ್ಷಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ (1 : 1 : 1), ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವು ಮಾನ ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ಈ ಗಣದ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಆವಶ್ಯಕತೆ ಇಲ್ಲ.

ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಕ್ಷಿತಿಜಾಕ್ಷಗಳೆರಡು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳು ಮಾನ ಉದ್ದದಿಂದ (a : a : c ಅಥವಾ 1 : 1 : c) ಪ್ರತಿನಿಧಿಸ್ಪಡುತ್ತವೆ. ಲಂಬಾಕ್ಷದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗುವುದು. a ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ (c/a), ಈ ಗಣದ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣ ದೊರೆಯುವುದು.

ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಅಕ್ಷಗಳು ಅಸಮವಾಗಿರುವುವು. (a:1:c) 'b' ಅಕ್ಷವು ಮಾನಅಕ್ಷ. b ಮತ್ತು a ಅಕ್ಷಗಳ ಪ್ರಮಾಣ (a/b) ಹಾಗೂ b ಮತ್ತು c ಅಕ್ಷಗಳ ಪ್ರಮಾಣ (c/b) ಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬೇಕು.

ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಕೆಲವು ಕೋನ ಸಂಬಂಧಗಳು ಗೊತ್ತಿರಬೇಕು. ಇವುಗಳನ್ನು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಸ್ಫಟಿಕಗಳಿಂದ ಅಳೆದು ಪಡೆಯಲಾಗುವುದು. ಈ ಆಧಾರಭೂತ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಮೂಲಕೋನ (dasal angles) ಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇವುಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣ ಮತ್ತು ಅಂತರ ಮುಖ ಕೋನಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು. ಮೂಲಕೋನಗಳು ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ದತ್ತಾಂಶದಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಗೊತ್ತುಮಾಡಬೇಕು.

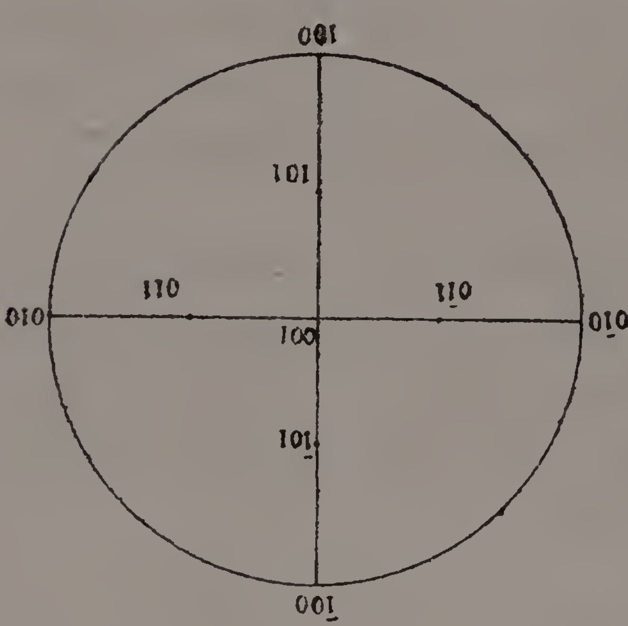
ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ 111 $\wedge$ 110 ಮೂಲಕೋನವಾಗಿರುವುದು ; ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಗಣದಲ್ಲಿ 001 $\wedge$ 011 ಅಥವಾ 101 ಮೂಲಕೋನವಾಗಿರುವುದು. ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಮೂಲಕೋನಗಳಿರುವುವು. ಅವು ಯಾವುವೆಂದರೆ 100 $\wedge$ 110 ಮತ್ತು 001 $\wedge$ 011.

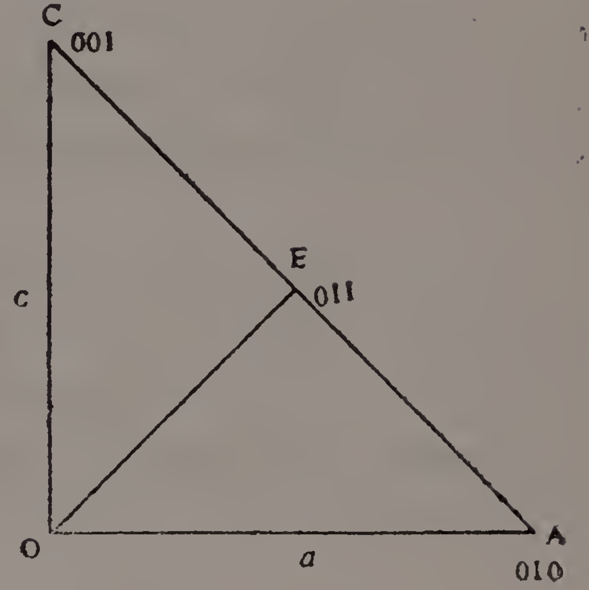
ಟೆಟ್ರಾಗನಲ್ ಗಣದ ಹರಳುಗಳ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನ

AOC ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $C\hat{O}E + A\hat{O}E = 90°$

AOE ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $B\hat{A}O + A\hat{O}E = 90°$

$\therefore C\hat{O}E = E\hat{A}O$





$C\hat{O}E = \hat{E}AO = x =$ ಮೂಲಕೋನವಾಗಿರಲಿ.

AOC ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $\tan O\hat{A}C = \frac{OC}{OA} = \frac{c}{a}$

$\therefore \tan x = \frac{c}{a}$

$\therefore c = \tan x \ (\tan E\hat{A}O)$

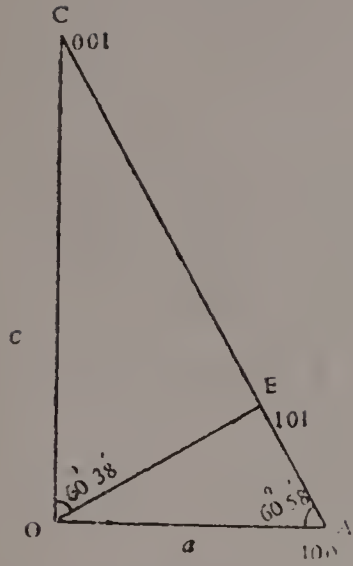
ಉದಾಹರಣೆ 1

ಅನಟೇಸ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $100 \wedge 101 = 29° \ 22'$ ಇದ್ದರೆ, ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$100 \wedge 101 = 29° \ 22'$

$\therefore 001 \wedge 101 = 90° - 29° \ 22'$

$= 60° \ 38'$ (ಮೂಲಕೋನ)



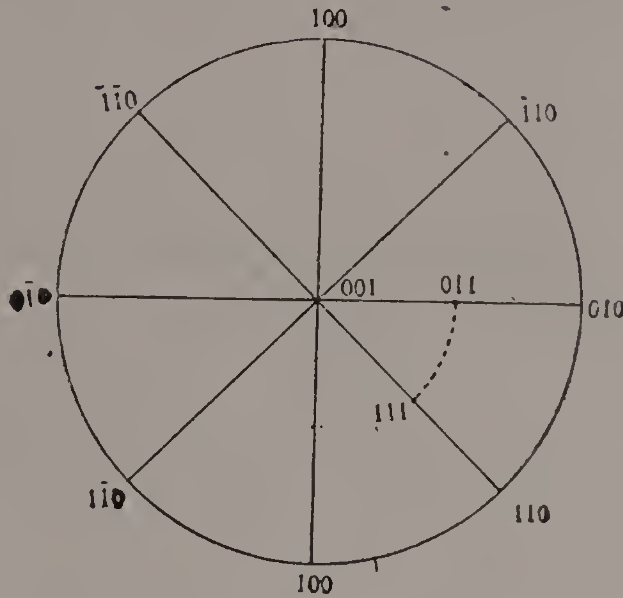
$\frac{OC}{OA}$ ಅಥವಾ $\frac{c}{a} = \tan\ 60^\circ\ 38'\ (\tan O\hat{A}E)$

$\therefore c = 1 \cdot 7771$

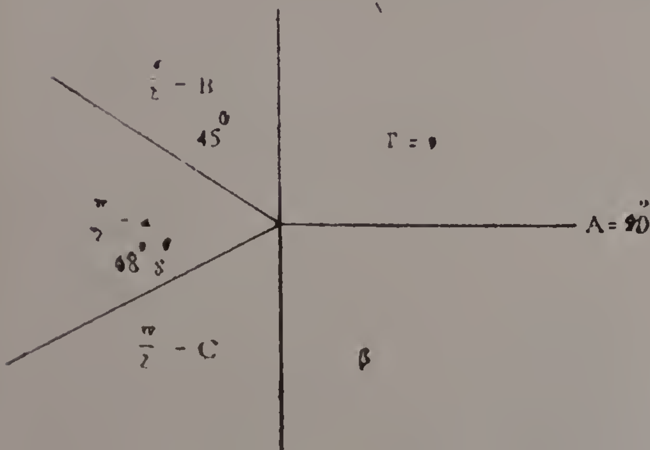
$1 : 1 : 1 . 7771$ ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣ.

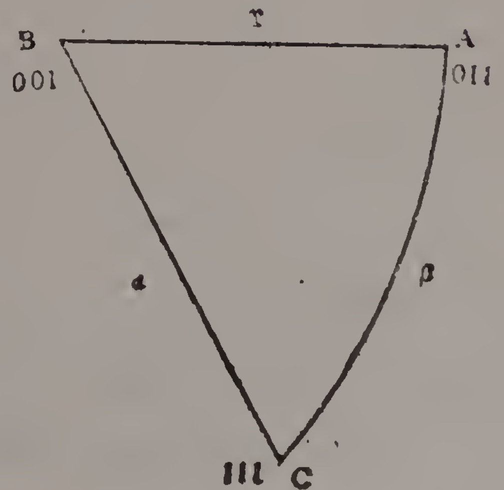
ಉದಾಹರಣೆ 2

ಅನಟೇಸ್ ಹರಳೊಂದರಲ್ಲಿ $001 \wedge 111 = 68^\circ\ 18'$ ಇದ್ದರೆ, ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



$$\sin 90^\circ - B = \tan 90^\circ - \alpha \cdot \tan \gamma$$
$$\cos B = \cot \alpha \cdot \tan \gamma$$



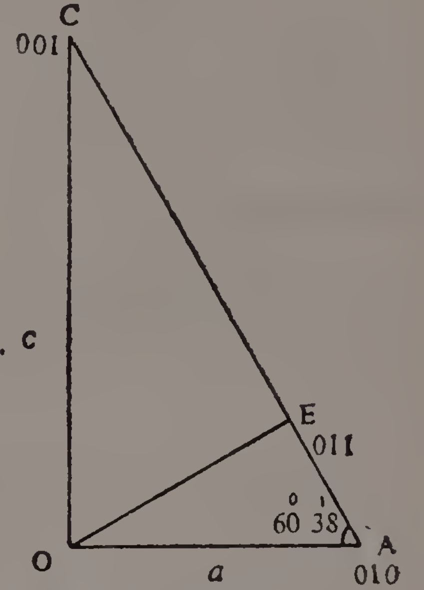


$$\tan \gamma = \frac{\cos B}{\cot \alpha}$$
$$= \cos B \cdot \tan \alpha$$
$$\therefore \log \tan \gamma = \log \cos 45^\circ + \log \tan 68^\circ\ 18'$$
$$= 9 \cdot 8495 + 10 \cdot 4002 = 20 \cdot 2497$$
$$= 20 \cdot 2497 - 10 = 10 \cdot 2497$$
$$\therefore \gamma = 60^\circ\ 38' = 001 \wedge 011$$ (ಮೂಲಕೋನ)

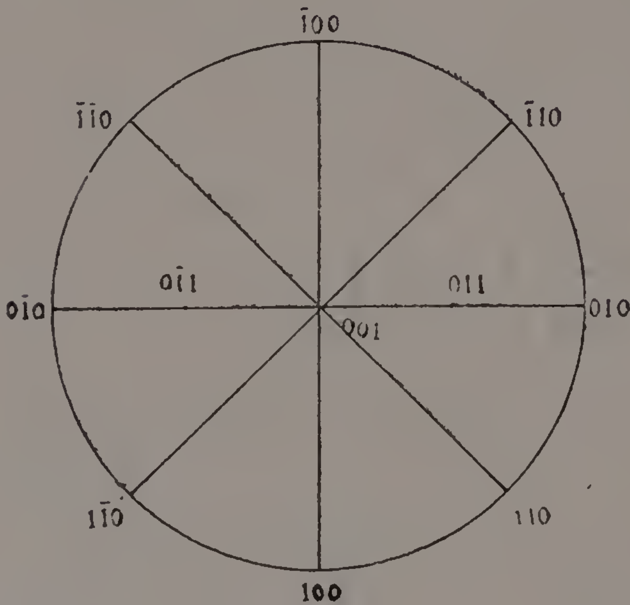
$\frac{OC}{OA} = \frac{c}{a} = \tan 60^\circ\ 38'$ ($\tan O\hat{A}E$)

$\therefore c = 1 \cdot 7771$

$1 : 1 : 1 \cdot 7771$ ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣ.



ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಗಣದ ಹರಳುಗಳ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನ



ಮೂಲಕೋನಗಳು

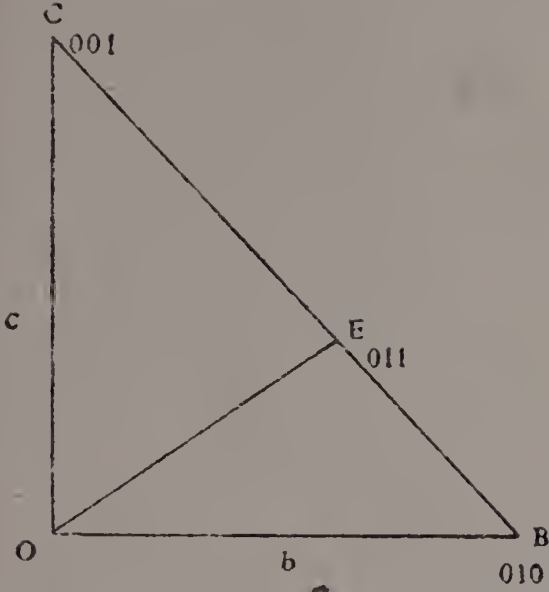
1. $001 \wedge 011$ b : c

2. $100 \wedge 110$ b : a

I. $001 \wedge 011$.

BOC ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, $C\hat{O}E + B\hat{O}E = 90^\circ$

BOE ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, $EB\hat{O} + B\hat{O}E = 90^\circ$



$\therefore C\hat{O}E = E\hat{B}O = C\hat{B}O$

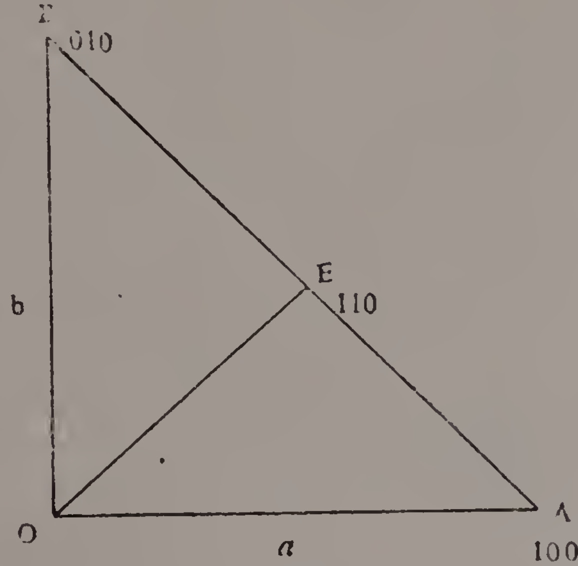
$\therefore \frac{OC}{OB} = \frac{c}{a} = \tan C\hat{B}O$

$\therefore C = \tan C\hat{B}O = C\hat{O}E$
(ಮೂಲಕೋನಗಳು)

2) $100 \wedge 110$

ABO ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, $B\hat{O}E + A\hat{O}E = 90°$

BOE ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, $B\hat{O}E + E\hat{B}O = 90°$



$\therefore$ AOE − EBO ಅಥವಾ ABO = x

$\frac{OA}{OB} = \frac{a}{b} = \tan A\hat{B}O$

$\therefore a = \tan A\hat{B}O$ (ಮೂಲಕೋನ)

ಉದಾಹರಣೆ 1

ಟೋಪಾಜ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ am = 27° 52′ ಮತ್ತು bq = 46° 21′ ಇದ್ದರೆ (a = 100, b = 010, m = 110 ಮತ್ತು q = 011), ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

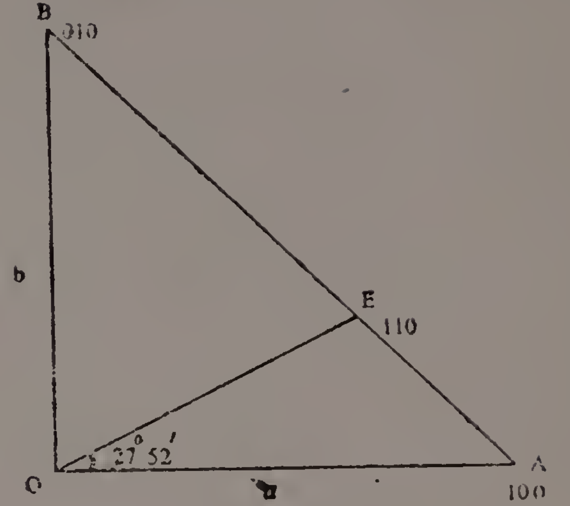
I]

100 ∧ 110

$$\frac{OA}{OB} = \frac{a}{b} \tan A\hat{B}O$$

$$\therefore a = \tan 27^\circ\ 52'$$

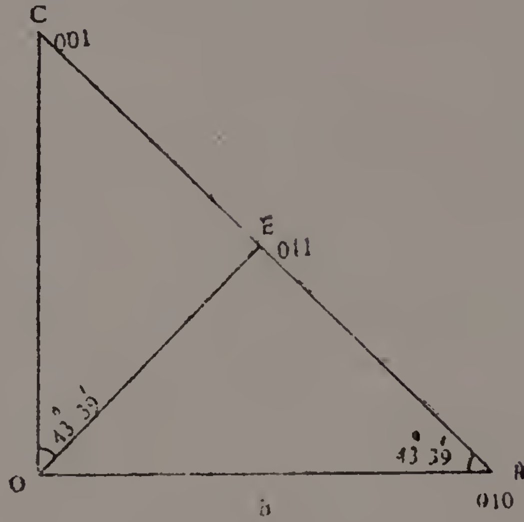
$$= \cdot 5287$$



II] 010 ∧ 011

$\because$ 010 ∧ 011 = 46° 21′

$\therefore$ 001 ∧ 011 = 90° — 46° 21′ = 43° 39′



$$\tan E\hat{B}O = \frac{OC}{OB} = \frac{c}{b} = \tan 43^\circ\ 39' = c$$

$$= \cdot 9540 \cdot$$

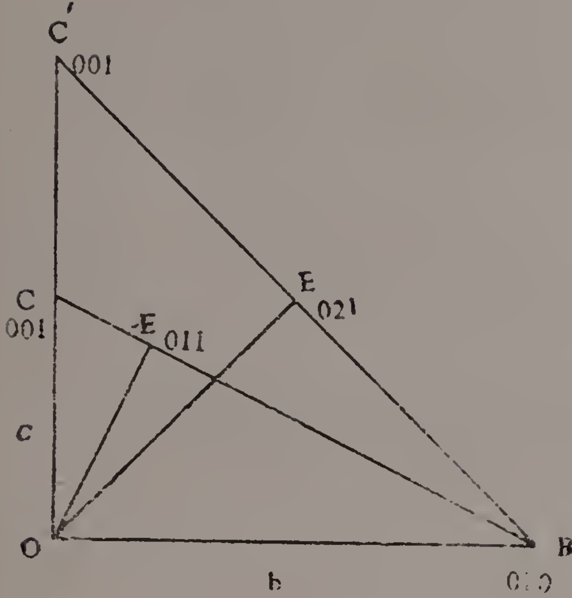
·5287 : 1 : ·9540 ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣ.

001 ∧ 021 ಕೋನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನ

OC′ = 2 OC

ABC′ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, $C\hat{O}E' + B\hat{O}E' = 90°$

OBE′ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, $E'\hat{B}O + B\hat{O}E' = 90°$



$\therefore C'\hat{O}E' = E'\hat{B}O = x°$

ಈಗ $\tan E\hat{B}O = \frac{OC}{OB} = \frac{2OC}{OB} = \frac{2c}{b}$

$\therefore 2C = \frac{1}{2} \tan E'\hat{B}O = \frac{1}{2} \tan x°$

ಉದಾಹರಣೆ 2

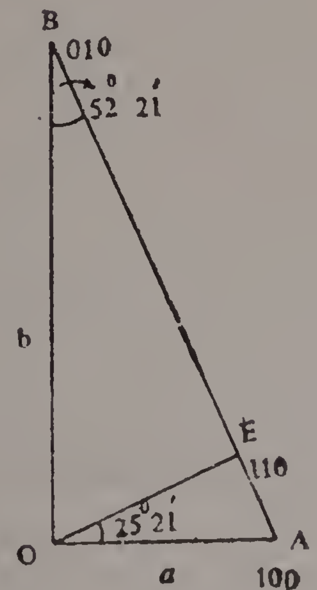
ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಹರಳೊಂದರಲ್ಲಿ $001 \wedge 021 = 59° 1'$ ಮತ್ತು $1\bar{1}0 \wedge 110 = 50° 42'$ ಇದ್ದರೆ, ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

I] $1\bar{1}0 \wedge 110 = 50° 42'$

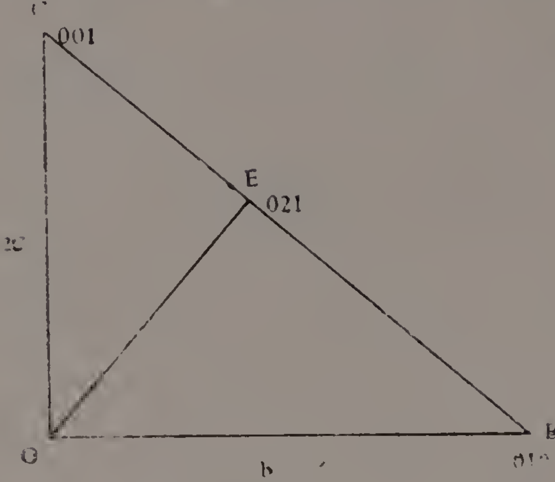
$\tan A\hat{B}O = \frac{OC}{OB} = \frac{a}{b} = a$

$\therefore a = \tan 25° 21' \left[\frac{1}{2} (50° 42') \right]$

$a = 0 \cdot 4738$



II] $001 \wedge 021 = 59° \ 1'$



$$\because \tan E\hat{B}O = \frac{2C}{D} = 2C$$

$$\frac{1}{2} \tan E\hat{B}O = \frac{OC}{OB} = \frac{c}{b}$$

$$\therefore C = \frac{1 \cdot 6654}{2} = \cdot 8327$$

$\therefore 0 \cdot 4738 : 1 : . \ 8327$ ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣ.

ಅಭ್ಯಾಸ

1 ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಈ ಹರಳುಗಳ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) $001 \wedge 011 = 30° \ 42'$

b) $011 \wedge 0\bar{1}1 = 89° \ 9'$

2 ಷೀಲೈಟ್ ಹರಳೊಂದರಲ್ಲಿ $1\dot{1}0 \wedge 1\bar{1}1 = 24° \ 44'$ ಇದ್ದರೆ, ಈ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

3 ಟೊಪಾಜ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $110 \wedge 120 = 46° \ 36'$ ಮತ್ತು $001 \wedge 021 = 62° \ 19'$ ಇದ್ದರೆ, ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವೇನು ?

4 ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್ ಹರಳೊಂದರಲ್ಲಿ $100 \wedge 130 = 59° \ 48'$ ಮತ್ತು $001 \wedge 021 = 56° \ 1'$ ಇದ್ದರೆ, ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ.

5 ಸ್ಕ್ಯಾಪೊಲೈಟ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $110 \wedge 111 = 58° \ 9'$ ಇದ್ದರೆ, ಇದರ ಮೂಲಕೋನವನ್ನು ಮತ್ತು ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

6 ಷೀಲೈಟ್ ಹರಳಿನಲ್ಲಿ $110 \wedge 111 = 24° \ 36'$ ಇದ್ದರೆ, ಇದರ ಮೂಲಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಈ ಹರಳಿನ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

ಉತ್ತರಗಳು

1 (a) 1 : 1 : 0 · 5938 (b) 1 : 1 : 0 · 9856

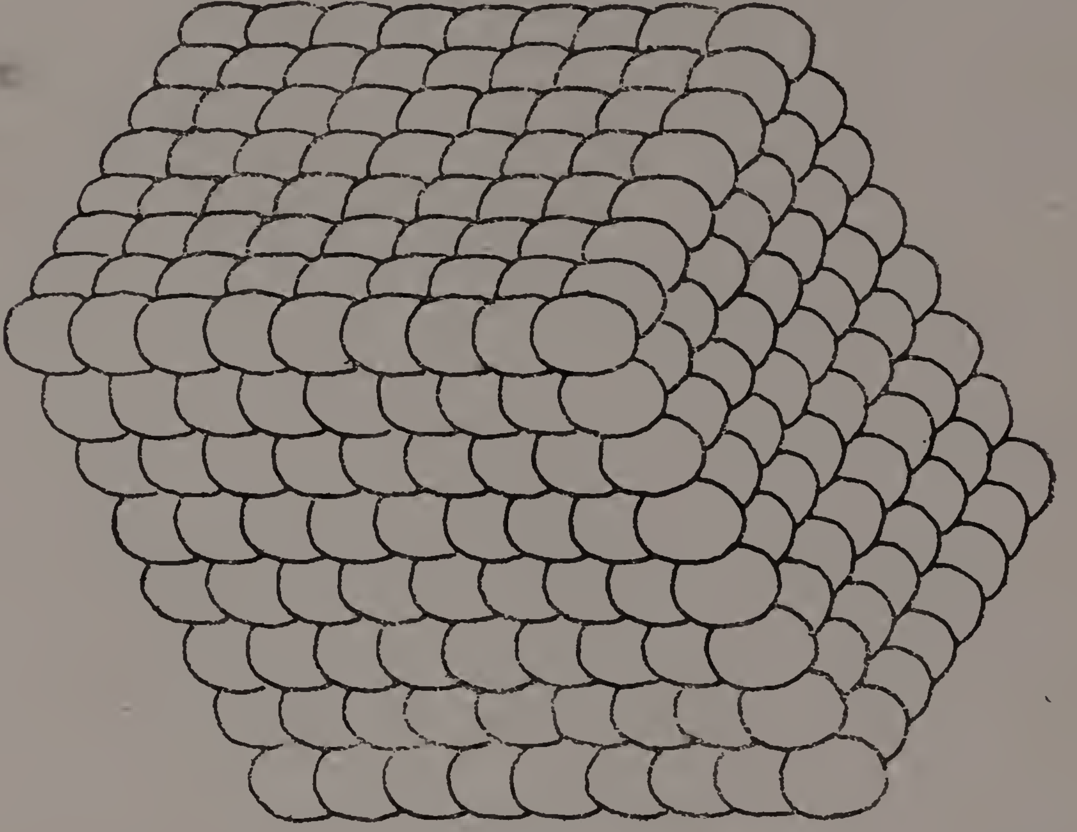
2. 1 : 1 : 1 0 · 5350 3. 0 · 52875 : 1 : · 95305

4. 0· 5727 : 1 : 0 · 7418

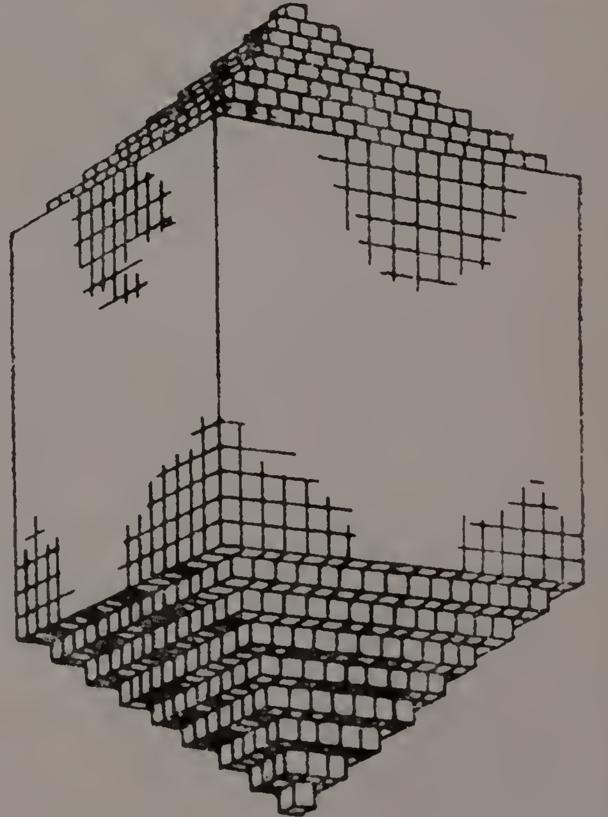
5. 23° 43′ ; 1 : 1 : 0 · 4393

6. 57° 51′ ; 1 : 1 : 1 · 5449.

ಸ್ಫಟಿಕಗಳ ಬಹುಮುಖ ಬಾಹ್ಯರೂಪವು, ಅವುಗಳ ಅಣುಜೋಡಣಾ ಮಾದರಿಯ ಪ್ರತೀಕ ಎಂಬ ಭಾವನೆಯು ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಹು ಹಿಂದಿನಿಂದಲೂ ಮೂಡಿದ್ದಿತು. ಹಾಗೆನ್ಸ್ (Haygens) ರವರು ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್ ಹರಳುಗಳಲ್ಲಿ ಗೋಳಾ



ಕಾರವ ಘಟಕಗಳು ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಜೋಡಣೆಯಾಗಿವೆ ಎಂಬ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಿಕೊಂಡು, ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್ ಹರಳುಗಳ ಸ್ವರೂಪ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ರೂಪುಗೊಂಡಿರುವ ಉಜ್ವಲ ಸೀಳುಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಕೊಡುವುದರಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ವಿಯಾದರು (ಚಿತ್ರ). ಅನಂತರ ಹಾಯ್ (Haiiy) ರವರು ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್ ಹರಳುಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಸೀಳುಗಳ ಮೂಲಕ ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಸೀಳುವ ಹಾಗೆ ಮಾಡಿದರೆ,



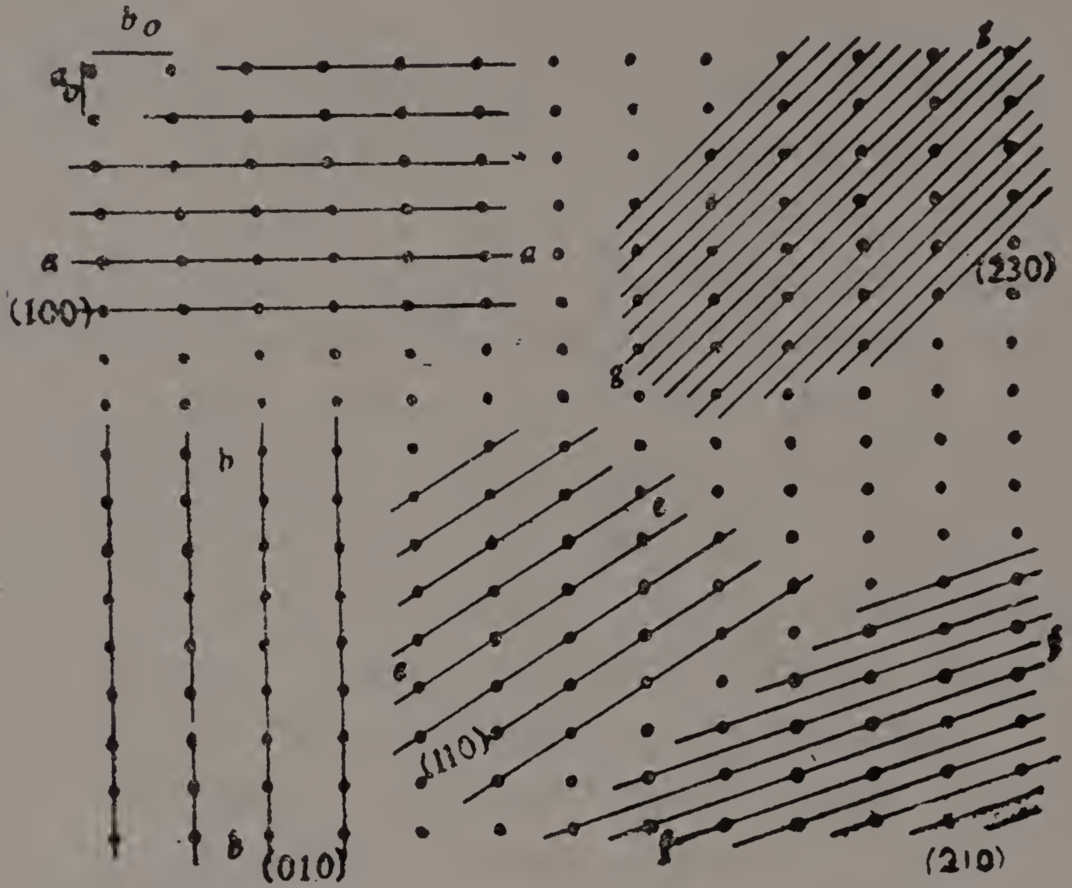
ಉತ್ಪತ್ತಿಯಾದ ಘಟಕಗಳೆಲ್ಲಾ ಮೂಲ ಹರಳಿನ ಸ್ವರೂಪವನ್ನೇ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿದರು; ಅಂದರೆ ಅನೇಕ ಸಮಾನಾಂತರ ಘನ ವಜ್ರಮುಖಿ ಘಟಕಗಳು ತ್ರಿಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಜೋಡಣೆಗೊಂಡು ಕ್ಯಾಲ್ಸೈಟ್ ಹರಳುಗಳಾಗಿವೆ ಎಂಬ ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದರು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಳ ಘಾತಸೂಚಿಯ ಮುಖಗಳು ಹೇಗೆ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನೂ ತೋರಿಸಿದರು.

ಹಾಯ್‌ರವರು ಸ್ಫಟಿಕಗಳನ್ನು ಸಂದುಬಿಡದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಣೆಯಾಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಘನ (Parallelepiped) ಘಟಕಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಅಣು ಮತ್ತು ಪರಮಾಣು ಸೂತ್ರಗಳು ಈ ರೀತಿಯ ಜೋಡಣೆಯು ಅಸಾಧ್ಯ ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳಿಗೆ ಮನವರಿಕೆ ಮಾಡಿಕೊಟ್ಟವು. ಏಕೆಂದರೆ ಹರಳುಗಳ ಸ್ಥಿತಿಸ್ಥಾಪಕ ಸಂಕೋಚನೆ ಮತ್ತು ಉಷ್ಣದಿಂದ ಹಿಗ್ಗುವ ಗುಣಗಳಿಗೆ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಬ್ರವಾಯ್ಸ್ (Bravais) ರವರು ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಸಮಾನಾಂತರ ಘನ ಘಟಕಗಳ ಜೋಡಣೆಯಿಂದ ಆಗಿಲ್ಲ; ಕ್ರಮಬದ್ಧ ಬಿಂದುಗಳ (Points; ಅಣುಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳು) ಜೋಡಣೆಯಿಂದಾಗಿವೆ ಎಂಬ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದರು. ಷಾಂಕ್, ವುಲ್ಫ್, ಷಾನ್‌ಫ್ಲೀಸ್, ಫೆಡರೆರಾಫ್, ಬಾರ್ಲೊ (Sohnke, Wulff, Schoenflies, Fedorov, Barlow) ಮತ್ತಿತರರು ಈ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಪರಿಶೋಧನೆ ನಡೆಸಿದ್ದಾರೆ.

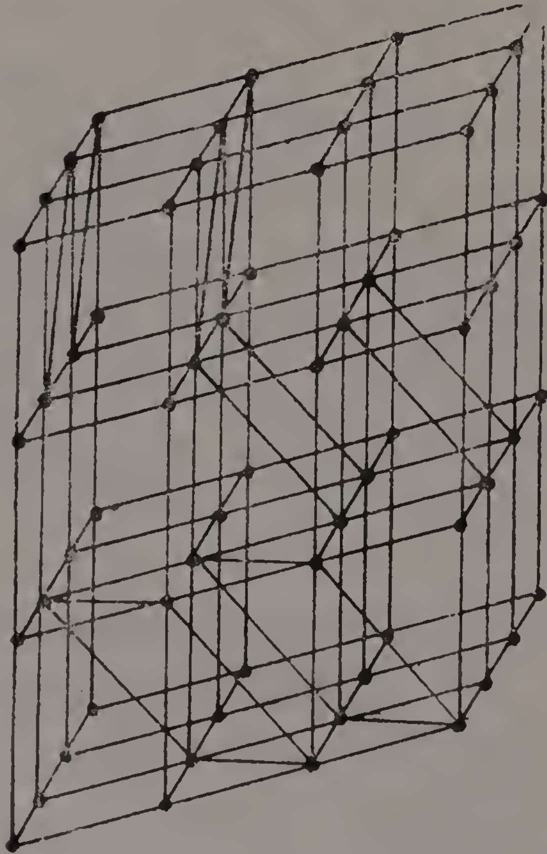
ವಸ್ತು ಅನಿಲ ಅಥವಾ ದ್ರವರೂಪದಿಂದ ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಿಸುವಾಗ ಅಣುಗಳ ಸ್ಥಾನವು ಸನ್ನಿವೇಶ ಮತ್ತು ಅಂತರ ಅಣುಬಲದ ಪ್ರಮಾಣ (ಇದು ಆಯಾ ಅಣು ಅಥವಾ ಪರಮಾಣುಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ) ಗಳನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ. ಅಂತರ ಅಣುಬಲದ ದಿಕ್ಕು ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಸ್ತುವಿನಿಂದ ವಸ್ತುವಿಗೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಅಣು ಸ್ಥಾನಗಳ ಅಂತರ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ವೈವಿಧ್ಯ ಕಂಡುಬರುವುದು. ಅಣು ಜೋಡಣೆಯನ್ನು ಬಿಂದುಗಳ ತ್ರಿಪರಿಮಾಣ ಜೋಡಣೆಯಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು. ಈ ಬಿಂದುಗಳು ಜಾಲಬಂಧಕ್ಕೆ ಅಣುಚೌಕಟ್ಟು (Space lattice) ಎಂದು ಹೆಸರು. ದ್ವಿಪರಿಮಾಣ ಮತ್ತು ತ್ರಿಪರಿಮಾಣಗಳ ಅಣುಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ನೋಡಿ. ಚಿತ್ರ.

ಅಣುಚೌಕಟ್ಟು ಕ್ರಮಬದ್ಧ ಜೋಡಣೆಯ ಸೀಮಾತೀತ 'ಬಿಂದು ಜಾಲಬಂಧ' ಎಂದ ಹಾಗಾಯಿತು. ಇದರ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಅದು ಸಮ ಅಂತರಗಳಲ್ಲಿ ಸದೃಶ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾಯುವುದು (ಚಿತ್ರ). ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಣ ದೂರಕ್ಕೆ ಬಿಂದುಗಳ ಅನುಬದ್ಧ ಸ್ಥಾನಾಂತರಣ (Conjugate translation of points) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್ ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳ ದಿಕ್ಕುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಅನುಬದ್ಧ ಸ್ಥಾನಾಂತರಣವು ಏಕರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ವರ್ಗದಲಿ



ಕ್ಷಿತಿಜಾಕ್ಷಗಳ ದಿಕ್ಕುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ರೀತಿಯಾಗಿಯೂ, ಲಂಬಾಕ್ಷದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯೂ ಇರುವುದು. ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್, ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಇರುವುದು.



ಅಣುಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಿದರೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಮಾನ ಘನ ಘಟಕಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಸ್ಫಟಿಕದ ರಚನೆ ಇವುಗಳ ತ್ರಿಪರಿಮಾಣ ಜೋಡಣಾ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಹಾಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಮಾನ ಘಟಕಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿ ಅನೇಕ ರೇಖಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಇವುಗಳ ಘಟಕ ಗಾತ್ರ

ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಅನುಕೂಲತೆಗಳನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಮಾನ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಆರಿಸಬೇಕು.

ಬ್ರವಾಯ್‌ರವರ 14 ಅಣುಚೌಕಟ್ಟು

ಅಣುಚೌಕಟ್ಟಿನ ಬಿಂದು ಜೋಡಣೆಯ ಅಭ್ಯಾಸದ ಫಲವಾಗಿ ಬ್ರವಾಯ್ ರವರು 1848ರಲ್ಲಿ 14 ಬಗೆಯ ಅಣುಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೆಂದು ತೋರಿಸಿದರು. ಇವುಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯು ಆರು ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ವಜ್ರಮುಖಿ ವರ್ಗ,ಒಟ್ಟು ಏಳು ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ತಾಳೆಹೊಂದುವುದು. (ಚಿತ್ರ ಪುಟ ೨೦೨)

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್, ಎರಡು ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್, ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಮತ್ತು ವಜ್ರಮುಖಿ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ತಲಾ ಒಂದು, ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್, ಎರಡು ಮಾನೋಕ್ಲೈನಿಕ್ ಮತ್ತು ಒಂದು ಟ್ರೈಕ್ಲೈನಿಕ್ ಗಣಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದವು. ಇವುಗಳಿಗೆ ಹೀಗೆ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್

1 ಸಾಮಾನ್ಯ ಘನ ಚೌಕಟ್ಟು (Simple cubic lattice)

2 ಕಾಯಕೇಂದ್ರ ಘನಚೌಕಟ್ಟು (The body-centred cubic lattice) : ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಾಮಾನ್ಯ ಘನ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳು, ಮೊದಲನೆಯದರ ಮಾನ ಘಟಕಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಎರಡನೆಯದರ ಬಿಂದುಗಳು ಇರುವ ಹಾಗೆ ಪರಸ್ಪರ ಭೇದಿಸಿರುತ್ತವೆ.

3 ಮುಖ ಕೇಂದ್ರ ಘನಚೌಕಟ್ಟು (The face-centred cubic lattice) ಇದರಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಸಾಮಾನ್ಯ ಘನಚೌಕಟ್ಟುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಭೇದಿಸಿರುತ್ತವೆ.

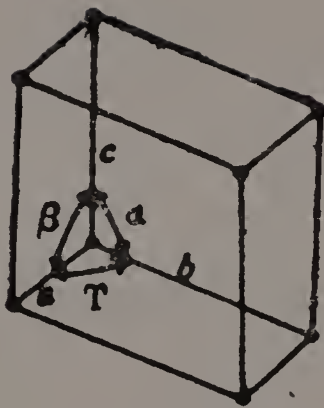
ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್

4 ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಅಥವಾ ಚೌಕಪಟ್ಟಕ ಚೌಕಟ್ಟು (The tetragonal or square prism lattice)

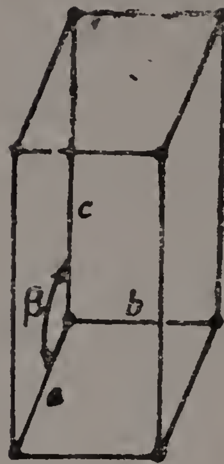
5 ಕಾಯಕೇಂದ್ರ ಟೆಟ್ರಾಗೊನಲ್ ಅಥವಾ ಚೌಕಪಟ್ಟಕ ಚೌಕಟ್ಟು (The body-centred tetragonal or square prism lattice)

ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್

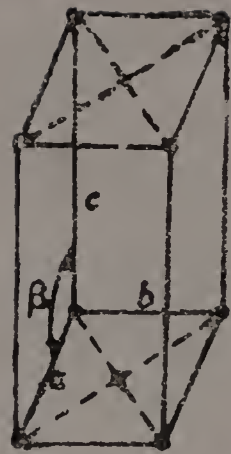
6 120° ಪಟ್ಟಕ ಚೌಕಟ್ಟು (The 120° prism lattice) : ಇವುಗಳ ಮೂರು ಮಾನ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಹೆಕ್ಸಾಗೊನಲ್ ಪಟ್ಟಕಗಳಾಗುತ್ತವೆ.



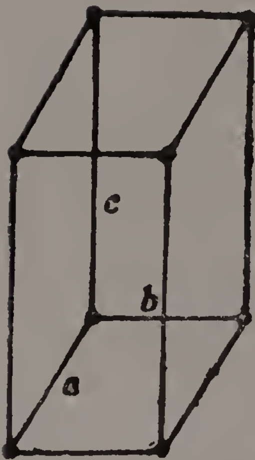
1



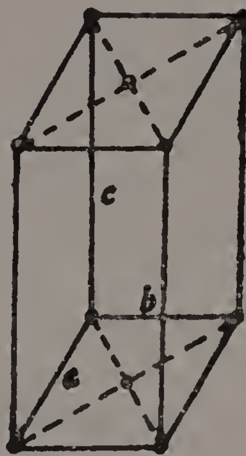
2



3



4



5



6



7



8



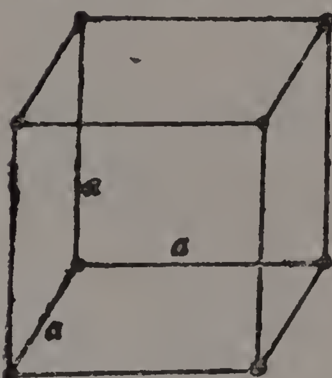
9



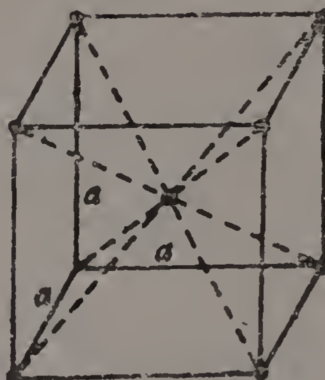
10



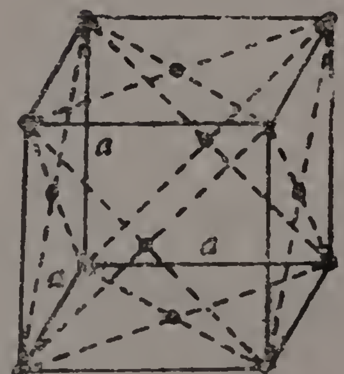
11



12



13



14

41 ಅಣುಚೌಕಟ್ಟುಗಳು

7 ವಜ್ರಮುಖಿ ಚೌಕಟ್ಟು (The rhombohedron lattice)

ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್

8 ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್ ಪಟ್ಟಕ ಚೌಕಟ್ಟು (The orthorhombic prism lattice)

9 ಕಾಯಕೇಂದ್ರ ಆರ್ಥೊರಾಂಬಿಕ್ ಪಟ್ಟಕ ಚೌಕಟ್ಟು (The body-centred orthorhombic prism lattice)

10 ಆಯಾಕಾರದ ಸಮಾಂತರ ಘನ ಚೌಕಟ್ಟು (The rectangular parallelepiped lattice)

11 ಕಾಯಕೇಂದ್ರ ಆಯಾಕಾರದ ಸಮಾಂತರ ಘನಚೌಕಟ್ಟು (The body-centred rectangular parllelepiped lattice)

ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್

12 ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಪಟ್ಟಕ ಚೌಕಟ್ಟು (The monoclinic prism lattice)

13 ಮಾನೊಕ್ಲೈನಿಕ್ ಸಮಾಂತರ ಘನ ಚೌಕಟ್ಟು(The monoclinci parallelepiped lattice)

ಟ್ರೈಕ್ಲೈನಿಕ್

14 ಟ್ರೈಕ್ಲೈನಿಕ್ ಚೌಕಟ್ಟು (The triclinic lattice)

ಬಿಂದು ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳು
(The space groups or Point systems)

ಮೇಲೆ ವರ್ಣಿಸಿದ ಅಣುಚೌಕಟ್ಟುಗಳು ಏಳು ವರ್ಗಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಅನೇಕ ಸಂಶೋಧಕರು ಬಿಂದು ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ಉಳಿದ ವರ್ಗಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸಬೇಕಾದ ಆವಶ್ಯಕತೆಯನ್ನು ಮನಗಂಡರು.

ಷಾಂಕ್ ಅವರು ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಂದು ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ರೂಪಿಸಿದರು. ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸದೃಶ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಚಲನೆಗಳ ಮೂಲಕ ಒಂದರ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಮತ್ತೊಂದರ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಭೇದಕವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿಕೊಂಡರು. ಅವರು ಮೂರು ವಿಧಗಳ ಚಲನೆಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಂಡರು.

1 ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದಿಶೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಸ್ಥಳಾಂತರ ಚಲನೆ (Translatory movement)

2 ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಕ್ಷದ ಸುತ್ತ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಾಂಶದಲ್ಲಿ ಭೇದಕ ಘಟಕಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಸುತ್ತುವಿಕೆ (Rotation of the interpenetrating units through a given number of degrees about a definite axis)

3 ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಚಲನೆಗಳ ಸಂಯುಕ್ತ ಚಲನೆ (ಒಂದು ಅಕ್ಷದ ಸುತ್ತ ತಿರುಗುವಿಕೆ ಮತ್ತು ಆ ಅಕ್ಷದ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವಿಕೆ) ಈ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ತಿರುಪು ಅಕ್ಷ (Screw axis) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಹೀಗೆ ಷಾಂಕ್ ಅವರು 65 ವಿಧದ ಬಿಂದು ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಿರುವ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿದರು. ಇವು ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲ ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಅಸಮಂಜಸ ರೂಪುಗಳನ್ನು (Enantiomorphous forms) ಒಳಗೊಂಡ 11 ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟು, ಉಳಿದ ಎಲ್ಲ ವರ್ಗಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ.

1890 ರಿಂದ 1894ರ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಷಾನ್‌ಫ್ಲೀಸ್, ಫೆಡರೊವ್ ಮತ್ತು ಬಾರ್ಲೋರವರು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಆದರೆ ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ, 230 ವಿಧಗಳ ಬಿಂದುವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿದರು. ಇವು 32 ವರ್ಗಗಳ ಸಮಸೂತ್ರತೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಪರಸ್ಪರ ಎಡ-ಬಲ ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಹಾಗೂ ದರ್ಪಣ ಪ್ರತಿಫಲನ ಸದೃಶ ಚಲನೆಯಿಂದ ಒಂದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದರಿಂದ ಪಡೆಯಬಹುದಾದ ಅಸದೃಶ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಭೇದಿಸುವ ಹಾಗೆ ಮಾಡಿ, 11 ಅಸಮಂಜಸ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಬಿಂದು ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲಾಯಿತು. ಈ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಚಲನೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ. 1. ದತ್ತ ಸಮತಲ ಪ್ರತಿಫಲನ (a reflection over a plane). 2. ದತ್ತ ಸಮತಲ ಪ್ರತಿಫಲನ ಮತ್ತು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದಿಶೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಸ್ಥಳಾಂತರಣ. 3. ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಕ್ಷದ ಸುತ್ತ ಪರಿಭ್ರಮಣ ಮತ್ತು ಪರಿಭ್ರಮಣ ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಫಲನ.

ಅಣುಚೌಕಟ್ಟು ಮತ್ತು ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ಅಣುಚೌಕಟ್ಟಿನ ಜಾಲಬಂಧದ ಪರಿಗಣನೆಯಿಂದ ಕೆಲವು ಪ್ರಮುಖ ನಿರ್ಣಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಆರ್ಥೋರಾಂಬಿಕ್ ಅಣುಜಾಲಬಂಧದ 'ab' ಫೇದವು ಇವುಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಣುಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳು ಒತ್ತಾಗಿರುವ ಸಪಾಟಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಪ್ರಮುಖ ಮುಖಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಬಿಂದುಗಳ ಸಾಂದ್ರತೆ ಅಧಿಕವಾಗಿರುವ a a, b b ರೇಖೆಗಳು ಪಿನಕಾಯಿಡ್‌ಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಬಿಂದುಗಳ ವಿರಳ ಸಾಂದ್ರತೆಯಿರುವ ee ಮತ್ತು gg ಗಳು ಪಟ್ಟಕಗಳು. ಬಿಂದು ಸಾಂದ್ರತೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾದ ಹಾಗೆಲ್ಲ ಆ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಮುಖ ಮುಖಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವ ಸಾಧ್ಯತೆಯೂ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು. ಇದು ಸಾವಿರಾರು ಸ್ಫಟಿಕಗಳ ಪರಿಶೋಧನೆಯಿಂದ ಮನಗಂಡ ಅಂಶ. ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಗೋಪುರಗಳು ಪ್ರಮುಖ ಮುಖಗಳಾಗಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಗತಿ. ಕ್ಲಿಷ್ಟ ರೂಪಗಳು ಪ್ರಮುಖ ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ಚಿಕ್ಕ ಮುಖಗಳಾಗಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

c c (110), f f (210), g g (230) ಗಳ ಪ್ರಮಾಣವು a ಮತ್ತು b ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ದಿಕ್ಕುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ 1 : 1, 1 : 2 ಮತ್ತು 1 : 3 ಇರುವುದು. ಇದು ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಯುಕ್ತಿ ಪ್ರಮಾಣ ನಿಯಮವನ್ನು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು ಬೇಸಲ್ ಪಿನಕಾಯಿಡ್, ಪಟ್ಟಕ ಇತ್ಯಾದಿ ಕೆಲವು ಪ್ರಮುಖ ಮುಖಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಸುಲಭವಾಗಿ ಸೀಳುತ್ತವೆ. ಸೀಳುವಿಕೆಗಳಿಗೂ ಅಣುಚೌಕಟ್ಟಿನ ಅಣುಬಿಂದುಗಳ ಜೋಡಣೆಗೂ ನೇರಸಂಬಂಧವಿದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒತ್ತಾದ ಬಿಂದುಗಳಿಗಿಂದ ಕೂಡಿದ ಸಪಾಟಗಳು, ಬಿಂದುಗಳು ವಿರಳವಾಗಿರುವ ಸಪಾಟಗಳಿಂದ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುವು. ಆದುದರಿಂದ ಒತ್ತಾದ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಸಪಾಟಗಳ ನಡುವೆ ಅಂತರ ಅಣುಬಲವು ಕಡಿಮೆ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವುದು. ಇದರಿಂದ ಕೆಲವು ಸ್ಫಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಮುಖ ಮುಖಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಉತ್ತಮ ಸೀಳುಗಳಿರುವುದಕ್ಕೆ ವಿವರಣೆ ಕೊಡಬಹುದು.

ಬಿಂದು ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ 230 ಅಣುಚೌಕಟ್ಟುಗಳು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳಿಗೆ ತಾತ್ತ್ವಿಕ ಆಸಕ್ತಿಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೆರಳಿಸುತ್ತವೆ. ಆದರ ಕ್ಷ–ಕಿರಣ ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳಿಗೆ ಇವುಗಳ ಉಪಯುಕ್ತತೆ ಮಹತ್ತರವಾದುದು. 1192ರಲ್ಲಿ ಕ್ಷ–ಕಿರಣಗಳು ಸ್ಫಟಿಕದ ಅಣುಸಪಾಟಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿಫಲನ ಮತ್ತು ವಕ್ರೀಭವಿಸುತ್ತವೆ (Diffraction) ಎಂದು ಗೊತ್ತಾದ ಮೇಲೆ, 230 ಬಿಂದುವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳಿಗೆ ಮಾನ್ಯತೆ ದೊರಕಿತು. ಪೊಟಾಸಿಯಂ ಕ್ಲೋರೈಡ್ ಸ್ಫಟಿಕದಲ್ಲಿ ಷಣ್ಮುಖಿ ಲಂಬ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಕ್ಷ-ಕಿರಣಗಳನ್ನು ಹಾಯಿಸಲಾಯಿತು. ಸ್ಫಟಿಕದ ಮತ್ತೊಂದುಕಡೆ ಕ್ಷ–ಕಿರಣಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ ಛಾಯಾಗ್ರಾಹಕ ಫಲಕವನ್ನು ಇಟ್ಟು ಬ್ರ್ಯಾಗ್ ರವರು ಕಾಲಕಾಲಕ್ಕೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ

ದಿಕ್ಕು ಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ, ಅನೇಕ ಚುಕ್ಕೆಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದರಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ವಿಯಾದರು. ಈ ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಅಣುಚೌಕಟ್ಟಿನ ವಿವಿಧ ಸಪಾಟಗಳ ಕ್ಷ–ಕಿರಣ ಪ್ರತಿಫಲನವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಈಗ ಕ್ಷ–ಕಿರಣಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ದತ್ತ ಸ್ಫಟಿಕಗಳ ಬಿಂದು ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು.



ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಶಬ್ದಕೋಶ

ಅಣುಚೌಕಟ್ಟು Space lattice
ಅಂತರ ಮುಖಕೋನ Interfacial angle
,, ಸ್ಥಿರತಾಸೂತ್ರ Constancy of Interfacial angle
ಆಂದೋಲನ ಕೂಟ Oscillatory combination
ಅನುಬದ್ಧ ಸ್ಥಾನಾಂತರಣ (ಬಿಂದುಗಳ) Conjugate translation of points
ಅರೆಗೋಪುರ Hemipyramid
ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪಗಳು Hemihedral forms
ಅರೆರೂಪತೆ Hemimorphism
ಅರೆರೂಪಿಗಳು Hemimorphs
ಅಷ್ಟಮಾಂಶಗಳು Octants
ಅಷ್ಟಮುಖಿ Octahedron
ಅಸದೃಶ ಮುಖಗಳು Unlike faces
ಅಸಮಪ್ರಮಾಣ ಅಕ್ಷಗಳು Anisometric axes
ಅಸಮಬಾಹು ಮುಖಿ Scalenohedron
ಅಸ್ಫಟಿಕ ಸ್ಥಿತಿ Amorphous state
ಅಸಮಂಜಸ ರೂಪಗಳು Fnantiomorphous forms
ಋಣ Negative
ಏಕರೂಪಗಳು Isomorphs
ಏಕರೂಪ ಬೆಳವಣಿಗೆ Isomorphous growth
ಏಕರೂಪತ್ವ Isomorphism
ಏಣುಗಳು Edges
ಒಳಮುಖ ಕೋನ Re-entrant angle
ಕೋನಮಾಪಕ Goniometer
,, ಸಂಸ್ಪರ್ಶ Contact goniometer
,, ಪ್ರತಿಬಿಂಬ Reflection goniometer

ಗೋಪುರ Pyramid
,, ಪ್ರಥಮ Pyramid of I order
,, ದ್ವಿತೀಯ Pyramid of II order
,, ದ್ವಿ Dipyramid
,, ತೃತೀಯ Pyramid of III order
,, ಚತುರ್ಥಾಂಶ Quarter Pyramid
ಗುಮ್ಮಟ Dome
ಚಿಕ್ಕ Brachy dome
ದೊಡ್ಡ Macro dome
ಓರೆ Clino dome
ಮಹಾ Ortho dome
ಘಟಕಾಂಶಗಳು Elements
ಘನಕೋನ Solid angle
ಘಾತಸೂಚಿಗಳು Indices
ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಯುಕ್ತ ಪ್ರಮಾಣ ನಿಯಮ Law of Rational Indices
ಘನಾಕೃತಿ Closed form
ಘನಕೋನ ಮಾಪಕ ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ Stereographic scale
ಘನರೇಖನ ನಕ್ಷೆ Stereogram
ಘನವಿಕ್ಷೇಪ Stereographic projection
ಘನವಿಕ್ಷೇಪದ ಪ್ರಧಾನ ಸೂತ್ರ Cardinal Principle of stereographic projection
ಚತುರ್ಮುಖಿ Tetrahedron
ಚತುರ್ಮುಖಿ ವರ್ಗ Tetrahedral class
,, ತ್ರಿಭುಜೀಯ ತ್ರೈ Trigonal tristetrahedron
,, ಚತುರ್ಭುಜೀಯ ತ್ರೈ Tetragonal tristetrahedron
ಚತುರ್ಮುಖೀಯ ಪಂಚಭುಜದ್ವಾದಶಮುಖಿ Tetrahedral pentagonal dodecahedron

ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ
Tetartohedral class
ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ರೂಪ
Tetartohedral forms
ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ ಮುಖಿ Trapezohedron
ಚತುರ್ಷಣ್ಮುಖಿ Tetrahexahedron
ಚೌಕಟ್ಟು Lattice
,, ಸಾಮಾನ್ಯ ಘನ Simple cubic lattice
,, ಕಾಯಕೇಂದ್ರ ಘನ the body centred cubic lattice
,, ಮುಖಕೇಂದ್ರ ಘನ the Face centred cubic lattice
,, ಪಟ್ಟಕ Prism lattice
,, ಚೌಕಪಟ್ಟಕ Square prism lattice
,, ವಜ್ರಮುಖಿ Rhombohedron lattice
,, ಸಮಾನಾಂತರ ಘನ Parallelepiped lattice
,, ಆಯಾಕಾರ ಸಮಾಂತರ ಘನ the Rectangular parallelepiped lattice
ತಿರುಪು ಅಕ್ಷ Screw axis
ತೆರವಿನ ರೂಪ Open form
ತ್ರಯಾಷ್ಟಮುಖಿ Trisoctahedron
ತ್ರಿಗೋಪುರ ವರ್ಗ Tripyramidal
ತ್ರಿಪದಿ Trilling
ತ್ರಿಮುಖ ಗೋಪುರ Trigonal pyramid
,, ಪ್ರಥಮ Trigonal Pyramid of I order
,, ದ್ವಿತೀಯ Trigonal Pyramid of II order
,, ದ್ವಿ Ditrigonal prism
ತ್ರಿಮುಖ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖಿ ವರ್ಗ
Trigonal tetartohedral class

ತ್ರಿಮುಖ ಪಟ್ಟಕಗಳು Trigonal prisr
,, ಪ್ರಥಮ Trigonal pris of I ord
,, ದ್ವಿತೀಯ Trigonal pris of II ord
,, ದ್ವಿ Ditrigonalpris
ದತ್ತ ಸಮತಲ ಪ್ರತಿಫಲನ Reflecti over a pla
ದ್ವಾದಶಮಾಂಶ Sectant or Dodec
ದ್ವಾದಶಮುಖಿ Dodecahedron
,, ಜೋಡಿ Diploids
,, ದ್ವಿ Didodecahedron
ಧನ Positive
ಧ್ರುವ Pole
,, ಗೋಳ Spherical pole
ಧ್ರುವೀಕರಣ Polarisation
,, ವೃತ್ತೀಯ Circular Polarisat
ನಿಯತದೂರ Finite distance
ನಿಷ್ಕರ್ಷಕ ಸೂತ್ರ
Theory of determinants
ಪಟ್ಟಕ Prism
,, ಪ್ರಥಮ Prism of I orde
,, ದ್ವಿತೀಯ Prism of II orde
,, ದ್ವಿ Diprism
,, ತೃತೀಯ Prism of III ord
ಪರಮಾಣುಗಳು Atoms
ಪರಿಸರ ಮುಖಗಳು Vicinal Planes
ಪಂಚಭುಜೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ
Pentagonal dodecahedron
ಪಂಚಭುಜೀಯ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗ
Pentagonal hemihedral class
ಪಂಚಭುಜೀಯ ಐಕಾಸಿ ಚತುರ್ಮುಖಿ
Pentagonal icositetrahedron
ಪ್ರತಿಬಿಂದು Antipode
ಪ್ರಸಕ್ತ ನಿಯತಾಂಕಗಳು Parameter
ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ವರ್ಗ Holohedral

ಪೂರ್ಣಮುಖಿ ಕೋರಿಕೆಯ ಅರೆಮುಖಿ ರೂಪಗಳು
Apparently holohedral hemihedral forms
ಬಿಂದು Pole
,, ಘನ Stereographic pole
,, ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳು The space groups or point systems
ಮಿಥ್ಯಾರೂಪಗಳು Pseudomorphs
ಮುಮ್ಮಡಿ ಚತುರ್ಥಾಂಶಮುಖೀಯ ಅರೆರೂಪ ವರ್ಗ
Trigonal tetartohedral hemimorphic class
ಮೂಲ ಅಥವಾ ಮಾನರೂಪ
Fundamental or unit form
ಯಮಳ ಸ್ಫಟಿಕಗಳು Twin crystals
ಸಪಾಟ Twinning plane
ಅಕ್ಷ Twinning axis
ಯಮಳ Twin
,, ಭೇದಕ Penetration twin
,, ಅನುಬಂಧ Supplementary twin
,, ಪುನರಾವರ್ತಿತ Repeated twin
,, ಬಹುಘಟಿಕ Polysnthetic twin
,, ಸುತ್ತು Cyclic twin
,, ಅನುಕರಣ Mimicry
,, ಮಂಡಿಬಾಗು Knee-bend twin
,, ಸಾಲೊತೋಕೆ Swallow tail twin
ರೂಪಕೂಟ Combination form
ರೇಖಾವೃತ್ತಿ Functions
ವಕ್ರೀಭವಿಸು Diffraction
ವಜ್ರಮುಖಿ Rhombohedron
,, ವರ್ಗ Rhombohedral class
ವಜ್ರೀಯ ದ್ವಾದಶಮುಖಿ
Rhombic dodechedron
ವಜ್ರಮುಖಿ ತ್ರಿತೀಯ
Trigonal rhombohedron

ವರ್ಣದ್ರವ್ಯ Pigment
ವಲಯ Zone
,, ಸಹವಲಯ ಮುಖಗಳು
Cozonal or Tautozonal faces
,, ಚಿಹ್ನೆ Zone symbol
,, ನಿಯಂತ್ರಕ ಸಮೀಕರಣ Zone control equation
ವೃತ್ತ Circle
,, ಉದಗ್ರ Vertical circle
,, ಉದಗ್ರ ಮಹಾ Vertical great circle
,, ಓರೆ Inclined circle
,, ಓರೆ ಮಹಾ Inclined great circle
,, ಓರೆ ಲಘು Inclined small circle
,, ಕ್ಷಿತಿಜ Horizontal circle
,, ಕ್ಷಿತಿಜ ಮಹಾ Horizontal great circle
,, ಉದಗ್ರ ಲಘು Vertical small circle
,, ಕ್ಷಿತಿಜ ಲಘು Horizontal small circle
,, ಮಹಾ Great circle
,, ಮೂಲ Primitive circle
,, ಲಘು Small circle
,, ವಲಯ Zone circle
ವ್ಯಾಸ Diameter
ಉದಗ್ರ Vertical diameter
ಓರೆ Inclined diameter
ಕ್ಷಿತಿಜ Horizontal diameter
ವಿಕ್ಷೇಪ Projection
ಓರೆ Clinographic projection
ಗೋಳ Spherical projection
ಘನ Stereographic projection
ಲಂಬ Orthographic projection

ಷಡಾಷ್ಟಮುಖಿ Hexoctahedron
ಷಡ್ಚತುರ್ಮುಖಿ Hextetrahedron
ಷಣ್ಮುಖಿ Hexahedron
ಸಮಸೂತ್ರತೆ Symmetry
ಸಮಸೂತ್ರತೆ ಬಿಂದು
Point of symmetry
,, ಕೇಂದ್ರ Centre of symmetry
ಸಪಾಟ Plane of symmetry
,, ,, ಪ್ರಧಾನ Principle plane of symmetry
,, , ದ್ವಿತೀಯಕ Secondary plane of symmetry
,, ಅಕ್ಷ Axis of symmetry
,, ,. ಇಮ್ಮಡಿ Digonal axis of symmetry
,, ,, ಮುಮ್ಮಡಿ Trigonal axis of symmetry
., ,, ನಾಲ್ಮಡಿ Tetragonal axis of symmetry
,, ,, ಆರ್ಮಡಿ Hexagonal axis of symmetry
,, ಅಂತಸ್ತು ಅಥವಾ ಸಮಸೂತ್ರತೆ
Grade of symmetry
ಸಮಸೂತ್ರರಹಿತ ವರ್ಗ
Asymmetrical class
ಸಮಪ್ರಮಾಣ ಅಕ್ಷಗಳು Isometric axes
ಸಮದ್ವಿಪ್ರಮಾಣ ಅಕ್ಷಗಳು
Isodimetric axes
ಸಮಂಜಸ ರೂಪಗಳು
Congruent forms
ಸಮಾನಾಂತರ ಅರೆಮುಖಿ ವರ್ಗ
Parallel hemihedral class

ಸಮಾನಾಂತರ ಘನಫಟಕ
Parallelepiped
ಸಂಯೋಗ ಸಪಾಟ
Composition plane
ಸರಳ ಅಥವಾ ಸಂಸ್ಪರ್ಶಯಮಳ
Contact twin
ಸರಳ ರೂಪ Simple form
ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ General form
ಸಂಕೇತ ಪದ್ಧತಿಗಳು Notation
ಸ್ಪರ್ಶರೇಖೆ Tangent
ಸ್ಥಳಾಂತರ ಚಲನೆ
Translatory movement
ಸದೃಶ ಮುಖಗಳು Like faces
ಸ್ಫಟಿಕ Crystal
ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಗಳು Crystal systems
ಸ್ಫಟಿಕ ಗುಚ್ಛಗಳು Crystal aggregates
,, ಭಿನ್ನ Heterogenous crystal aggregates
ಸ್ಫಟಿಕ ಮುಖ Crystal face
ಸ್ಫಟಿಕ ಭ್ರೂಣಗಳು Crystallites
ಸ್ಫಟಿಕ ರೂಪ Crystal form
,, ಸಾಮ್ಯ Homogenous crystal aggregates
ಸ್ಫಟಿಕ ಸ್ಥಿತಿ Crystalline state
ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷಗಳು Crystallograpnic axes
ಸ್ಫಟಿಕಾಕ್ಷ ಪ್ರಮಾಣ Axial ratio
,, ಲಂಬ Vertical crystallographic axes
,, ಸಮತಲ Horizontal crystallographic axes
ಸ್ಫಟಿಕೀಕರಣ Crystallisation
ಹರಳುಗಳು Crystals

———

ಪದಸೂಚಿ

ತಪ್ಪು, ಒಪ್ಪು

ಪುಟ	ಸಾಲು		
೬೫	೧೧	ಸ್ಪಿನಾಯ್ಡಲ್ ವರ್ಗ	ಸ್ಫೀನಾಯ್ಡಲ್ ವರ್ಗ
೭೬	೨೬	Trigonal Pyramid of III order	Trigonal Pyramid of II order

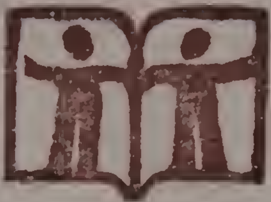




ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಸಂಸ್ಥೆ

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮಾಲೆಯ ಕೆಲವು ಪ್ರಕಟಣೆಗಳು

1. ಮಾನವನ ಉಗಮ
   —ಎಲ್. ಸಿದ್ದವೀರೇಗೌಡ
2. ಭೌತ ರಸಾಯನಶಾಸ್ತ್ರ
   —ಎ. ಜೆ. ಮಿಾ
3. ವಿಜ್ಞಾನ ಸಾಹಿತ್ಯ ನಿರ್ಮಾಣ
   —ಸಂಪಾದಿತ
4. ಅನುವಂಶೀಯ ವಾಹಕಗಳು
   — ಡಾ. ಎಚ್. ಬಿ. ದೇವರಾಜ ಸರ್ಕಾರ್
5. ಶಬ್ದ ಶಾಸ್ತ್ರ
   —ಬಿ. ಎಸ್. ಮಯೂರ
6. ಸ್ಫಟಿಕ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಸ್ಫಟಿಕ ಗಣಿತ
   —ಡಿ. ರಂಗಯ್ಯ
7. ಪ್ರಾಣಿಶಾಸ್ತ್ರ ಪರಿಚಯ–1
   ಡಾ. ಎಚ್. ಬಿ. ದೇವರಾಜ ಸರ್ಕಾರ್
8. ರಸಾಯನ ಶಾಸ್ತ್ರ ಪರಿಚಯ–1
   —ಎಚ್. ಜಿ. ಸುಬ್ಬರಾವ್
9. ಜೀವಶಾಸ್ತ್ರ ಪರಿಚಯ–1
   —ಡಾ. ಎಚ್. ಬಿ. ದೇವರಾಜ ಸರ್ಕಾರ್
10. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ ಪರಿಚಯ–1
    —ಚಕ್ರವರ್ತಿ-ಶ್ರೀನಾಥ್-ನಾರಾಯಣ ರಾವ್


ಅಂತರರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪುಸ್ತಕ ವರ್ಷ: 1972.